

Анализ (26) показал, что с увеличением $c_{10}(c_{10} > c_{1h})$ или $c_{1h}(c_{1h} > c_{10})$ продольный перепад давления при заданном Q возрастает.

Проведенный анализ формул (25), (26) показал, что в пределе при $c_{10}, c_{1h} \rightarrow 0$ формулы для распределений v_z и p переходят к известным формулам для однокомпонентного газа

$$v_z = \frac{\alpha_{20}}{2\mu} h^2 t (1 - \bar{t}), \quad p = p_0 - \alpha_{20} z,$$

где $\alpha_{20} = 12\mu Q/(bh^3n)$.

Таким образом, явление перекоденсации молекул одного из компонентов бинарной газовой смеси существенно влияет на распределения продольного перепада давления и продольной составляющей массовой скорости течения в канале. Полученные в данной работе формулы можно использовать и для описания течения бинарных газовых смесей в разнотемпературных каналах с малыми перепадами температуры [1], когда коэффициенты переноса (динамической вязкости, диффузии, теплопроводности) можно считать не зависящими от температуры величинами.

Поступила 26 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Meisen A., Bobkiewicz A. J., Cooke N. E., Farcas E. J. The separation of micron-size particles from air by diffusiophoresis. — Can. Journ. Chem. Eng., 1971, vol. 49, p. 449.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. 3-е изд. М., Наука, 1970.
3. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1961.

УДК 532.526.2:533.69.011.5

РАСЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ВНЕШНИМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ЗА УСТУПОМ

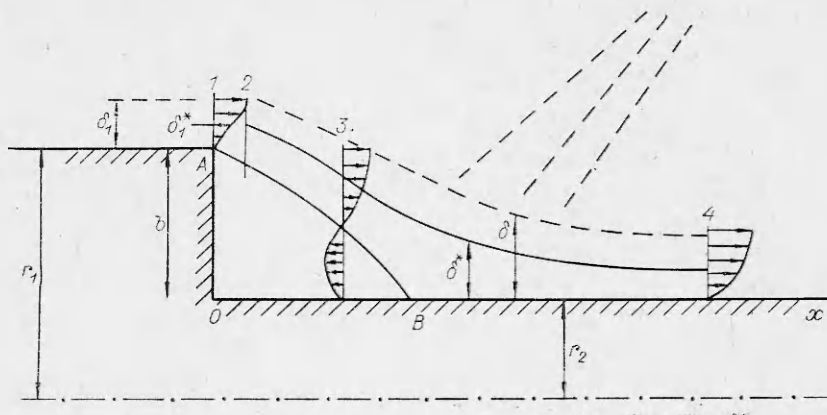
А. Н. Антонов

(Москва)

Можно указать ряд работ, посвященных исследованию течений в зонах отрыва и присоединения ламинарного пограничного слоя [1—12]. Остановившись на расчетных методах, следует отметить, что впервые метод взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком для определения течений в донной области был предложен в работе [1]. Однако недостаточные данные по характеристикам несжимаемого ламинарного пограничного слоя не дали возможности получить удовлетворительные результаты по донному давлению. В работах [4, 5] предложенная методика модифицируется и применяется в области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем [4], а также в области отрыва ламинарного пограничного слоя на цилиндрическом теле, обтекаемом потоком в поперечном направлении [5].

В данной работе расчет течений за плоскими и осесимметричными уступами проводится на основе схемы взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком.

