

УДК 550.388.2; 554.510.535

## Численный анализ эволюции фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной оптической системы

Л.В. Антошкин, В.В. Лавринов, Л.Н. Лавринова\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 25.08.2016 г.

Представлен новый алгоритм для формирования случайных фазовых экранов, применяемых при численном решении задачи распространения лазерного излучения в турбулентной атмосфере. Разработанная на основе данного алгоритма численная модель эволюции фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной системы позволяет оценить временную трансформацию неоднородностей атмосферы, которая включает в себя также мелкомасштабные флуктуации ветра, присутствующие в реальной атмосфере наряду с ветровым переносом турбулентных неоднородностей. С использованием численной модели проведены исследования корреляционного метода, вычисляющего скорость поперечного ветрового переноса турбулентности по измерениям датчика волнового фронта Шэка–Гартмана (Shack–Hartmann).

*Ключевые слова:* датчик волнового фронта Шэка–Гартмана, модель турбулентности, скорость ветра; Shack–Hartmann wavefront sensor, turbulence model, wind speed.

### Введение

Для управления зеркалом при адаптивной коррекции турбулентных искажений светового поля с целью уменьшения задержки в контуре обратной связи, обусловленной разрывом во времени момента регистрации датчиком искажений волнового фронта и момента коррекции их гибким зеркалом, следует использовать прогноз искажений волнового фронта, построенный на основе анализа эволюции фазовых флуктуаций [1–3]. Прогноз выполняется в режиме мониторинга измерений датчика волнового фронта (ДВФ) Шэка–Гартмана (Shack–Hartmann) и предполагает знание мгновенного значения скорости эволюции фазовых флуктуаций или, согласно гипотезе «замороженности» турбулентности [4–6], вычисление мгновенного значения скорости поперечного ветрового переноса светового поля на входной апертуре адаптивной системы. Расчет средних значений поперечных составляющих скорости ветра на входной апертуре адаптивной системы, как показано в работе [7], может быть выполнен по измерениям ДВФ Шэка–Гартмана сопоставлением пространственного спектра для измеренного волнового фронта с частью нормированного колмогоровского спектра [4–6]. Модель Колмогорова основана на гипотезах изотропности и однородности среды. Однако в работах, посвященных экспериментальным

исследованиям [8–10], показано, что модель турбулентности в изотропной среде не всегда подчиняется закону «одинадцати третей» для спектральной плотности флуктуаций показателя преломления, который описывает турбулентные неоднородности заданной интенсивности.

Варьирование мощности пространственного спектра флуктуаций фазы позволяет моделировать мелкомасштабные флуктуации скорости ветра, присутствующие в реальной атмосфере, которые вместе с ветровым переносом задают трансформацию турбулентных неоднородностей во времени, или эволюцию фазовых флуктуаций.

Под эволюцией фазовых флуктуаций понимается процесс постепенных количественных изменений флуктуаций волнового фронта, в результате которых происходит его качественное изменение. Поскольку обусловленные атмосферной турбулентностью фазовые флуктуации светового поля носят случайный характер, и скорость эволюции фазовых флуктуаций является случайной величиной, то алгоритм ее вычисления основан на корреляционных свойствах измерений ДВФ Шэка–Гартмана [11].

Цель данной работы состоит в том, чтобы разработать численную модель неповторяющихся случайных фазовых экранов, меняющихся под действием ветрового переноса заданной скорости и мелкомасштабных случайных флуктуаций ветра. На основе разработанной модели предполагается оценить корреляционный алгоритм вычисления скорости ветрового переноса турбулентности, а также скорости эволюции фазовых флуктуаций.

\* Леонид Владимирович Антошкин (lant@iao.ru); Виталий Валериевич Лавринов (lvv@iao.ru); Лидия Николаевна Лавринова (lnl@iao.ru).

## Описание корреляционного алгоритма

В плоскости регистрации датчика локальные наклоны волнового фронта, приходящего на входную апертуру системы, представляются в виде координат центроидов [12, 13]:

$$\xi_k = \sum_{i=1}^{n_i} i I_i / \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}, \quad \eta_k = \sum_{j=1}^{n_j} j I_j / \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij},$$

$$I_i = \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}, \quad I_j = \sum_{i=1}^{n_i} I_{ij}, \quad (1)$$

где  $I_{ij}$  — измеренное значение интенсивности сигнала элемента с координатами  $i, j$ ;  $i = 1, 2, \dots, n_i$ ;  $j = 1, 2, \dots, n_j$ ;  $n_i, n_j$  — размерности субапертур (число пикселей);  $k$  — номер субапертуры в линзовом растре;  $k = 1, 2, \dots, N_{lens} \times N_{lens}$ ;  $N_{lens}$  — размерность линзового раstra.

Разности координат измеряемого волнового фронта относительно опорного  $\Delta\xi_k = \xi_k - \xi_k^0$  образуют матрицу гартманогаммы в момент времени  $t$ . Матрицы каждой из зарегистрированных  $N_{scr}$  гартманогамм последовательно размещаются в матрице  $C_\xi$ . Поперечная составляющая скорости ветра  $v_x$  в плоскости линзового раstra соответствует скорости ветрового переноса турбулентности вдоль входной апертуры системы и определяется из корреляционного анализа матрицы  $C_\xi$  [14]. Между последним (или первым) столбцом матрицы  $C_\xi$  и всеми предыдущими (или последующими) столбцами вычисляются коэффициенты корреляции, которые образуют поле корреляции  $R_{\xi\xi}$ . Вычисление скорости ветрового переноса турбулентности выполняется в результате анализа корреляционного поля  $R_{\xi\xi}$ . Полагаем, что конкретные турбулентные искажения волнового фронта за время  $\tau$  переместились на расстояние, соответствующее  $N_s$  столбцам матрицы  $C_\xi$ . В матрице  $C_\xi$  это расстояние между анализируемым столбцами, которому соответствует расстояние между двумя коэффициентами корреляции с максимальными значениями на корреляционном поле  $R_{\xi\xi}$ .

