

Т а б л и ц а 2

Зависимость характерных параметров популяции $N_{\pm}$, $\bar{N}_{\pm}$ от показателя k

k	$\bar{N}_{+} \cdot 10^{-5}$	$N_{+} \cdot 10^{-5}$	$N_{-} \cdot 10^{-5}$	$\delta, (\%)$	α_{+}	α_{-}
0,95	8,66	11,8	4,22	—	0,845	0,84
0,96	12,0	14,7	3,80	18,3	0,865	0,854
0,97	17,2	19,6	3,54	12,2	0,889	0,865
0,98	27,2	29,5	3,36	7,8	0,916	0,876
0,99	56,8	59	3,21	2,0	0,950	0,886
0,999	587	590	3,11	0,2	0,992	0,896

$N_0(\alpha)2$, приводят к режиму катастрофического дробления. Более ярко режим внезапного очищения космоса от космического мусора проявляется для популяций, описываемых математической моделью с $k \in (0,1)$.

В табл. 2 ($\bar{N}_{+}$ — приближенное значение $N_{+}(k)$, δ — погрешность) приведены количественные данные, характеризующие популяцию, которая может демонстрировать упомянутый режим.

Так, например, по табл. 2 найдем, что при $k = 0,95$ и начальном состоянии популяции $N_0/10^5 > 8,66$ при $\alpha > 0,845$ в совокупности КА по истечению некоторого времени задержки произойдет внезапное очищение пространства.

Таким образом, для описания поведения популяции космических аппаратов и их обломков в работе предложена математическая модель. На ее основе определены три типа поведения совокупности данных объектов; регулярное развитие популяции, предельная размерность которой есть приемлемое с точки зрения риска столкновений число; катастрофическое нарастание численности множества орбитальных объектов; регулярное или катастрофическое развитие популяции к больше- или малоразмерному равновесному состоянию из неустойчивого равновесного состояния популяции.

Дано определение катастрофического засорения и внезапного очищения ближнего космоса и указаны количественные критерии их наступления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Eicher P., Rex D. Debris chain reactions // AIAA Pap. — 1990. — N 1365. — 9 p.
2. Space debris // The report of the ESA Space Debris Working Group. — 1988. — P. 1—71.
3. Мозжорин Ю.А., Чекалин С.В., Гафаров А.А. // Энергия. — 1990. — № 8. — С. 25—29.
4. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. — М.: Наука, 1976.

630090, г. Новосибирск, ИТПМ РАН

Поступила в редакцию 2/IX 1993

УДК 539.89+637.226+678

А.М. Молодец, Е.Н. Еремченко

ОБОБЩЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ПОЛИМЕРНОЙ ПЬЕЗОПЛЕНКИ ОТ ДАВЛЕНИЯ УДАРНОГО СЖАТИЯ

Представлена модель электрического отклика полимерного электрета при одномерном ударно-волновом нагружении, учитывающая нелинейные эффекты при возникновении электрического отклика электрета во время ударного нагружения. На примере поливинилиденфторида показано, что модель дает качественное и количественное истолкование экспериментальных данных по электрическому отклику полимерного электрета до давлений одномерного ударно-волнового сжатия 60 ГПа.

Электретные пьезодатчики на основе поляризованных полимерных пленок (особенно поливинилиденфторида (ПВДФ) [1]) находят все более ши-

© А.М. Молодец, Е.Н. Еремченко, 1994.

рокое применение в ударно-волновых исследованиях твердых тел. Датчики используются как отметчики времени в ударно-волновом эксперименте [2], с их помощью измеряют давление ударного сжатия [3], а также регистрируют профили этого давления во времени [4]. Поэтому экспериментальное построение и теоретическое обоснование калибровочной зависимости удельного заряда q , выделяемого чувствительным элементом датчика в зависимости от давления ударного сжатия σ , — важная задача, которая до настоящего времени полностью не решена.

