Физика горения и взрыва

2

1967 г.

УДК 662.215.2

РАЗРУШЕНИЕ МЕТЕОРНЫХ ТЕЛ В АТМОСФЕРЕ

Ю. И. Фадеенко

(Новосибирск)

Г. И. Покровский рассмотрел лавинную схему дробления метеорного тела в атмосфере, приводящую к взрывообразному нарастанию выделения энергии [1]. Рассмотрим иную схему, учитывающую зависимость прочности осколков от их размера.

Тело разрушается, когда напряжения, создаваемые в нем аэродинамическими силами, превосходят предел прочности материала. Найдем условие разрушения для упругого шара, движущегося с гиперзвуковой скоростью v в атмосфере плотности ρ.

Давление на поверхности шара с достаточной точностью задается выражениями [2]

$$\begin{aligned} &p=\rho v^2 \cos^2 \varphi \quad \text{(передняя полусфера)},\\ &p=0 \quad \text{(задняя полусфера)}, \end{aligned} \tag{1}$$

где φ — угол между нормалью к поверхности и направлением движения. Разложив (1) в ряд по полиномам Лежандра и воспользовавшись известными формулами теории упругости [3], можно определить поле упругих напряжений внутри шара. Соответствующие расчеты были проведены на ЭВМ для нескольких значений числа Пуассона m. Оказалось, что растягивающее напряжение σ максимально на поверхности шара, в точке, противоположной критической. Интенсивность касательных напряжений T максимальна внутри шара, на окружности $\varphi=60°$, на расстоянии 0,25—0,35 радиуса от центра. Величины σ_{max}, T_{max} зависят от m, но зависимость эта слаба, так что можно с достаточной точностью положить

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &\simeq 0{,}365\,\rho v^2,\\ T_{max} &\simeq 0{,}265\,\rho v^2. \end{aligned} \tag{2}$$

У большинства материалов предел прочности на сдвиг (τ) значительно ниже предела прочности на растяжение, так что условие разрушения можно записать в общем виде для тела произвольной формы

$$\rho v^2 \geqslant k\tau, \tag{3}$$

используя для численных расчетов $k=3{,}80$.

Поведение осколков существенно зависит от вида функции $\tau(r)$. С уменьшением размеров прочность растет, поэтому в момент образования из более крупного тела осколки оказываются устойчивыми. Для того, чтобы условие разрушения (3) выполнилось вновь, осколки между последовательными делениями должны проходить расстояния, на которых в достаточной степени возрастает плотность воздуха. Если эти расстояния велики, осколки успевают разойтись и движутся независимо. В этом случае исходное тело, разрушаясь, порождает поток частиц, движение которых можно рассматривать индивидуально. Если осколки между последовательными делениями расходятся на небольшие расстояния, то их движения не являются независимыми.

Ударные волны, образующиеся при движении отдельных осколков, перекрываются и, в предельном случае, сливаются в сплошную волну, так что раздробленный метеорит взаимодействует с атмосферой как сплошное тело.

Рассмотрим два крайних случая: полной независимости и сильного взаимного влияния осколков.

ПОТОК НЕЗАВИСИМЫХ ЧАСТИЦ

Зададим зависимость прочности от размера в виде

$$\tau = \tau_1 \left(\frac{r_1}{r}\right)^{\frac{1}{n}}, \tag{4}$$

где r_1 и τ_1 — размер и прочность исходного тела.

Движение осколков будет независимым, если n достаточно мало. Из (3) и (4) следует

$$(\rho v^2)_{\text{разр}} = (\rho_1 v_1^2)_{\text{разр}} \left(\frac{r_1}{r}\right)^{\frac{1}{n}}. \tag{5}$$

Примем гипотезу равновесия, согласно которой средний размер осколков устанавливается в соответствии с местным значением величины ρv^2 и зависит только от положения на траектории.

Зависимость плотности атмосферы от высоты h задается формулой

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{h}{H}}, \tag{6}$$

в которой ρ_0 — плотность у поверхности Земли, $H \simeq 8$ *км*.

Закон гиперзвукового торможения тела можно представить в виде

$$\frac{dv}{dt} = -c\,\frac{\rho v^2}{\delta r} \tag{7}$$

или с учетом (6)

$$\frac{dv}{d\rho} = -c\,\frac{vH}{\delta r \sin\alpha}, \tag{8}$$

где δ — плотность тела, α — угол наклона траектории; c — коэффициент аэродинамического сопротивления.