Формирование матрицы  $C_\xi$  в режиме мониторинга реализуется следующим образом: в момент регистрации гартманогаммы добавляются  $N_{lens}$  зарегистрированных столбцов, при этом первые  $N_{lens}$  столбцов из матрицы  $C_\xi$  удаляются. Таким образом, при неизменной длине выборки  $N_{scr}$  в каждый момент времени  $t$  образуется новая матрица  $C_\xi$ , корреляционный анализ которой позволяет рассчитать мгновенное значение скорости поперечного ветрового переноса турбулентных неоднородностей по формуле [14]:

$$v_x = h \cdot (n_{scr} - n_{corr}) / (N_{scr} \cdot \Delta t), \quad (2)$$

где  $n_{scr}$  — номер столбца последнего кадра  $N_{scr}$ ;  $n_{corr}$  — номер столбца кадра  $N_{corr}$ , образующего пару с максимальной корреляцией относительно столбца  $n_{scr}$ ;  $N_{corr}$  — номер кадра со столбцом с максимальной корреляцией относительно последнего кадра;  $h$  — шаг по входной апертуре системы;  $\nu = 1/\Delta t$  — частота кадров видеокамеры;  $\Delta t$  — время между кадрами. Время переноса турбулентности  $\tau$  определяется отношением числа гартманогамм  $N_{scr}$  к частоте кадров видеокамеры  $\nu$ , т.е.  $\tau = N_{scr} \Delta t$ .

Чтобы оценить, как на скорость ветра влияют характеристики турбулентных искажений волнового фронта, перейдем к фазовым соотношениям.

## Фазовые соотношения для измерений ДВФ Шэка—Гартмана

Измеряемые датчиком локальные наклоны волнового фронта пропорциональны разностям координат центроидов [15]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{f} \Delta \xi_k, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{f} \Delta \eta_k, \quad k = 1, 2, \dots, N_{lens} \times N_{lens},$$

и флуктуируют в пределах одиночной субапертуры диаметром  $D$  и фокусным расстоянием  $f$ . Характеристикой искажений волнового фронта является структурная функция флуктуаций фазы [4–6]:

$$D_\varphi(x, y) = \kappa^2 \cdot W_x(D),$$

где  $W_x(D) = \langle [r_2 - r_1]^2 \rangle$  — средний квадрат флуктуаций разности хода  $x$  между двумя точками волнового фронта, удаленными друг от друга на расстояние  $D$ ;  $\kappa = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\lambda$  — длина волны. Дисперсия флуктуаций угла прихода  $\sigma^2$  связана со структурной функцией флуктуаций фазы  $D_\varphi(D)$  выражением

$$\sigma^2 = \frac{1}{\kappa^2 D^2} D_\varphi(D)$$

и пропорциональна дисперсии флуктуаций разностей координат центроидов [12]:

$$\sigma^2 = \frac{1}{f^2} \sigma_\xi^2, \quad \sigma_\xi^2 = \frac{1}{N_{scr} - 1} \sum_{i=1}^{N_{scr}} (\Delta \xi_i - \langle \Delta \xi \rangle)^2.$$

Тогда имеет место выражение

$$\sigma_\xi^2 = \frac{f^2}{\kappa^2 D^2} D_\varphi(D).$$

В рамках модели турбулентности Колмогорова выражение структурной функции флуктуаций фазы имеет вид  $D_\varphi(D) = 0,73 \kappa^2 L C_n^2 D^{5/3}$  при  $D \gg \sqrt{\lambda L}$  и  $D_\varphi(D) = 0,365 \kappa^2 L C_n^2 D^{5/3}$  при  $D \ll \sqrt{\lambda L}$ . В нашем

случае [14] дисперсия флуктуаций разности координат центроидов  $\sigma_{\xi}^2$  выражается следующим образом:

$$\sigma_{\xi}^2 = 0,365f^2LC_n^2D^{-1/3}. \quad (3)$$

Радиус Фрида  $r_0$  связан со структурной постоянной показателя преломления  $C_n^2$  выражением [4]:

$$r_0^{-5/3} = 0,423\kappa^2C_n^2L, \quad (4)$$

тогда дисперсия  $\sigma_{\xi}^2$  пропорциональна степени отношения диаметра субапертуры  $D$  к радиусу Фрида  $r_0$  [7, 16]:

$$\sigma_{\xi}^2 = 0,022\left(\frac{\lambda f}{D}\right)^2\left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3}. \quad (5)$$

### Корреляционные соотношения для измерений ДВФ Шэка–Гартмана

Зависимость между радиусом Фрида  $r_0$ , который является мерой искаженности волнового фронта, и числом субапертур между анализируемыми столбцами матрицы  $C_{\xi}$  выражается из оценки флуктуаций разности одной из координат двух анализируемых центроидов, расположенных относительно друг друга в направлении изменения данной координаты.