1. Рассмотрим следующую приближенную схему течения в донной области за уступом, обтекаемым равномерным сверхзвуковым потоком, которая представляет собой схему типичного взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком (фиг. 1). Между сечениями 1 и 2 происходит расширение потока, АВ — линия постоянного расхода, В — критическая точка. Штриховой линией обозначена граница погра-



Ф и г. 1

ничного слоя. Непосредственно за телом между сечениями 2 и 3 располагается изобарическая отрывная область, так что течение взаимодействия начинается с некоторого сечения 3. Расчет течения взаимодействия вязких слоев с внешним идеальным почти изэнтропическим потоком проводится, как обычно, в рамках уравнений пограничного слоя. Запишем систему уравнений сжимаемого ламинарного пограничного слоя

$$(1.1) \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0;$$

$$(1.2) \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right);$$

$$(1.3) \quad \rho u \frac{\partial I}{\partial x} + \rho v \frac{\partial I}{\partial y} = u \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial I}{\partial y} \right)$$

с граничными условиями

$$\text{при } y = 0 \quad u = v = 0, \quad I = I_w,$$

$$\text{при } y = \delta \quad u = u_1, \quad I = I_1,$$

где I — энтальпия; μ — динамический коэффициент вязкости; Pr — число Прандтля; индекс 1 относится к параметрам на внешней границе пограничного слоя; индекс w — к параметрам на стенке.

Граничные условия в начальном сечении области взаимодействия 3 представляют собой соотношения, полученные из условия сохранения массы, импульса и энергии на границе зоны изобарического течения и области взаимодействия. В конечном сечении 4 в качестве граничных условий для системы уравнений (1.1) — (1.3), применяемых для расчета течения в области взаимодействия, приняты условия, записанные для безградиентного ламинарного пограничного слоя (параметр градиента давления $f = 0$; угол между вектором скорости на границе пограничного слоя и поверхностью тела $\beta = 0$). Следует отметить, что в области взаимодействия за уступом ($x < x_4$) оба этих параметра f и β отличны от нуля, причем $\beta < 0$.

Применяя преобразование Стюартсона — Дородницына

$$(1.4) \quad \xi = \int_0^x \lambda^+ \frac{p_1}{p_{01}} \frac{a_1}{a_{01}} ds, \quad \eta = \frac{a_1}{a_{01}} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_{01}} dn,$$

систему уравнений сжимаемого пограничного слоя переведем к системе уравнений пограничного слоя для несжимаемого потока; при этом полагается, что $C_p = \text{const}$ и $\text{Pr} = 1$, причем

$$\frac{\mu}{\mu_{01}} = \lambda^* \frac{I}{I_{01}}, \quad \lambda^* = \sqrt{\frac{I_w}{I_{01}}} \left(\frac{I_{01} + C}{I_w + C} \right),$$

где C — постоянная Сатерленда.

Из системы уравнений для несжимаемого пограничного слоя можно получить следующее интегральное уравнение [2, 3]:

$$(1.5) \quad \frac{d\theta^{**}}{d\xi} + \frac{1}{U_1} \frac{dU_1}{d\xi} (2\theta^{**} + \theta^*) = \frac{v_{01}}{U_1^2} \left(\frac{\partial U}{\partial \eta} \right)_w.$$

Здесь $U = (a_{01}/a_1)u$ — скорость в преобразованной системе координат

$$(1.6) \quad \theta^* = \int_0^\theta \left(1 - \frac{U}{U_1} \right) d\eta, \quad \theta^{**} = \int_0^\theta \frac{U}{U_1} \left(1 - \frac{U}{U_1} \right) d\eta,$$

где θ , θ^* , θ^{**} — соответственно толщина пограничного слоя, толщина вытеснения и толщина потери импульса несжимаемого пограничного слоя.

Обозначим $S = I_0/I_{01} - 1$, где I_0 — энтальпия торможения. Введем параметры

$$(1.7) \quad l = \frac{\theta^{**}}{U_1} \left(\frac{\partial U}{\partial \eta} \right)_w, \quad f = -\frac{\theta^{**2}}{v_{01}} \frac{\partial U_1}{\partial \xi},$$

$$F = 2[f(H+2) + l], \quad H = \theta^*/\theta^{**}, \quad h = \delta^*/\delta^{**}.$$

