

Специалистам, работающим в области кристаллизации, хорошо известно явление слоистого распределения примесей в закристаллизованных образцах. На фиг. 2 показано периодическое распределение примесей в алюминиевом поликристаллическом стержне, полученном по способу А. В. Степанова [1]. Это явление не нашло еще исчерпывающего объяснения. Предполагаем, что явление стратификации расплава у фронта кристаллизации может быть причиной появления примесных полос в закристаллизованном образце. Действительно, при эффективном коэффициенте распределения примеси, отличном от единицы, перед фронтом кристаллизации всегда имеется градиент концентрации примеси. Изменение температуры расплава происходит в результате относительного перемещения жидкости и фазовой границы. Наблюдаемые на опыте колебания фронта кристаллизации [2] также могут быть объяснены в рамках предлагаемой схемы. Отметим, что подобная ситуация может иметь место и при стратификации геологических отложений [3,4].

К сожалению, отсутствует какое-либо объяснение описанного эффекта или его математическая модель. Работа была проведена после знакомства со статьей [5], где автор полагал, что образование страт связано с коллоидной структурой водного раствора медного купороса при резком его охлаждении. Эксперименты, однако, отрицают возможность подобного объяснения и показывают большую универсальность эффекта в отношении условий его проявления.

Поступила 14 III 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов А. В. Новый способ получения изделий (листов, труб, прутков разного профиля и т. п.) непосредственно из расплава. Ж. техн. физ., 1959, т. 29, вып. 3.
2. Пашков Ю. М., Степанова Г. М. Колебания фронта кристаллизации при выращивании кремния методом Чохральского. Докл. АН СССР, 1968, т. 179, № 4.
3. Когарко Л. Н., Волков В. П. Физико-химическая эволюция щелочной магмы дифференциального комплекса Ловозерского массива в связи с его ритмической расслоенностью. В сб.: «Химия земной коры», М., Изд-во АН СССР, 1963, т. 1.
4. Ярошевский А. А. Принцип зонной плавки и его применение при решении некоторых геохимических вопросов. В сб.: «Химия земной коры». М., Изд-во АН СССР, 1964, т. 2.
5. Schaaffs W. Der Konzentrationszoneneffekt. Die Naturwissenschaften, 1964, Bd 51, H. 4.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПЛАЗМЫ АРГОНА В СТАБИЛИЗИРОВАННОЙ ДУГЕ

В. А. Батури́н

(Новосибирск)

Описан метод определения электропроводности σ как функции температуры T по данным измерений в протяженных радиально симметричных источниках плазмы. На условных численных примерах проводится анализ точности и особенностей метода.

Приведены результаты измерений на стабилизированной аргоновой дуге и полученная по ним зависимость $\sigma(T)$ для аргоновой плазмы. Проведены анализ результатов, сравнение их с теорией и экспериментальными данными других работ.

При исследовании и расчетах многих процессов в плазме требуется знание электропроводности σ в зависимости от температуры T . Теоретические расчеты $\sigma(T)$ с использованием разных формул электропроводности и данных по сечениям столкновений между частицами в плазме дают существенно различные результаты [1]. В связи с этим важно иметь надежные экспериментальные методы определения электропроводности.

Опытное определение $\sigma(T)$ осложняется тем, что искусственно получаемая плазма, как правило, неизотермична по объему. Связанные с проводимостью величины и эффекты имеют при этом интегральный характер, что затрудняет интерпретацию результатов измерений. Стационарную плазму с температурами до $10\,000 \div 15\,000^\circ\text{K}$ и выше получают обычно с помощью электрических дуг. Существующие методы определения $\sigma(T)$ по данным измерений в дугах имеют ряд недостатков.

Метод, основанный на измерении средних атомных сечений Q_a [2,3], исходит из теоретических формул электропроводности, требует знания сечений взаимодействия между электронами и ионами и не учитывает зависимость величины Q_a от температуры. Независимый от теории метод дается в работе [4]. Однако исходные предпосылки этого метода ограничивают возможности его применения. Метод в принципе нельзя использовать, например, в случае дуг при наличии интенсивных потоков газа, в дугах с оптически непрозрачной плазмой и других частных случаях. Два других метода [5,6] требуют измерения параметров дуги при достаточно большом числе режимов с большим интервалом температур на оси столба. Однако регулирование температуры плазмы в широких пределах практически возможно далеко не во всех дугах. Кроме того, эти методы чувствительны к ошибкам измерения параметров дуги и обладают некоторыми другими недостатками.

1. Пусть имеется достаточно протяженный объем плазмы с радиально симметричным распределением температуры и других свойств относительно продольной оси z (столб дуги, плазменная струя и т. п.). На плазму в направлении оси z действует электрическое поле, вызывающее ток I , причем устанавливается некоторое распределение потенциала $V(z)$. Напряженность электрического поля $E = dV/dz$ постоянна в сечениях $z = \text{const}$. Плазма термодинамически равновесна и, следовательно, для нее существует однозначная зависимость между σ и T . Тогда для данного сечения $z = \text{const}$ с радиальным распределением температуры $T(r)$ можно записать закон Ома в виде

$$\frac{I}{E} = G = 2\pi \int_0^R \sigma[T(r)] r dr \quad (1.1)$$

где G — интегральная по сечению проводимость, R — радиус внешней границы плазмы в этом сечении.