Пусть  $\xi_l$  и  $\xi_m$  — координаты двух центроидов, соответствующих субапертурам с диаметром  $D$ , центры которых разнесены на расстояние  $d$  в направлении  $OX$ , — являются случайными величинами. Дисперсия флуктуаций разности  $\xi_l$  и  $\xi_m$   $\sigma_{\xi_l-\xi_m}^2 = \sigma_{\xi_l}^2 + \sigma_{\xi_m}^2 - 2\text{cov}(\xi_l, \xi_m)$ . Без учета анизотропии, т.е. при условии  $\sigma_{\xi_l}^2 = \sigma_{\xi_m}^2 = \sigma_{\xi}^2$ , дисперсия флуктуаций разности координат центроидов вычисляется по формуле [15]:

$$\sigma_{\xi_l-\xi_m}^2 = \sigma_{\Delta\xi}^2 = 2(\sigma_{\xi}^2 - B_{\xi}), \quad (6)$$

где  $B_{\xi} = \text{cov}(\xi_l, \xi_m)$  — корреляционная функция флуктуаций координат центроидов.

Продольная корреляционная функция флуктуаций угла прихода  $B(r)$  связана со структурной функцией флуктуаций фазы  $D_{\phi}(x, 0)$  [4, 5]:

$$B(r) = \frac{1}{2\kappa^2} \frac{\partial^2 D_{\phi}(x, 0)}{\partial x^2},$$

тогда

$$B(r) = \frac{f^2}{2\kappa^2} \frac{\partial^2 D_{\phi}(x, 0)}{\partial x^2}.$$

Принимая во внимание, что

$$D_{\phi}(r) = 6,88\left(\frac{r}{r_0}\right)^{5/3},$$

где  $r^2 = x^2 + y^2$ , в результате дифференцирования по  $x$  при  $x = d$  продольная корреляционная функция флуктуаций координат центроидов  $B_{\xi}(r)$  выражается следующим образом:

$$B_{\xi}(r) = \frac{f^2}{2\kappa^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( 6,88 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{5/3} \right) = 0,097\lambda^2 f^2 r_0^{-5/3} d^{-1/3}. \quad (7)$$

Поперечная корреляционная функция флуктуаций координат центроидов в результате дифференцирования по  $y$  выражается в виде

$$B_{\eta}(r) = 0,145\lambda^2 f^2 r_0^{-5/3} d^{-1/3}.$$

Подставляя в формулу (6) правые части равенств (5) и (7), получим выражение

$$\sigma_{\Delta\xi}^2 = 2(0,022\lambda^2 f^2 r_0^{-5/3} D^{-1/3} - 0,097\lambda^2 f^2 r_0^{-5/3} d^{-1/3}),$$

которое после преобразования примет вид

$$\sigma_{\Delta\xi}^2 = 0,194\lambda^2 f^2 r_0^{-5/3} (0,227D^{-1/3} - d^{-1/3}). \quad (8)$$

Для поперечной корреляции

$$\sigma_{\Delta\eta}^2 = 0,29\lambda^2 f^2 r_0^{-5/3} (0,152D^{-1/3} - d^{-1/3}).$$

В линзовом растре с плотной упаковкой линз диаметром  $D$  расстояние между центрами анализируемых субапертур и, соответственно, расстояние между столбцами в матрице  $C_{\xi}$  определяется выражением  $d = D \cdot (n_{scr} - n_{corr}) = DN_s$ , где  $N_s$  — число столбцов в матрице  $C_{\xi}$ , при этом номера  $n_{corr}$ ,  $n_{scr}$  согласно формуле (2) соответствуют номерам столбцов с максимальным значением коэффициента корреляции. Таким образом, имеет место выражение

$$\sigma_{\Delta\xi}^2 = 0,194\left(\frac{\lambda f}{D}\right)^2\left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3} (0,227 - N_s^{-1/3}). \quad (9)$$

Дисперсия  $\sigma_{\Delta\xi}^2$  пропорциональна, как и в формуле (5), степени отношения диаметра субапертуры  $D$  к радиусу Фрида  $r_0$  и в силу определения дисперсии разность  $0,227 - N_s^{-1/3}$  должна быть неотрицательна:  $N_s^{-1/3} \leq 0,227$ .

Ковариация случайных функций  $\xi_l$  и  $\xi_m$  выражается через их корреляцию  $R(\xi_l, \xi_m)$  следующим образом:  $\text{cov}(\xi_l, \xi_m) = R(\xi_l, \xi_m)\sqrt{\sigma_{\xi_l}^2\sigma_{\xi_m}^2}$ . Тогда согласно формуле (6) имеет место следующее выражение:

$$R(\xi_l, \xi_m) = 1,0 - \frac{\sigma_{\Delta\xi}^2}{\sigma_{\xi_l}^2 + \sigma_{\xi_m}^2}. \quad (10)$$

Корреляция случайных функций  $\xi_l$  и  $\xi_m$ , представляющих столбцы в матрице  $C_{\xi}$ , имеет максимальное значение, если  $\sigma_{\Delta\xi}^2 = 0$ , т.е. если  $0,227 - N_s^{-1/3} = 0$ .