Авторы [5] пришли к выводу, что в исследованном ими диапазоне давлений экспериментальную зависимость $q(\sigma)$ лучше всего представить тремя полиномами третьей и пятой степеней для различных областей $\sigma - q$. При $0,01 < \sigma < 0,337$ ГПа, $0,02152 < q < 0,43$ мкКл/см²

$$\sigma = 2,86 \cdot 10^{-5} + 0,4415q + 1,027q^2 - 0,541q^3, \quad (1)$$

при $0,337 < \sigma < 2,369$ ГПа, $0,43 < q < 1,85$ мкКл/см²

$$\sigma = -5,47 \cdot 10^{-3} + 0,642q + 0,361q^2 - 7,49 \cdot 10^{-3}q^3, \quad (1a)$$

при $2,372 < \sigma < 10,0$ ГПа, $1,85 < q < 4,088$ мкКл/см²

$$\sigma = -7,36 \cdot 10^{-3} + 0,625q + 0,52q^2 - 0,231q^3 + 0,0978q^4 - 0,0112q^5. \quad (1b)$$

В [6] теоретически описана работа электретного пьезодатчика в ударной волне; в рамках линейного приближения получена прямо пропорциональная зависимость q от деформации η :

$$q = P_0 \eta, \quad (2)$$

где P_0 — подгоночная константа, представляющая собой остаточную поляризацию электрета. Это выражение удовлетворительно аппроксимирует данные [5], но недостаточно ясно описывает экспериментальные данные, чем эмпирические соотношения [1]; величина $P_0 = 11,41$ мкКл/см², определенная в [6] по данным [5], оказалась больше, чем остаточная поляризация датчиков [5]. Экспериментальные данные, полученные при более высоких давлениях [7], свидетельствуют, что зависимость $q(\eta)$ существенно отклоняется от прямой. В то же время тот факт, что экспериментальные данные могут быть в той или иной мере описаны с помощью параметров, имеющих ясный физический смысл, представляет очевидное преимущество описания [6].

Перечисленные недостатки (2), по-видимому, в значительной степени обусловлены линейным приближением, принятым в [6]. Действительно, если принять во внимание нелинейные эффекты, то можно сформулировать модель поведения полимерных электретов при ударно-волновом нагружении, которая устраняет перечисленные выше трудности в описании экспериментальных данных. При этом, как следствие, появляется возможность воспользоваться единой аналитической зависимостью, параметры которой имеют определенный физический смысл. В то же время эта зависимость описывает экспериментальные данные с не меньшим успехом, чем эмпирическое представление (1).

Рассмотрим поведение электретной пьезопленки в условиях ударно-волнового одномерного нагружения, принимая во внимание нелинейные эффекты. Вектор поляризации P объема V диэлектрика находится из выражения

$$\bar{P} = \frac{\bar{P}_\Sigma}{V}, \quad (3)$$

где $\bar{P}_\Sigma = \Sigma \bar{p}_i$ — дипольный электрический момент диэлектрика. Под V подразумеваем участок объема чувствительного элемента пленочного датчика толщиной h и единичной площадью, который подвергается одномерному нагружению вдоль h . Векторы P , P_Σ , $\bar{p}_i$, параллельные направлению нагружения, обозначим P , P_Σ , p .

Зависимость $V(P)$ за счет изменения концентрации p_i при вариации V показывает влияние одномерного сжатия на P . В этом случае могут играть роль два фактора: при сжатии макрообъема V может изменяться абсолютная величина плеча элементарных диполей и, следовательно, P_Σ . Помимо этого возможно изменение P_Σ и за счет подвижности элементарных диполей, приводящей к изменению p_i — проекции векторов элементарных диполей на направление нагружения. Предположим, что оба эти фактора (как за счет размера, так и за счет подвижности элементарных диполей) можно учесть полиномиальными коэффициентами $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ в представлении

$$P_\Sigma = P_\Sigma^0 (1 + \alpha(V_0 - V)/V_0 + \beta((V_0 - V)/V_0)^2 + \gamma((V_0 - V)/V_0)^3 + \dots), \quad (4)$$