Для шара радиусом r, на основании данных работы [4], можно принять $c \simeq 0{,}34$. Принятых предположений достаточно для нахождения закона движения как в устойчивом режиме (исходное тело, устойчивые осколки), так и в режиме дробления.

В устойчивом режиме (r=const), интегрируя (8), получаем уравнение, связывающее скорость с плотностью атмосферы и, следовательно, с положением на траектории

$$\ln\frac{v}{v_{нач}} = -\frac{cH}{\delta r\sin\alpha}(\rho-\rho_{нач}). \tag{9}$$

В режиме дробления следует учитывать (5) и вместо (8) использовать

$$\frac{dv}{d\rho} = -\frac{c\rho^n v^{2n+1} H}{k^n\delta\tau_1^n r_1\sin\alpha}, \tag{10}$$

где индекс 1 относится к моменту начала разрушения исходного тела.

Интегрируя (10), приходим к уравнению, аналогичному (9)

$$\left(\frac{v_1}{v}\right)^{2n} = 1+\frac{2cnH}{\rho_1^n(n+1)\delta r_1\sin\alpha}\left(\rho^{n+1}-\rho_1^{n+1}\right). \tag{11}$$

Легко убедиться, что при движении в режиме (9) величина ρv^2 имеет единственный максимум в точке

$$\rho_{max} = \frac{\delta r\sin\alpha}{2cH}, \tag{12}$$

в которой

$$(\rho v^2)_{max} = \frac{\delta v_{нач}^2 r\sin\alpha}{2cH}. \tag{13}$$

Если для исходного тела $\rho_{max}\geqslant\rho_0$, то максимальное значение ρv^2 достигается на поверхности Земли, где

$$\rho v^2 = \rho_0 v_{нач}^2 e^{-\frac{\rho_0}{\rho_{max}}}. \tag{14}$$

Если параметры исходного тела заданы с помощью (3), (13), (14), можно выяснить, произойдет ли вообще его разрушение на траектории, а если произойдет, то с помощью (3) и (9) можно найти точку разрушения ρ_1.

Условие продолжения разрушения, начавшегося в ρ_1, имеет вид

$$(\rho v^2)'_\rho > 0 \text{ в точке } \rho=\rho_1. \tag{15}$$

Можно записать (15) в виде

$$\frac{\delta r_1\sin\alpha}{2c\rho_1 H} > 1. \tag{16}$$

Если (16) выполняется, то в интервале $\rho_m>\rho>\rho_1$ развивается лавина, движущаяся в соответствии с (11). Развитие лавины заканчивается по достижении максимального ρv^2; точку ρ_m, в которой ρv^2 максимально, теперь следует находить не из (12), а из

$$\rho_m = \rho_1\left(\frac{(n+1)\delta r_1\sin\alpha}{2c\rho_1 H}-n\right)^{\frac{1}{n+1}}. \tag{17}$$

Начиная с этой точки, ρv^2 монотонно убывает, и поток устойчивых осколков движется до поверхности Земли вновь по (10) (если не учитывать уменьшения размеров осколков из-за оплавления).

Размеры устойчивых осколков и скорость их в точке ρ_m определяются выражениями

$$r_m = \frac{2c\,\rho_m H}{\delta \sin \alpha}, \tag{18}$$

$$v_m = \frac{v_1}{\left[(n+1) - \frac{2\,c\,n^2 \rho_1 H}{(n+1)\,\delta\, r_1 \sin \alpha}\right]^{\frac{1}{2n}}}. \tag{19}$$

Из (9), (11) можно найти кинетическую энергию метеорного вещества

$$E = \frac{2}{3} \pi r_1^3 \delta v^2 \tag{20}$$

и величину $-\frac{\rho E_\rho' \sin \alpha}{H}$, имеющую смысл энергии воздушной ударной волны, приходящейся на единицу длины траектории.