Из второго соотношения (1.7) можно получить выражение

$$dM/dx = -f\xi^0 M/\theta^{**} \text{Re}_*,$$

где $\xi^0 = d\xi/dx$; $\text{Re}_* = U_1 \theta^{**}/v_{01}$. Из соотношений (1.5), (1.7) также получим

$$d\theta^{**}/dx = F\xi^0/2\text{Re}_*.$$

Так как внешняя граница пограничного слоя пересекает линии тока идеальной жидкости под местным углом, тангенс которого равен $d\delta/dx = -\text{tg } \beta$, то уравнение неразрывности запишется в виде [4]

$$\frac{d\delta}{dx} - \text{tg } \beta - \frac{1}{\rho_1 u_1} \frac{dm}{dx} = \left(m - \int_0^\delta \rho u dy \right),$$

где β — угол между вектором скорости на границе пограничного слоя и осью x . После преобразований получим

$$\frac{d\delta^*}{dx} = \text{tg } \beta + \frac{\delta^*}{\rho_1 u_1} \left(\frac{1}{h^*} - 1 \right) \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx}.$$

где δ , δ^* , δ^{**} — толщина пограничного слоя, толщина вытеснения, толщина потери импульса сжимаемого пограничного слоя; $h^* = \delta^*/\delta$; $H^* = \theta^*/\theta$.

Таким образом, система уравнений, определяющая течение в зоне взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком, имеет вид

$$(1.8) \quad dM/dx = F_0(M, \delta^*, \theta^{**}), \quad d\delta^*/dx = \varphi = F_1(M, \delta^*, \theta^{**}),$$

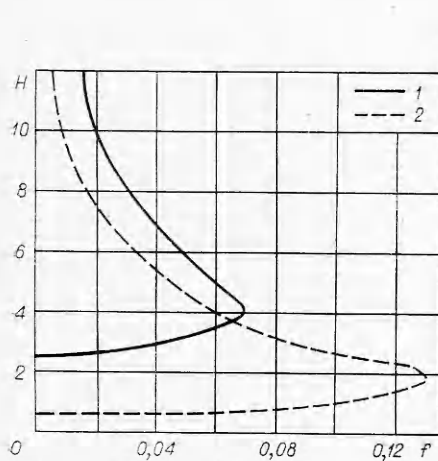
$$d\theta^{**}/dx = F_2(M, \delta^*, \theta^{**}),$$

где

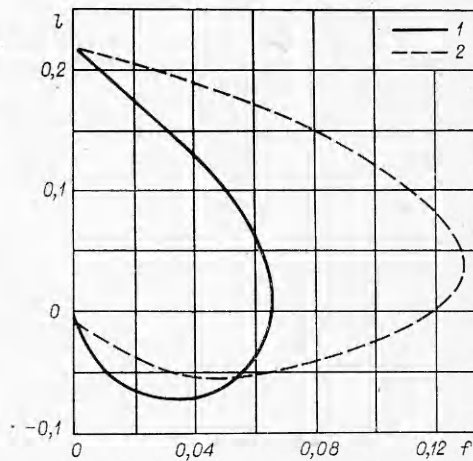
$$F_0 = -\frac{f \xi^0 M}{b^{**} Re_*}; \quad F_1 = \lg \beta + \frac{\delta^*}{F_3} F_3' \left(\frac{1}{h^*} - 1 \right) \frac{dM}{dx};$$

$$F_2 = \frac{F \xi^0}{2 Re_*}; \quad F_3 = M \frac{\rho_1 a_{01}}{\rho_{01} a_1}; \quad \varphi = \frac{d\delta^*}{dx}.$$

Чтобы воспользоваться системой уравнений (1.8), необходимо указать связи между параметрами H , H^* , l , F , S_w и f . Эти связи находятся, если воспользоваться подобными решениями Фокнера — Скана для градиентных ламинарных течений в несжимаемом пограничном слое, полученными в работах [2, 3]. На фиг. 2—4 представлены рассчитанные та-