С другой стороны, подставим в формулу (10) правые части выражений (5) и (9):

$$R(\xi_l, \xi_m) = 1,0 - 0,194 \left( \frac{\lambda f}{D} \right)^2 \left( \frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \times \\ \times (0,227 - N_s^{-1/3}) / 0,044 \left( \frac{\lambda f}{D} \right)^2 \left( \frac{D}{r_0} \right)^{5/3}.$$

Получим выражение

$$R(\xi_l, \xi_m) = 1,0 - 4,41(0,227 - N_s^{-1/3})$$

или

$$R(\xi_l, \xi_m) = 4,41 \cdot N_s^{-1/3}. \quad (11)$$

Число столбцов в матрице  $C_{\xi}$ , характеризующее расстояние от кадра со столбцом с максимальной корреляцией относительно последнего кадра, зависит от скорости и от времени переноса фазовых искажений светового поля. Продемонстрировать данное утверждение можно на численной модели.

## Численная модель эволюции фазовых флуктуаций светового поля

Для моделирования эволюции фазовых флуктуаций светового поля необходимо получить неограниченную и непериодическую выборку случайных фазовых экранов [17]. Каждый из этих экранов представляет собой численную модель турбулентности, для описания которой использовался спектр фон Кармана (модификация спектра Колмогорова–Обухова) [18], задающий турбулентные искажения в виде спектральной плотности фазовых флуктуаций светового поля в пределах инерционного интервала  $[l_0; L_0]$ :

$$F_s(\mathbf{x}) = 0,489r_0^{-5/3}(\mathbf{x}^2 + \mathbf{x}_0^2)^{-11/6} \exp(-\mathbf{x}^2/\mathbf{x}_m^2), \quad (12)$$

где  $\mathbf{x}^2 = \mathbf{x}_x^2 + \mathbf{x}_y^2$ ;  $\mathbf{x}_m = 2\pi/l_0$ ,  $\mathbf{x}_0 = 2\pi/L_0$  — волновые числа, соответствующие внутреннему и внешнему масштабам турбулентности.

Поступательное движение случайного поля фазовых флуктуаций, или смещение распределения двумерного массива  $S_{L,M}$  из коэффициентов Фурье для случайного поля фазовых флуктуаций вдоль входной апертуры адаптивной системы в момент времени  $t$ , соответствует добавлению линейной составляющей к фазе Фурье-образа, т.е.

$$S_{L,M} = [F_S(\mathbf{x}_{L,M})]^{1/2} \times \\ \times \Delta \mathbf{x} \exp(i\varphi_{rand}) \exp(i\Delta \mathbf{x} t [v_x L + v_y M]), \quad (13)$$

где  $\mathbf{x}_{L,M} = \Delta \mathbf{x} \sqrt{(L^2 + M^2)}$ ;  $\Delta \mathbf{x}$  — шаг дискретизации по пространственной частоте;  $\varphi_{rand}$  — равномерно распределенная фаза Фурье-образа в интервале  $[0, 2\pi]$ ;  $L, M$  — индексы, соответствующие узлам расчетной сетки  $\Delta \mathbf{x} = 2\pi/(N_{grid} \cdot \Delta \rho)$ ;  $\Delta \rho$  —

расстояние между разнесенными точками с координатами  $\rho = (x, y)$ ,  $N_{grid}$  — размер расчетной сетки;  $v_x = |\mathbf{v}| \cos(\theta)$ ,  $v_y = |\mathbf{v}| \sin(\theta)$  — поперечные составляющие скорости ветра;  $\theta$  — угол между направлением вектора скорости ветра и осью абсцисс. Компонента  $v_y$  невелика и ею можно пренебречь, полагая, что  $\theta = 0$ .

Наряду с переносом турбулентных неоднородностей ветром необходимо учитывать дополнительную временную трансформацию распределения турбулентных неоднородностей за счет мелкомасштабных флуктуаций скорости ветра, присутствующих в реальной атмосфере [17]. Для их описания может быть применен атмосферный спектр турбулентности, отличный от закона мощности Колмогорова–Обухова. Модель движения случайного поля фазовых флуктуаций (13) будет включать в себя параметр, характеризующий мелкомасштабные флуктуации скорости ветра. Под мелкомасштабными флуктуациями скорости ветра подразумеваются пространственные неоднородности распределения скорости ветра, размер которых не превышает размера пучка. В модели мелкомасштабные флуктуации скорости ветра задаются варьированием мощности спектральной плотности фазовых флуктуаций светового поля во времени.

Пусть эволюция фазовых флуктуаций задается параметром  $\alpha$ , характеризующим степень изменения структурной функции флуктуаций показателя преломления, тогда закон для структурной функции флуктуаций показателя преломления имеет вид [10]:

$$D_n(\rho, \alpha) = C_n^2 \rho^{\alpha-3}, \quad (14)$$

где  $\rho = |\mathbf{r}|$  — расстояния между разнесенными точками с координатами  $\mathbf{r} = (x, y)$ ; при этом  $3 < \alpha < 5$ . Закон «двух третей» Колмогорова–Обухова является частным случаем (14) при  $\alpha = 3,67$ . Спектр плотности флуктуаций показателя преломления в пределах инерционного интервала  $l_0 \ll \rho \ll L_0$  будет иметь вид

$$\Phi_n(\mathbf{x}, \alpha) = A(\alpha) C_n^2 (\mathbf{x}_x^2 + \mathbf{x}_y^2 + \mathbf{x}_0^2)^{-\alpha/2} \times \\ \times \exp(-[\mathbf{x}_x^2 + \mathbf{x}_y^2] / \mathbf{x}_m^2), \quad (15)$$

где

$$\mathbf{x}_m = c(\alpha)/l_0; \quad \mathbf{x}_0 = 2\pi/L_0;$$

$$c(\alpha) = \{\pi A(\alpha) \Gamma(3/2 - \alpha/2) (1 - \alpha/3)\}^{1/(\alpha-5)};$$

$$A(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \Gamma(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2)$$

— константа, согласующая структурную постоянную  $C_n^2$  с показателем степени  $\alpha - 3$  в формуле (14);  $\Gamma(r)$  — гамма-функция, распространяющая понятие факториала на дробные, отрицательные и комплексные значения аргумента  $r$ .