СИЛЬНАЯ ВЗАИМОЗАВИСИМОСТЬ ОСКОЛКОВ

Этот случай осуществляется при $n \to \infty$, $\tau = \mathrm{const}$. Осколки в момент образования из исходного тела неустойчивы и, попадая под набегающий поток, дробятся далее. При выполнении условия (3) процесс измельчения продолжается неограниченно, причем осколки не успевают разойтись на значительные расстояния. Такое предельно измельченное вещество будет взаимодействовать с воздушным потоком как сплошная среда без прочности, т. е. жидкость.

Рассмотрим гидродинамическую модель явления. Будем считать, что при выполнении условия (3) вещество метеорита ведет себя как жидкость. Набегающий воздушный поток сдувает с поверхности тела жидкую пелену. Процесс продолжается до тех пор, пока все вещество не будет израсходовано на образование пелены.

Для оценки пути пробега l, на котором полностью расходуется вещество, воспользуемся известным соотношением теории кумуляции [5]

$$l = N l_1 \sqrt{\frac{\delta}{\rho}}, \tag{21}$$

где l_1 — максимальный продольный размер тела; δ и ρ — плотности тела и атмосферы. В (21) введен коэффициент N, учитывающий сжимаемость воздуха. Этот коэффициент слабо зависит от скорости тела, и в приближенных расчетах можно положить $N \simeq 5$.

Если на расстоянии l существенно меняется плотность воздуха, следует использовать дифференциальную форму (21)

$$dl = N \sqrt{\frac{\delta}{\rho}}\, dl_1. \tag{22}$$

Из (22) и (6) следует

$$\frac{d\rho}{\sqrt{\rho}} = -\frac{N\sqrt{\delta}\sin\alpha}{H}\,dl_1, \qquad (23)$$

$$\frac{\sqrt{\rho_к}-\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\delta}} = \frac{Nl_1\sin\alpha}{2H}, \qquad (24)$$

где ρ_1 и $\rho_к$— плотности воздуха в начале и конце пути l.

При поступлении в пелену вещество имеет скорость, близкую к скорости тела. Однако в действительности пелена состоит из мелких частиц, быстро тормозящихся в воздухе, поэтому к концу процесса кинетическая энергия тела практически полностью передается воздушной ударной волне.

Приведем численный пример. Используем данные, близкие к предполагаемым характеристикам Тунгусского метеорита. Пусть $v_\infty = 40$ *км/сек*, $\sin\alpha = 1/3$, высота максимального энерговыделения $h_m = 6$ *км*, а кинетическая энергия метеорита перед началом разрушения $1{,}5 \cdot 10^{24}$ *эрг*.

Если движение осколков считать независимым, то ρ_m соответствует высоте 6 *км*. Из (18) находим $r_m\delta = 1000$ *г/см*^{2}. Расчетные массы устойчивых осколков лежат в пределах 100—5000 *т*, а скорости их у поверхности Земли составляют почти половину скорости исходного тела в момент разрушения. Интенсивность энерговыделения у поверхности Земли составляет еще около 70% от максимальной (на высоте 6 *км*). Эти результаты не согласуются с материалами наблюдений.

Расчет гидродинамического режима производился в предположении, что разрушение закончилось на высоте 6 *км*. Задавшись рядом возможных значений δ, можно найти параметры явления (см. таблицу). Длина участка траектории, на котором происходит практически полная передача энергии тела воздушной ударной волне, получается равной 18—25 *км*. В связи с тем, что плотность воздуха и поперечное сечение осколочного роя в процессе разрушения возрастают, особенно интенсивное выделение энергии должно происходить в конце этого участка.

δ, *г/см*^{3}	h_1, *км*	v_1, *км/сек*	r_1, *м*	τ, *кг/мм*^{2}
1	11,9	37,5	37	11
3	13,25	38,9	25	10
7	14,5	>39	18,5	9

Соответствие реальному явлению оказывается значительно лучшим, чем при расчете по схеме независимых осколков. Поэтому можно предполагать, что взрывное разрушение крупных метеоритных тел в атмосфере протекает в режиме, близком к гидродинамическому.

Поступила в редакцию
28/I 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Покровский. Метеоритика, 1966, XXVII, 103.
2. Г. Г. Черный. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
3. А. И. Лурье. Пространственные задачи теории упругости. М., ГИТТЛ, 1955.
4. A. J. Hodges. J. Aeronaut. Sci., 1957, **24**, 10, 755.
5. М. А. Лаврентьев. Успехи мат. наук, 1957, **12**, 4.