Ф и г. 2



Ф и г. 3

ким образом зависимости $H = H(f)$, $l = l(f)$ и $H^* = H^*(H)$ при $S_w = 0$ и -0.8 , определяющие соотношения для несжимаемого пограничного слоя между формпараметром H и параметром градиента давления f , параметром трения l и параметром f , а также параметром $H^* = \theta^*/\theta$ и формпараметром H . Здесь индексом 1 обозначены кривые при $S_w = 0$, а индексом 2 — при $S_w = -0.8$. Кривые на фиг. 2, 3 имеют две ветви решений, соответствующих присоединенному и отрывному течению. На фиг. 2 область присоединенного течения соответствует нижней ветви кривой, а отрывного течения — верхней ветви кривой. На фиг. 3, наоборот, верхняя ветвь кривой определяет область присоединенного течения, а нижняя — область отрыва. При изменении S_w происходит изменение формы кривых и меняется положение точки присоединения или отрыва пограничного слоя.

Для решения системы уравнений (1.8) необходимо связать основные параметры физической и преобразованной плоскостей течения. Используя соотношения (1.4), (1.6), (1.7), получим

$$(1.9) \quad \xi^0 = \lambda^* \frac{\rho_1 a_1}{\rho_{01} a_{01}};$$

$$(1.10) \quad \delta^{**} = \theta^{**} \frac{\rho_{01} a_{01}}{\rho_1 a_1};$$

$$(1.11) \quad h = \frac{I_{01}}{I_1} H + \left(\frac{I_{01}}{I_1} - 1 \right);$$

$$(1.12) \quad h^* = \frac{HI_{01}/I_1 + 0,5(\kappa - 1)M^2}{H/H^* - 0,5(\kappa - 1)M^2(H + 1)},$$

$$\text{где} \quad H = (\theta^* + S_w \theta_T^*)/\theta^{**}; \quad \theta_T^* = \int_0^{\bar{\theta}} S d\eta / S_w.$$

В процессе расчетов на каждом шаге по x при интегрировании системы уравнений (1.8) определяются параметры M , δ^* , θ^{**} и находится толщина потери импульса δ^{**} из соотношения (1.10). Затем рассчитываются дополнительные параметры пограничного слоя H , H^* , h , h^* , f , l . При этом $h = \delta^*/\delta^{**}$; параметр H вычисляется из соотношения (1.11), затем по H находится f из фиг. 2, а значение l определяется по фиг. 3. Параметр H^* определяется из фиг. 4, а параметр h^* вычисляется из соотношения (1.12). Параметр β для плоского течения рассчитывается из соотношения Прандтля — Майера, а для осесимметричного течения — методом характеристик.

2. Начальные условия для системы уравнений (1.8), описывающей течение в зоне взаимодействия в следе за уступом, определяются из условия склеивания этого течения с течением в изобарической зоне смещения.

Толщину пограничного слоя, толщину вытеснения, толщину потери импульса и число Маха перед уступом соответственно обозначим через δ_1 , δ_1^* , δ_1^{**} , M_1 . Рассматривая сначала плоское течение, примем, что в сечении 2, соответствующем повороту внешнего идеального потока на угол $\beta_2 = \lambda(M_1) - \lambda(M_2)$, возникает пограничный слой с параметрами δ_2 , δ_2^* , δ_2^{**} , M_2 . Соотношение между параметрами δ_1^{**} и δ_2^{**} для пограничного слоя, прошедшего через волну разрежения, выберем в виде [13]

$$(2.1) \quad \delta_2^{**}/\delta_1^{**} = z = (\rho_1 u_1 M_1^2)_1 / (\rho_1 u_1 M_1^2)_2.$$

Определим параметры в изобарической зоне течения. Из второго соотношения системы (1.8) вычислим толщину вытеснения δ_-^* , а затем, используя условия сохранения массы и условие сохранения импульса в изобарической зоне, определим толщину потери импульса

$$(2.2) \quad \delta_-^* = (\delta_1^* + b) + \varphi_- x, \quad \delta_-^{**} = \delta_2^{**}, \quad \varphi_- = \tan \beta_2 (M_- = M_2).$$