где P_Σ^0 — величина P_Σ при начальных значениях объема V_0 и температуры T_0 . Ограничиваясь в (4) второй степенью, запишем (3) с помощью (4) в виде

$$P = \frac{P_\Sigma^0 (1 + \alpha(V_0 - V)/V_0 + \beta((V_0 - V)/V_0)^2)}{V}. \quad (5)$$

Найдем величину q датчика при сжатии его ударной волной, приводящей к изменению поляризации P . Поскольку плотность тока поляризации датчика j определяется частной производной от P по времени t ($j = \partial P / \partial t = (\partial P / \partial V) (\partial V / \partial t)$), то после дифференцирования по V выражения (5) получим

$$j = P_\Sigma^0 \left((1 + \alpha + \beta) \frac{\partial(1/V)}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\beta}{V_0^2} \frac{\partial V}{\partial t} \right). \quad (6)$$

Из (6) определится $q = \int_0^t j d\tau$ или $q = \int_{V_0}^V i dV$, где τ и V — переменные интегрирования. С учетом (6) запишем

$$q = P_0 (1 + \alpha + \beta) (V_0/V - 1) + \beta P_0 (V/V_0 - 1), \quad (7)$$

где $P_0 = P_\Sigma^0 / V_0$ — остаточная поляризация полимерного пьезоматериала.

Определим деформацию в ударной волне: $\eta = 1 - V/V_0$, где V берется на ударной адиабате при значении σ ; перепишем (7) в виде

$$q = A\eta / (1 - \eta) + B\eta^2 / (1 - \eta), \quad (8)$$

$A = P_0(1 + \alpha)$, $B = P_0\beta$. Считаем, что известна ударная адиабата материала чувствительного элемента датчика $D = C_0 + Su$ (D — скорость ударной волны, u — массовая скорость, C_0, S — параметры ударной адиабаты). В этом случае связь между σ и η на ударной адиабате задается выражением [8]

$$\sigma = \rho_0 C_0^2 \eta / (1 - S\eta)^2, \quad (9)$$

где ρ_0 — начальная плотность материала. Из (8) и (9) при нагружении датчика одномерной ударной волной связь q и σ определяется изменением объема и двумя подгоночными коэффициентами A и B , которые содержат параметры α и β , характеризующие поведение элементарных диполей при ударном сжатии в соответствии с (3) — (8).

Представив экспериментальные данные $q(\sigma)$ с помощью (8) и (9) в виде $q(\eta)$, легко найти коэффициенты A и B . Однако прежде сделаем ряд общих замечаний. Во-первых, связь между давлением и деформацией в (9) определяется по ударной адиабате $D = C_0 + Su$ (справедливой при значительных давлениях), а упругопластическими эффектами в полимере можно пренебречь. Применение (8) и (9) ограничено со стороны малых давлений величинами порядка динамического предела упругости полимера. Во-вторых,

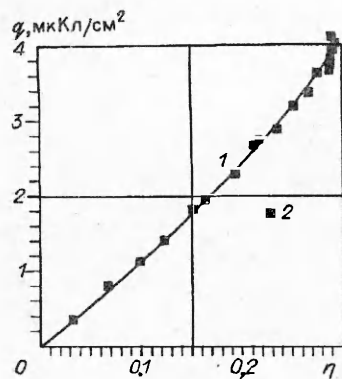


Рис. 1. Зависимость удельного заряда q от деформации η .
1 — при $A = 10,6$ мкКл/см², $B = -3,995$ мкКл/см²,
2 — экспериментальные данные [5].