Для плоской волны, прошедшей слой случай-  
но-неоднородной среды толщиной  $L$ , спектральная  
плотность флуктуаций фазы в приближении гео-  
метрической оптики имеет вид [4]:

$$F_S(\mathbf{x}, \alpha) = 2\pi k^2 L \Phi_n(\mathbf{x}, \alpha). \quad (16)$$

После умножения обеих частей равенства (4) на  
число  $A(\alpha) \frac{2\pi}{0,423}$  имеет место выражение

$$A(\alpha) \frac{2\pi}{0,423} r_0^{-5/3} = 2\pi k^2 L C_n^2 A(\alpha), \quad (17)$$

тогда турбулентные искажения задаются в виде  
спектральной плотности фазовых флуктуаций све-  
тового поля:

$$F_S(\mathbf{x}_{L,M}) = \tilde{A}(\alpha) r_0^{-5/3} (\mathbf{x}_{L,M}^2 + \mathbf{x}_0^2)^{-\alpha/2} \exp(\mathbf{x}_{L,M}^2 / \mathbf{x}_m^2), \quad (18)$$

где

$$\tilde{A}(\alpha) = \frac{1,182}{\pi} \Gamma(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi / 2).$$

Распределение двумерного массива  $S_{L,M}$  коэф-  
фициентов Фурье для случайного поля фазовых  
флуктуаций на входной апертуре адаптивной сис-  
темы, формируемое уравнениями (13) и (18), зависит  
от параметра  $\tau_0$ , который определяет вклад случай-  
ных флуктуаций ветра в трансформацию неоднородностей  
атмосферы в сравнении с их переносом и задает эволюцию  
фазовых флуктуаций с помощью рекуррентной формулы  
относительно параметра  $\alpha$ :  $\alpha(t+1) = \alpha(t) + \tau_0$  при  
условиях  $\alpha(0) = 3,05$  и  $\alpha(n) = 4,6$ , где  $n$  – число  
итераций. Задание параметра  $\tau_0$  и скорости переноса  
турбулентных неоднородностей  $v_x$  позволяет получить  
неограниченную и непериодическую выборку случайных  
фазовых экранов [19]. Важным моментом при моделировании  
является соотношение между временем переноса турбулент-

ных неоднородностей и временем мелкомасштабных  
случайных флуктуаций скорости ветра.

## Результаты численных экспериментов

На рис. 1 представлены профили случайных  
фазовых экранов, которые соответствуют различным  
значениям мощности пространственного спектра  
фазовых флуктуаций. Варьирование значений  
мощности при моделировании эволюции фазовых  
флуктуаций светового поля вызывает изменение  
мелкомасштабных флуктуаций ветра.

Результаты корреляционного анализа выборки  
из 300 гартманограмм относительно параметра  $\tau_0$   
показывают, что положение максимального коэф-  
фициента корреляции, относительно которого оп-  
ределяется скорость поперечного ветрового переноса  
турбулентных неоднородностей, совпадает для  
всех значений параметра  $\tau_0$ , если время, в течение  
которого варьируются мелкомасштабные флуктуа-  
ции скорости ветра, совпадает со временем ветрового  
переноса турбулентности. Однако если за один  
временной отрезок переноса турбулентности мелко-  
масштабные флуктуации ветра варьируются не-  
сколько раз, то в поле корреляции положение мак-  
симального значения коэффициента корреляции  
меняется (рис. 2).

Время переноса случайного фазового экрана  
составляет  $\tau = 3$  с. Из рис. 2 следует, что чем чаще  
варьируются мелкомасштабные флуктуации ветра  
в течение времени переноса турбулентности, тем  
сильнее эволюционирует случайный фазовый экран  
и тем выше значение скорости эволюции фазовых  
флуктуаций. Таким образом, корреляционный ме-  
тод на основе анализа измерений датчика Шэка–  
Гартмана позволяет измерить не только скорость  
переноса турбулентности, но и скорость эволюции  
фазовых флуктуаций светового поля. Причем зна-  
чение скорости эволюции фазовых флуктуаций  
включает в себя скорость переноса турбулентных  
неоднородностей (рис. 3, б).