Склеивание течения взаимодействия и изобарического течения производится, как и в работе [14], при условии сохранения толщины вытеснения и толщины потери импульса в сечении 3:

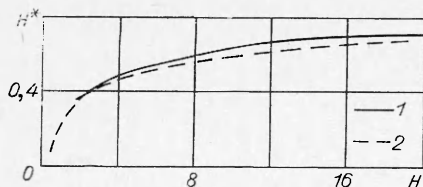
$$(2.3) \quad \delta_{3-}^* = \delta_{3+}^*, \quad \delta_{3-}^{**} = \delta_{3+}^{**}.$$

Определение длины зоны изобарической области x_3 проводим при условии равенства скорости и энтальпии на разделяющей линии тока зоны смещения и на разделяющей линии тока в области взаимодействия в сечении 3:

$$(2.4) \quad a_{3-}^* = a_{3+}^*, \quad I_{3-}^0 = I_{3+}^0,$$

здесь $a^* = U^*/U_1$; $I^0 = I_0^*/I_{01}$; U^* и I_0^* — скорость и полная энтальпия на разделяющей линии тока.

В области течения взаимодействия, используя подобные решения Фокнера — Скана, можно получить



Ф и г. 4

зависимость $H = H(a^*, I^0)$, которую при $I_w/I_{01}=1$ (при этом $I^0=1$) удобно представить в виде [4, 5]

$$(2.5) \quad H = (0,248 - 0,435a^* - 0,0366a^{*2})^{-1.7}$$

Безразмерную координату изобарической зоны смещения выберем в виде

$$(2.6) \quad x^* = \frac{X}{\delta_1^{**}} \cdot \frac{1}{Re} = \frac{1}{Re^*},$$

где $X = x_3/\cos \beta_2$; $Re = \rho_1 u_1 X/\mu_1$; $Re^* = \rho_1 u_1 \delta_1^{**}/\mu_1$.

Зависимость относительной скорости a^* от x^* и I^0 для зоны смещения можно рассчитать по методу работ [6, 7]. Для случая $I^0=1$ зависимость a^* от x^* имеет вид [6]

$$(2.7) \quad a^* = 0,338 + 0,278 \lg x^*.$$

Совместное использование соотношений (2.1) — (2.7) позволяет определить длину x_3 и вычислить параметры δ_3^* , δ_3^{**} , M_3 , которые служат начальными граничными условиями при интегрировании системы уравнений (1.8). При этом по заданному M_2 определяется β_2 , а из соотношений (2.1), (2.2) вычисляются значения δ_3^{**} и φ_3 . По известному значению δ_1^{**} рассчитывается Re^* , и из (2.6) вычисляется x^* . Из соотношений (2.7), (2.5) рассчитывается формпараметр H_3 и затем из (1.11) h_3 . Используя значение h_3 , можно вычислить толщину вытеснения $\delta_3^* = h_3 \delta_3^*$. Первое уравнение соотношения (2.2) для сечения 3 запишем в виде

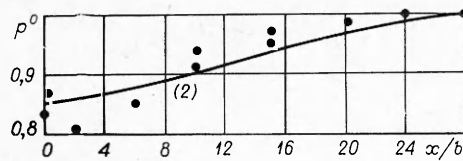
$$(2.8) \quad x_3 = \delta_3^{**} \left(h_3 - \frac{\delta_1^* + b}{\delta_3^{**}} \right) / \varphi_3.$$

Из соотношения (2.8) находится x_3 , так как все значения в правой части известны.

Условия течения на плоской пластине ($\beta_4=0$, $f_4=0$) служат конечными граничными условиями в сечении 4. Укажем, что расчет упрощается при $\delta_1 \geq b$. В этом случае практически всюду за уступом реализуется течение пограничного слоя и $x_2 \approx 0$. При решении краевой задачи, как и в работе [14], для системы уравнений (1.8) проводится интегрирование системы от сечения 3 в направлении основного потока до сечения 4; при этом методом «пристрелки» подбирается значение M_2 (или p_2) такое, чтобы в сечении 4 получить параметры $\beta_4=0$ и $f_4=0$.