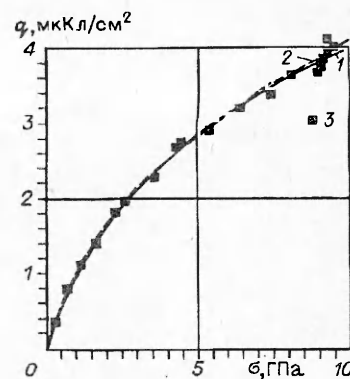


Рис. 2. Сравнение описаний экспериментальных данных по (8) (1), по (1) [5] (2), по экспериментальным данным [5] (3).

коэффициенты A и B , определенные при сжатии, могут отличаться от таковых в волне разгрузки.

Действительно, поведение элементарных диполей в волне сжатия необратимо. Например, может возникнуть необратимая дополнительная поляризация и тогда в волне разгрузки будут «работать» новые элементарные диполи. С другой стороны, возможна и необратимая деполяризация, как это отмечалось в [9]. На величину сигнала датчика в волне разгрузки должен влиять необратимый ударно-волновой разогрев материала, приводящий к увеличению его удельного объема [9]. Все эти причины приведут к тому, что калибровочная кривая $q(\eta)$, полученная в волнах сжатия, будет отличаться от таковой в волне разгрузки. Поскольку подвижность фрагментов полимеров существенно зависит от температуры, то следует ожидать и прямого влияния температуры на величину сигнала датчика, что подтверждается экспериментально [10]. Описание экспериментальных данных в рамках предложенной модели при ударно-волновом сжатии иллюстрируется рис. 1—3.

На рис. 1 представлены данные после того, как каждому значению $q(\sigma)$ из [5] сопоставлено в соответствии с (9) значение η . При этом для поливинилиденфторида с $\rho_0 = 1,8$ г/см³ использовалась ударная адиабата $D = 2,16 + 1,68u$ км/с, построенная при $P = 1 \div 30$ ГПа [9] на базе экспериментальных данных по ударно-волновому сжатию ПВДФ [1]. По данным $q(\eta)$ [5] определены коэффициенты A и B (10,600 и $-3,995$ мкКл/см² соответственно) для уравнения (8) и затем построена зависимость $q(\eta)$ (см. рис. 1). При малых деформациях, когда можно пренебречь второй ее степенью, зависимость (8) линейна, однако ко-

эффициент пропорциональности равен не остаточной поляризации P_0 , как в [6], а определяется комбинацией величин P_0 и α . При $P_0 = 9,2$ мкКл/см² [5] вычислено, что $\alpha = 0,152$, $\beta = 0,434$. Очевидно эти величины являются микроструктурными характеристиками пьезоэффекта в поливинилиденфториде, используемом в [5].

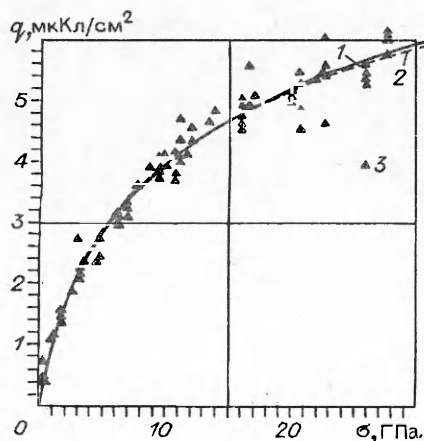


Рис. 3. Прогностическая способность модели.
1 — экстраполяция графика 1 рис. 2 в область давлений 20—30 ГПа; 2 — график (8) при $A = 10,993$ мкКл/см², $B = -5,237$ мкКл/см² (по экспериментальным данным [7]); 3 — эксперимент [7].

В целом же зависимость $q(\sigma)$ существенно нелинейна, чем и обусловлена ее громоздкая аппроксимация полиномами (1). График полиномов (1) из [5] показан на рис. 2, 2. Кривые 1 и 2 на рис. 2 практически не различаются, это значит, что при $\sigma \leq 10$ ГПа выражение (8) с найденными A и B описывает экспериментальные данные с той же детальностью, что и эмпирические соотношения (1).