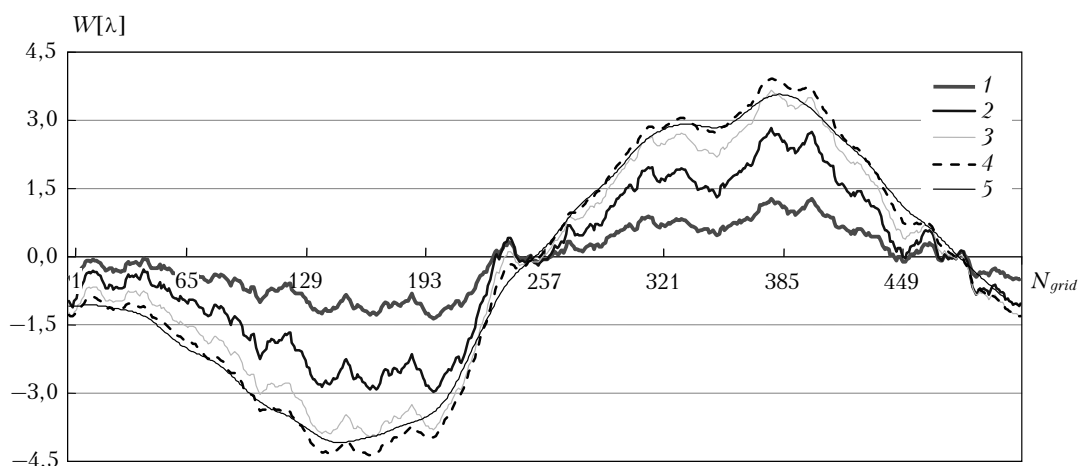


Рис. 1. Профили случайных фазовых экранов в зависимости от параметра  $\alpha$ :  $\alpha = 3,05$  (1); 3,3 (2); 3,67 (3); 4,0 (4); 4,5 (5)

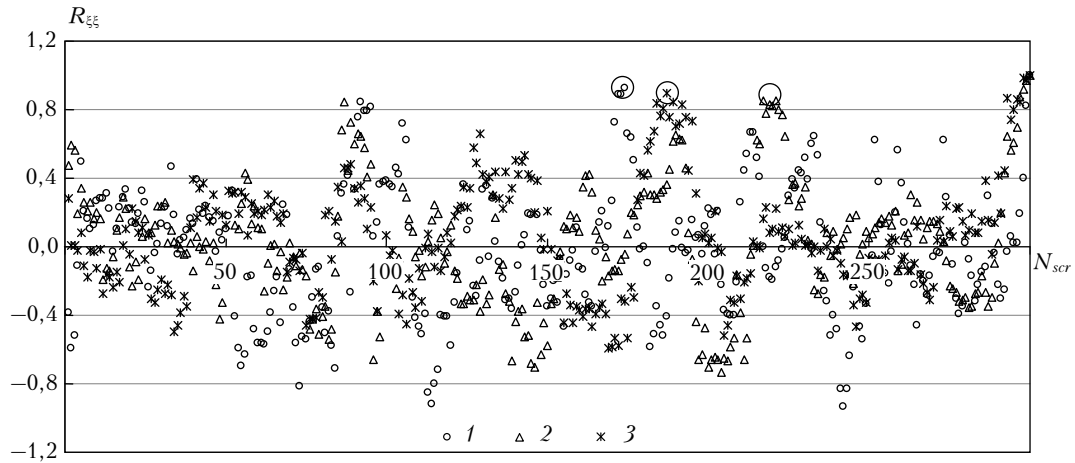
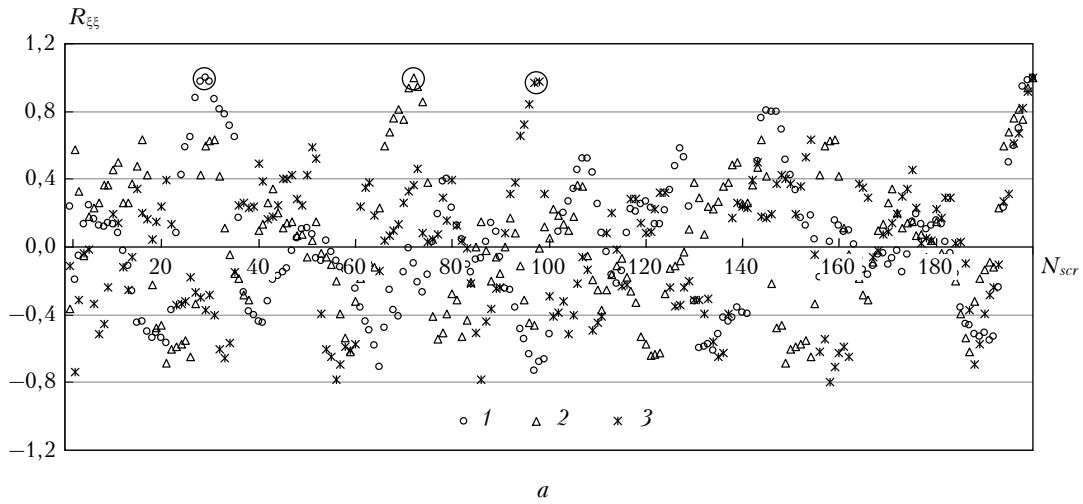
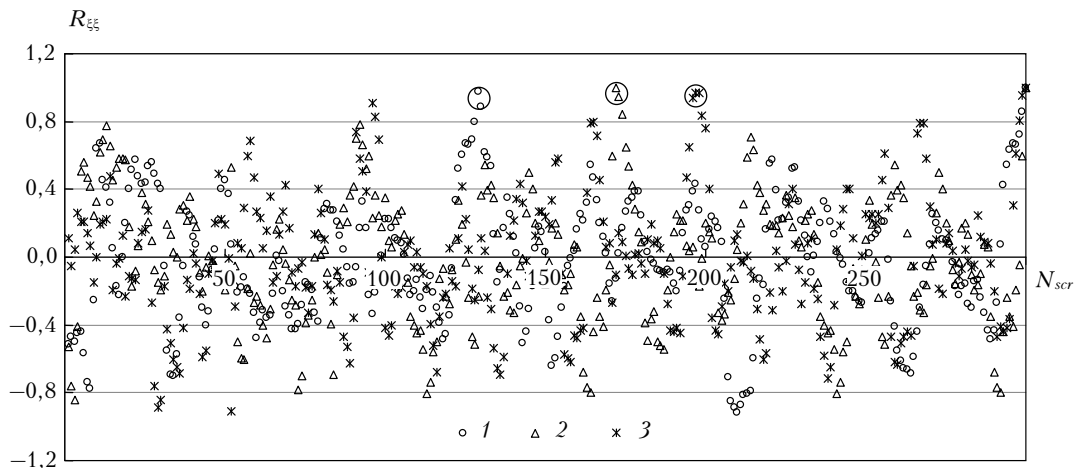