3. При ламинарном течении за уступом, как показали экспериментальные исследования [8, 9], определяющими параметрами являются M_1 , Re , δ_1^{**}/b , S_w . Рассмотрим их влияние на донное давление. Расчеты показывают, что при увеличении числа M_1 происходит уменьшение донного давления, уменьшение числа Re приводит к повышению донного давления, увеличение относительной толщины пограничного слоя повышает донное давление, охлаждение поверхности уступа (уменьшение S_w) уменьшает донное давление. Для получения влияния S_w на донное давление были проведены расчеты при $S_w=0$ и $-0,8$ для случая, когда толщина пограничного слоя сравнима с глубиной уступа ($\delta_1 \approx b$).

На фиг. 5 расчетное распределение давления $p^0 = p/p_1$ за уступом при числе $M_1 = 2,9$ невозмущенного потока перед уступом (сплошная кривая) сравнивается с экспериментальными данными (точки), соответствующими значениям $M_1 = 2,9$, $Re_1 = 0,3 \cdot 10^5$, $b = 0,2 \cdot 10^{-2}$ м, при которых были проведены эксперименты.



Ф и г. 5

перед уступом $d = 2r_1 = 20$ мм, глубина уступа $b = 2$ мм. Отбор статического давления перед уступом и за уступом вдоль его поверхности производился с помощью трубок с внутренним диаметром $d_1 = 0,8$ мм. Число Рейнольдса Re_1 рассчитывалось по параметрам набегающего потока перед уступом и длине центрального тела от критического сечения сопла до донного среза. Для измерения статического давления использовались манометры, заполненные жидкостью с малым удельным весом и малой упругостью паров (дибутилфталат, удельный вес $1,049$ г/см³, упругость паров 10^{-6} мм рт. ст.). В период подготовки экспериментов форвакуумный насос откачивал полости манометров и бачки до давления 10^{-2} мм рт. ст. Ошибка в измерениях донного давления составляла 2–4%. Определение M на срезе сопла производилось по ядру профиля полных давлений. Несимметричность профиля p'_0/p_0 в пределах ядра ($y \approx 2-12$ мм) составляла $\Delta(p'_0/p_0) \approx 7\%$, что соответствует изменению $M \sim 1\%$.

Толщина пограничного слоя перед отрывом ($\delta_1 \approx 2,2$ мм) была измерена с помощью трубки полного давления (микронасадка); при этом определялась граница ядра кольцевого потока и пограничного слоя. Такой подход был выполнен потому, что исследования проводились при низких давлениях и точность измерения профиля p'_0/p_0 невысокая.

Проведенные приближенные оценки влияния параметра $\delta_1/r_1 \approx 0,22$ на характеристики пограничного слоя на выпуклых осесимметричных поверхностях показали, что пограничный слой перед отрывом в рассматриваемом случае близок к плоскому пограничному слою, а неточности в задании δ_1^{**}/b практически не влияют на донное давление. При отрыве потока на теле $r_1 = 10$ мм возможно влияние трехмерности на донное давление за счет отличия рассматриваемого течения от плоского случая. Однако, как показали экспериментальные исследования различных авторов, например [8], это влияние невелико даже при наличии значительных трехмерных эффектов донной области.