Продолжение кривой 1 рис. 2 в область с $\sigma \leq 30$ ГПа хорошо совпадает с независимыми экспериментальными данными [7]. На рис. 3 кривой 1 показана зависимость (8) с коэффициентами A и B , определенными по [5] при $\sigma < 10$ ГПа ($A = 10,600$ и $B = -3,995$ мкКл/см² при $\alpha = 0,152$ и $\beta = -0,434$), а кривая 2 — по экспериментальным данным [7] при $\sigma < 30$ ГПа ($A = 10,993$ и $B = -5,237$ мкКл/см² при $\alpha = 0,195$ и $\beta = -0,569$). Видно, что кривая 1 в диапазоне 20—30 ГПа практически совпадает с кривой 2 и, естественно, хорошо аппроксимирует сами экспериментальные данные [7].

Рис. 3 также свидетельствует о том, что функциональный вид (8) не изменяется в широком диапазоне давлений ударного сжатия. Это означает, что механизм возникновения электрического отклика полимерной пьезопленки одинаков как при малых, так и при больших давлениях, несмотря на то, что температуры ударного разогрева достигают величин порядка тысячи градусов, т.е. полимерный материал сохраняет свои первоначальные пьезоэлектрические характеристики вплоть до давлений ударного сжатия 30 ГПа.

В работе [7] приведены экспериментальные данные по электрическому отклику ПВДФ в области 28—61 ГПа, где отмечено, что чувствительность ПВДФ к давлению ударного сжатия в этой области меньше, чем при $\sigma = 0 \div 28$ ГПа. Иными словами, калибровочная кривая $q(\sigma)$ как будто испытывает излом в точке $\sigma_1 \approx 28$ ГПа (см. рис. 2 [7]). Такое поведение калибровочной кривой можно было бы истолковать в рамках предлагаемой трактовки (3)—(8) следующим образом. Пусть давлению σ_1 соответствует на ударной адиабате значение объема V_1 и соответственно деформации η_1 .

Тогда, представив $q = \int_{V_0}^V j dV$ суммой

$$q = \int_{V_0}^{V_1} j dV + \int_{V_1}^V j dV, \quad (10)$$

с помощью (6) аналогично (7) и (8) получим

$$q = \frac{A\eta}{1-\eta} + \frac{B\eta_1^2}{1-\eta_1} + \frac{A_1\eta_2}{1-\eta_2} + \frac{B_1\eta_2^2}{1-\eta_2}, \quad (11)$$

где $\eta_2 = (\eta - \eta_1)/(1 - \eta_1)$; A_1 и B_1 подлежат определению выше точки излома (σ_1, η_1). Определить A_1 и B_1 можно так же, как это сделано для A и B , используя выражение (9) для представления экспериментальных данных в координатах $q - \eta$, а затем, минимизируя отклонения экспериментальных точек от кривой, найти оптимальные значения. Первая часть этого расчета проделана с данными [7], и ее результаты показаны на рис. 4. Однако выполнение второй части процедуры в настоящее время признано нецелесообразным по следующим причинам. Во-первых, ударная адиабата $D = C_0 + Su$ определена лишь в диапазоне до 30 ГПа. Поскольку же сжатие ПВДФ в области 50—70 ГПа близко к предельному $\eta = 1/S$, то пользоваться адиабатой [1—9] в этой области следует осторожно. Во-вторых, в координатах ($q - \eta$) излом кривой, которую можно было бы провести через экспериментальные точки (рис. 4, 2, 3), практически исчезает. При этом весь массив экспериментальных данных равноценно группируется около графика (8) с коэффициентами $A = 10,993$ мкКл/см², $B =$

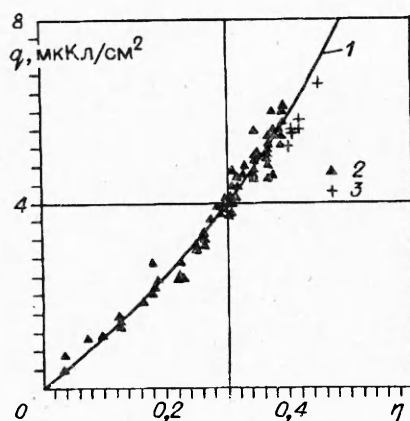


Рис. 4. Электрический отклик ПВДФ q при больших деформациях η .