Рис. 2. Поле корреляции для распределения случайного фазового экрана ( $\alpha = 3,67$ ), совершающего поступательное движение со скоростью  $v_x = 4,0$  м/с и параметром, характеризующим вклад случайных флуктуаций ветра  $\tau_0 = 0,25$ , начиная с  $\alpha(0) = 3,67$ : ряд 1 соответствует одной итерации за время переноса фазового экрана; ряд 2 – двум итерациям; ряд 3 – трем



a



б

Рис. 3. Поля корреляции  $R_{\xi\xi}$  для распределения случайного фазового экрана ( $\alpha = 3,67$ ), совершающего поступательное движение со скоростью  $v_x = 3,0; 4,0; 5,0$  м/с (ряды коэффициентов корреляции 1, 2, 3 соответственно). Время переноса случайного фазового экрана  $\tau = 2$  с (a);  $\tau = 3$  с (б)

Положение на корреляционном поле  $R_{\xi\xi}$  максимального значения коэффициента корреляции не зависит от длины выборки случайных фазовых экранов или анализируемых гартманограмм. В численных экспериментах, результаты которых представлены на рис. 3, варьировалась не только скорость переноса турбулентных неоднородностей  $v_x = 3,0\text{--}5,0$  м/с, но и длина выборки  $N_{scr}$  (200 и 300 кадров). Время между кадрами  $\Delta t = 0,01$  с. Соответственно, менялось время поступательного движения случайного фазового экрана: 2 с, 3 с.

Из анализа корреляционных полей  $R_{\xi\xi}$ , представленных на рис. 3, следует, что если номера  $n_{corr}, n_{scr}$  соответствуют номерам столбцов с максимальным значением коэффициента корреляции, то для частоты кадров камеры  $\nu = 100$  Гц независимо от длины выборки  $N_{scr}$  для скоростей  $v_x = 3,0; 4,0; 5,0$  м/с (ряды 1, 2, 3 на рис. 3 соответственно) для данного фазового распределения число кадров  $N$  между кадром со столбцом с максимальной корреляцией относительно последнего кадра равно 171, 128, 102; при частоте 200 Гц число  $N$  будет составлять 85, 64, 51 соответственно. Можно утверждать, что для скоростей  $v_x = 3,0; 4,0$  и  $5,0$  м/с длина выборки должна быть не менее 200 кадров; для  $v_x = 1,0$  и  $2,0$  м/с – не менее 300. Для вычисления скоростей  $6,0\text{--}10,0$  м/с длина выборки  $N_{scr}$  должна составлять не менее 100 кадров.

С возрастанием скорости, с которой распределение случайного фазового экрана совершает поступательное движение, число столбцов  $n_{scr} - n_{corr} = N_s$  и, соответственно, число кадров  $N$  между кадром со столбцом с максимальной корреляцией относительно последнего кадра уменьшается. Для скоростей  $6,0\text{--}10,0$  м/с  $N$  составляет 85, 73, 64, 57, 51 кадр.

Для случайного поля на входной апертуре адаптивной системы, формируемого уравнениями (13) и (18), число кадров  $N$  связано со скоростью переноса турбулентности, временем между кадрами  $\Delta t$  и шагом дискретизации по пространственной частоте  $\Delta \alpha$  следующим выражением:  $N = 2\pi/(\Delta \alpha \Delta t v_x)$ .

## Заключение

Представлен новый подход в моделировании неограниченной и непериодической выборки случайных фазовых экранов, позволяющий воспроизводить эволюцию фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной системы с заданной скоростью. Посредством модели, имитирующей ветровой перенос неоднородностей и мелкомасштабные фазовые флуктуации ветра во времени, проведены численные эксперименты. Анализ результатов показал, что корреляционный алгоритм на основе измерений датчика Шэка–Гартмана вычисляет мгновенное значение скорости ветрового переноса турбулентных неоднородностей, а также определяет скорость эволюции фазовых флуктуаций волнового фронта в данный момент времени.

Для смоделированной выборки случайных фазовых экранов корреляционный алгоритм отслеживает связь между скоростью переноса турбулентности, временем переноса и числом кадров между последним кадром и кадром со столбцом с максимальной корреляцией в матрице, которая формируется по выборке гартманнограмм.

Следует отметить, что алгоритм, моделирующий выборку неповторяющихся случайных фазовых экранов, является не более затратным по времени в сравнении с алгоритмом, формирующим периодическую выборку. Корреляционный алгоритм вычисления скорости эволюции фазовых флуктуаций может достаточно быстро работать в режиме мониторинга измерений датчика Шэка–Гартмана, а также вести расчеты по измерениям, сохраненным в базе данных по атмосферной трассе.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-19-20013.