Проведены также расчеты течений за осесимметричными уступами. При этом использовалась та же модель течения, что и в плоском потоке, но расчет внешнего идеального потока (чтобы получить параметр β) проводился методом характеристик [14, 15]. Для определения параметров в сечении 3 начала взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком используются соотношения

$$\delta_3^* = (\delta_1^* + b) + \int_0^{x_3} \operatorname{tg} \beta dx, \quad \delta_3^{**} = \frac{r_1}{r_2} z \delta_1^{**},$$

которые можно получить для изобарической зоны течения из второго и третьего уравнений системы (1.8). Конечными граничными условиями для системы уравнений (1.8) служат условия $\beta_4 = 0$ и $f_4 = 0$ в сечении 4. Предлагаемый метод применялся при радиусе донной державки $r_2 \gg \delta_1$. Результаты расчета по предложенному методу сравниваются с результатами экспериментов, выполненных в работах [10, 11] для чисел M_n на-

бегающего потока ($M_\infty = 8; 11,8; 14$) и соответственно чисел Re_∞ , вычисленных по диаметру мишени модели и параметрам набегающего потока $Re_\infty = 2,5 \cdot 10^5; 5 \cdot 10^5; 0,12 \cdot 10^5$. В этих экспериментах проводилось измерение донного давления $p_n^0 = p_d / p_\infty$ за конусами с полууглом при вершине $\alpha_k = 5^\circ$ [10] и 15° [11]. Результаты экспериментов указаны на фиг. 6 точками 1 и 2 соответственно для работ [10, 11], а результаты расчета, проведенного для условий обтекания конусов, точками 3. В процессе расчетов использовалось соотношение

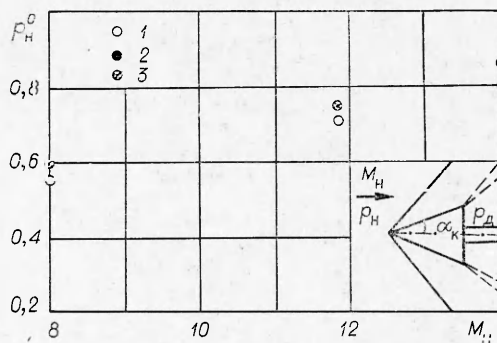
$$p_n^0 = \frac{p_d p_k}{p_\infty p_{k1}},$$

где p_∞ — давление в набегающем потоке; p_k, p_d — давление на поверхности конуса и в донной области. Отношение p_k/p_∞ рассчитывалось для заданного M_∞ по таблицам конических течений, отношение p_d/p_k вычислялось при использовании метода расчета, предложенного в данной работе. Расчет проводился для конуса с донной державкой, относительный размер которой равен $r_2/r_1 = 0,25$. Экспериментальные результаты по донному давлению за цилиндрическим телом и конусом с донной державкой при турбулентном, переходном и ламинарном режимах течения [12, 16] показывают, что донное давление при $r_2/r_1 = 0-0,3$ приблизительно постоянно. Поэтому результаты расчета при $r_2/r_1 = 0,25$ можно сравнивать с экспериментальными данными при $r_2/r_1 = 0$. Результаты расчетов (фиг. 6) удовлетворительно согласуются с экспериментом.

Поступила 11 VII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Крокко Л., Лиз Л. Теория смещения для определения взаимодействия диссипативного и почти изэнтропического потоков. — Вопросы ракетной техники, 1953, № 2.
2. Cohen C. B., Reshotko E. Similar solution for the compressible laminar boundary layer with heat transfer and pressure gradient. — NACA Rep. 1293, 1956.
3. Cohen C. B., Reshotko E. The compressible laminar boundary layer with heat transfer and arbitrary pressure gradients. — NACA Rep. 1294, 1956.
4. Ривз В., Лиз Л. Сверхзвуковые отрывные и присоединяющиеся ламинарные течения. Ч. 1. Общая теория и применение ее для анализа взаимодействия скачка уплотнения с адиабатическим пограничным слоем. — Ракетн. техника и космонавтика, 1964, № 11.
5. Лиз Л., Ривз В. Теория ламинарного ближнего следа за затупленными телами в гиперзвуковом потоке. — Ракетн. техника и космонавтика, 1965, № 11.
6. Denison M., Baum E. Compressible free shear layer with finite initial thickness. — AIAA J., 1963, N 1.
7. Пейдж Р., Диксон Р. Преобразование в задаче о следе. — Ракетн. техника и космонавтика, 1964, № 8.
8. White B. Laminar separation and reattachment behind a downstream facing step at hypersonic Mach number, including the effect at approaching boundary layer. — Medd. Flygtekn., Föröksanst., 1956, N 103.
9. Chapman D., Kuehn D., Larson H. Investigation of separated flow in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition. — NACA Rep. 1356, 1958.
10. Заккей, Кресчи. Экспериментальное исследование ближнего следа за тонким конусом при числах $M=8$ и 12 . — Ракетн. техника и космонавтика, 1966, № 1.