1 — график (8) при $A = 10,993$ мкКл/см², $B = -5,237$ мкКл/см², продолженный до 60 ГПа; 2 — экспериментальные данные [7] для $\sigma = 0 + 28$ ГПа; 3 — то же для $\sigma = 28 + 60$ ГПа.

$= 5,237$ мкКл/см² (см. рис. 4, 1), экстраполированного в область давлений 30—70 ГПа. С этой точки зрения уменьшение чувствительности электрического отклика ПВДФ к давлению ударного сжатия в области 28—60 ГПа, отмеченное в [7], можно истолковать тем, что при больших давлениях существенно уменьшается производная деформации по давлению вдоль ударной адиабаты.

Поэтому для изменения деформации η , а следовательно в соответствии с (8), и изменения удельного заряда на одну и ту же величину при большом сжатии, требуются большие давления, что и означает уменьшение чувствительности электрического отклика пьезопленки. Но очевидно окончательный вывод по этому вопросу требует дополнительных экспериментальных данных.

Таким образом, можно сказать, что предложенная модель электрического отклика полимерного электрета при ударно-волновом нагружении оказывается в состоянии дать качественное и количественное истолкование экспериментальных данных в диапазоне давлений ударного сжатия до 60 ГПа.

Авторы выражают благодарность С.С. Набатову и А.П. Курто за полезные дискуссии при выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bauer F., in: Shock Waves in Condensed Matter—1981, eds. W.J. Nellis, L7 Seaman and R.A. Graham (Amer. Inst. Phys, 1982). — P. 251—266.
2. Борисенко В.А., Морозов В.А., Новицкий Е.З. / В сб.: 9 Всесоюз. совещ. по детонации. — Черноголовка, 1988. — Т. 1. — С. 188—192.
3. Lemar E.R. et al, in: Shock Waves in Condensed Matter—1985, eds. Y.M. Gupta (Plenum Press, New York, 1986). — P. 503—508.
4. Gustavson P.K., Tasker D.G., Forbes J.W. / In: Shock Waves in Condensed Matter—1991, eds. S.C. Schmidt, R.D. Dick, J.W. Forbes, D.G. Tasker, 1992, Elsevier Science Publishers B.V. — P. 905—908.
5. Graham R.A. et al, in: Shock Waves in Condensed Matter—1991, eds. S.C. Schmidt, R.D. Dick, J.W. Forbes, D.G. Tasker, 1992, Elsevier Science Publishers B.V. — P. 883—886.
6. Lynch C.S., Charest J.A., in: Shock Waves in Condensed Matter—1991, eds. S.C. Schmidt, R.D. Dick, J.W. Forbes, D.G. Tasker, 1992, Elsevier Science Publishers B.V. — P. 901—904.
7. Chartagnac P., et al, in: Shock Waves in Condensed Matter—1991, eds. S.C. Schmidt, R.D. Dick, J.W. Forbes, D.G. Tasker, 1992, Elsevier Science Publishers B.V. — P. 893—896.
8. Маккуин Р. и др. / В сб.: Высокоскоростные ударные явления. — Москва: Мир, 1973. — С. 299—400.
9. Набатов С.С., Якушев В.В. ФГВ. — 1993, (в печати).
10. Solie D.J., et al, in: Shock Waves in Condensed Matter—1991, eds. S.C. Schmidt, R.D. Dick, J.W. Forbes, D.G. Tasker, 1992, Elsevier Science Publishers B.V. — P. 891—892.

142432,, п. Черноголовка,
ИХФ РАН

Поступила в редакцию 15/XII 1993