1. Лукин В.П. Динамические характеристики адаптивных оптических систем // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 11. С. 1027–1035.
2. Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н., Лукин В.П., Туев М.В. Особенности опережающей коррекции турбулентных искажений по измерениям датчика Шэка–Гартмана // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 11. С. 1042–1047; Antoshkin L.V., Lavrinov V.V., Lavrinova L.N., Lukin V.P., Tuev M.V. Peculiarities of forestalling correction of the turbulent distortions according to measurements of the Shack–Hartmann sensor // Atmos. Ocean. Opt. 2011. V. 24, N 3. P. 313–318.
3. Лавринов В.В., Копылов Е.А., Лукин В.П. Разработка эффективных алгоритмов управления адаптивными оптическими системами для астрономических приборов и лазерных оптоэлектронных систем // Сб. трудов V науч.-техн. конф. ОАО «ГСКБ «Алмаз–Антей», Москва, 25–27 сентября, 2014. С. 476–483.
4. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
5. Гурвич А.С., Кон А.И., Мионов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
6. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985. 336 с.
7. Пикuleв С.В., Семенов В.В., Черных А.В., Шанин О.И., Циталкин В.И. Испытания адаптивной оптической системы на модельной атмосферной турбулентной трассе // Автометрия. 2012. Т. 48, № 2. С. 67–75.
8. Носов В.В., Ковадло П.Г., Лукин В.П., Торгаев А.В. Атмосферная когерентная турбулентность // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 9. С. 753–759; Nosov V.V., Kovadlo P.G., Lukin V.P., Torgaev A.V. Atmospheric coherent turbulence // Atmos. Ocean. Opt. 2013. V. 26, N 3. P. 201–206.
9. Лукин В.П., Носов В.В., Носов В.Е., Торгаев А.В. Причины проявления неколомоговской турбулентности в атмосфере // Успехи современного естествознания. 2014. № 12. С. 369–377.
10. Toselli I. Introducing the concept of anisotropy of different scales for modeling optical turbulence // J. Opt. Soc. Amer. A. 2014. V. 31, N 8. P. 1868–1875.
11. Verin J., Roddier F. Experimental determination of two-dimensional spatiotemporal power spectra of stellar

- light scintillation. Evidence for a multilayer structure of the air turbulence in the upper troposphere // *J. Opt. Soc. Amer.* 1973. V. 63, N 3. P. 270–273.
12. *Рукосуев А.Л., Кудряшов А.В., Лылова А.Н., Самаркин В.В., Шелдакова Ю.В.* Адаптивная оптическая система для коррекции волнового фронта в реальном времени // *Оптика атмосф. и океана.* 2015. Т. 28, № 2. С. 189–195; *Rukosuev A.L., Kudryashov A.V., Lylova A.N., Samarkin V.V., Sheldakova Yu.V.* Adaptive optics system for real-time wavefront correction // *Atmos. Ocean Opt.* 2015. V. 28, N 4. P. 381–386.
  13. *Лукин В.П., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Корольков В.П., Лавринова Л.Н., Насыров Р.К., Полещук А.Г., Черкашин В.В.* Датчик Шэка–Гартмана на основе раstra низкоапертурных внеосевых дифракционных линз // *Автометрия.* 2009. Т. 45, № 2. С. 88–98.
  14. *Антошкин Л.В., Голенева Н.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н.* Метод вычисления поперечных составляющих скорости ветра на входной апертуре адаптивной системы по измерениям датчика волнового фронта Шэка–Гартмана // *Автометрия.* 2015. Т. 51, № 6. С. 63–69.
  15. *Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н., Лукин В.П.* Дифференциальный метод в измерении параметров турбулентности и скорости ветра датчиком волнового фронта // *Оптика атмосф. и океана.* 2008. Т. 21, № 1. С. 75–80.
  16. *Банах В.А., Велов В.В., Землянов А.А. Креков Г.М., Лукин В.П., Матвиенко Г.Г., Суханов А.Я., Фалиц А.В.* Распространение оптических волн в неоднородных, случайных, нелинейных средах / Под ред. А.А. Землянова. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2012. 402 с.
  17. *Дудоров В.В., Колосов В.В., Филимонов Г.А.* Алгоритм формирования бесконечных турбулентных экранов для моделирования долговременных лазерных экспериментов в атмосфере // *Известия ТПУ.* 2006. Т. 309, № 8. С. 85–89.
  18. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 211 с.
  19. *Киселев В.Ю., Берченко Е.А., Филатов А.С., Коняев П.А., Лавринова Л.Н., Лукин В.П.* Имитатор фазовых искажений волнового фронта // *Фотоника.* 2014. Т. 46, № 4. С. 34–49.

***L.V. Antoshkin, V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova. Numerical analysis of the evolution of phase fluctuations of a light field at the entrance aperture of an adaptive optics system.***

The paper presents a new algorithm for generating random phase screens, which are used in the numerical solution of the problem of laser radiation propagation in a turbulent atmosphere. Developed on the basis of this algorithm, a numerical model of the evolution of phase fluctuations of a light field at the entrance aperture of an adaptive optics system allows us to estimate the temporal transformation of atmospheric inhomogeneities, which include small-scale wind fluctuations, which occur in the real atmosphere, along with the wind transfer of turbulent inhomogeneities. Using this numerical model, a correlation method for calculation of the speed of the crosswind turbulence transfer from measurements of a wavefront Shack–Hartmann sensor is analyzed.