Фиг. 6

11. Локман Л. Измерение донного давления и нагрева при обтекании затупленного и заостренного конусов в ударной трубе. — Ракетн. техника и космонавтика, 1967, № 10.
12. Chapman D. Analysis of base pressure of supersonic velocities and comparison with experiment. — NACA Rep. 1051, 1951.
13. Nash J. E. An analysis of two-dimensional turbulent base flow, including the effect of the approaching boundary layer. — ARC RM, 1963, N 3344.
14. Антонов А. Н. Расчет взаимодействия турбулентного пограничного слоя с внешним сверхзвуковым потоком за уступом. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 3.
15. Антонов А. Н. Расчет взаимодействия турбулентного пограничного слоя с внешним сверхзвуковым потоком на вогнутом угле и на сферической кормовой части тела. — ПМТФ, 1976, № 1.
16. Donaldson S. The effect of sting supports on the base pressure on a blunt-base body in a supersonic streams. — Aeronaut. Quart, 1955, vol. 6, N 2.

УДК 532.51

СОЛИТОНЫ НА СТЕКАЮЩЕЙ ПЛЕНКЕ ПРИ УМЕРЕННЫХ РАСХОДАХ ЖИДКОСТИ

О. Ю. Цвелодуб

(Новосибирск)

С использованием гипотезы автомодельности в работе [1] получено уравнение, описывающее при умеренных расходах поведение длинноволновых возмущений на вертикальной пленке жидкости:

$$(1) \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + 3 \frac{\partial}{\partial x} \right) h + 6h \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{2}{15} \text{Re} \frac{\partial}{\partial t} \left(h \frac{\partial h}{\partial t} \right) + \\ + \frac{\text{Re}}{3} \left(\frac{\partial}{\partial t} + 1,69 \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + 0,71 \frac{\partial}{\partial x} \right) h + W \frac{\partial^4 h}{\partial x^4} = 0,$$

где $\text{Re} = gh_0^3/3\nu^2$; $W = \sigma/\rho gh_0^2$; h — смещение поверхности пленки от невозмущенного уровня, измеренное в единицах h_0 ; h_0 — толщина невозмущенной пленки.

Для стационарной бегущей волны $h = h(x - ct)$ из (1) получаем

$$(2) \quad (3 - c)h' + 6hh' - 2 \text{Re} c^2(hh')'/15 + \text{Re}(1,69 - c)(0,71 - c)h''/3 + \\ + Wh^{IV} = 0$$

(штрих означает дифференцирование по x).

При нахождении солитонных решений уравнения (2) его можно один раз проинтегрировать:

$$(3) \quad (3 - c)h + 3h^2 - 2 \text{Re} c^2hh'/15 + \text{Re}(1,69 - c)(0,71 - c)h'/3 + \\ + Wh''' = 0.$$

С помощью замены

$$h = aH, \quad x_1 = bx,$$

$$(4) \quad a = Wb^3, \quad b = (\text{Re}(1,69 - c)(0,71 - c)/3W)^{1/2}$$

уравнение (3) приводится к виду

$$(5) \quad -c_1H + 3H^2 - 2mHH' + H' + H''' = 0,$$

где

$$(6) \quad c_1 = (c - 3)(3/(z(1,69 - c)(0,71 - c)))^{3/2}, \\ m = c^2z((1,69 - c)(0,71 - c)/3)^{1/2}/15, \quad z = (\text{Re}^3/W)^{1/2}.$$