Допустим, что из опыта известны интегральные проводимости $G_i = I_i / E_i$ и профили температуры $T_i(r)$ для некоторого числа N различных состояний (режимов) плазмы в сечениях $z = \text{const}$ ($i = 1, 2, \dots, N$). По этим данным требуется определить электропроводность σ как функцию температуры T в области $T \ll \max T(0)$ ($\max T(0)$ — наибольшее из всех значений температуры на оси $T_i(0)$, $i = 1, 2, \dots, N$).

Зависимость $\sigma(T)$ будем искать в форме некоторой аналитической функции $\sigma^\circ(T)$, вид которой может быть выбран исходя из следующих достаточно очевидных положений.

1. При любой максимальной температуре плазмы $T_{\max}$ всегда найдется такая температура $T_0 < T_{\max}$, ниже которой $\sigma(T) \ll \sigma(T_{\max})$, или приближенно

$$\sigma(T) \approx \sigma_0^\circ(T) = 0 \quad (T < T_0) \quad (1.2)$$

Величину T_0 можно назвать относительной температурной границей проводимости.

2. В любом не слишком большом интервале значений (T_1, T_2) функция $\sigma(T)$, будучи, очевидно, непрерывной и гладкой, может быть с достаточно хорошим приближением описана степенным многочленом вида

$$\sigma(T) \approx \sigma_1^\circ(T) = \sum_{k=0}^m a_k (T - T_1)^k \quad (T_1 \ll T \ll T_2) \quad (1.3)$$

где a_k ($k = 0, 1, \dots, m$) — некоторые коэффициенты.

Нулевую функцию $\sigma_0^\circ(T)$ и многочлен $\sigma_1^\circ(T)$ можно представить как единую функцию $\sigma^\circ(T)$, непрерывную при всех значениях $T < T_{\max}$. Для этого необходимо принять $T_1 = T_0$, $T_2 = T_{\max}$, $a_0 = 0$ и, по крайней мере, $a_1 = 0$. Учитывая это, зависимость σ от T в области $T \ll \max T(0)$ будем искать в виде

$$\sigma^\circ(T) = \sigma_0^\circ(T) = 0 \quad (T \ll T_0) \quad (1.4)$$

$$\sigma^\circ(T) = \sigma_1^\circ(T) = \sum_{k=l}^m a_k (T - T_0)^k \quad (T_0 \ll T \ll \max T(0))$$

где $l \geq 2$. Величина T_0 наряду с коэффициентами a_k ($k = l, l+1, \dots, m$) должна рассматриваться здесь как свободный параметр функции $\sigma^\circ(T)$. С учетом (1.4) выразим радиальные распределения проводимости через известные профили температуры в виде

$$\begin{aligned} \sigma_i(r) = \sigma[T_i(r)] &\approx \sigma^\circ[T_i(r)] = \sum_{k=l}^m a_k [T_i(r) - T_0]^k \quad (0 \ll r \ll r_{0i}) \\ \sigma_i(r) &\approx 0 \quad (r_{0i} \ll r \ll R_i) \end{aligned} \quad (1.5)$$

где R_i — радиус внешней границы плазмы в i -м режиме; r_{0i} — значения радиуса r , соответствующие температуре $T = T_0 (i = 1, 2, \dots, N)$. Подставляя (1.5) в (1.4), получаем выражения для интегральных проводимостей в виде

$$G_i \approx G_i^{\circ} = \sum_{k=l}^m a_k \Phi_{ki} \quad (1.6)$$

$$\Phi_{ki} = 2\pi \int_0^{r_{0i}} [T_i(r) - T_0]^k r dr \quad (i = 1, 2, \dots, N; k = l, l+1, \dots, m) \quad (1.7)$$

Оптимальные значения параметров a_k ($k = l, l+1, \dots, m$) и T_0 будем искать из условия наилучшего приближения величин

$$G_i^{\circ} = 2\pi \int_0^{R_i} \sigma^{\circ} [T_i(r)] r dr$$

к истинным значениям интегральных проводимостей

$$G_i = 2\pi \int_0^{R_i} \sigma [T_i(r)] r dr$$

для совокупности всех N режимов ($i = 1, 2, \dots, N$). В соответствии с принципом метода наименьших квадратов приближение G_i° к G_i следует считать наилучшим, когда

$$S = \sum_{i=1}^N (G_i - G_i^{\circ})^2 = \min, \quad \text{или} \quad S = \sum_{i=1}^N \left(G_i - \sum_{k=l}^m a_k \Phi_{ki} \right)^2 = \min \quad (1.8)$$

Это условие, очевидно, будет выполнено при равенстве нулю частных производных от величины S по всем свободным параметрам, а именно

$$\frac{\partial S}{\partial a_j} = \frac{\partial}{\partial a_j} \left[\sum_{i=1}^N \left(G_i - \sum_{k=l}^m a_k \Phi_{ki} \right)^2 \right] = 0 \quad (j = l, l+1, \dots, m) \quad (1.9)$$

$$dS / dT_0 = 0 \quad (1.10)$$

Раскрыв производные в (1.9), получим $m - l + 1$ уравнений

$$\sum_{k=l}^m a_k \sum_{i=1}^N \Phi_{ki} \Phi_{ji} = \sum_{i=1}^N G_i \Phi_{ji} \quad (j = l, l+1, \dots, m) \quad (1.11)$$

линейных относительно $m - l + 1$ неизвестных a_k ($k = l, l+1, \dots, m$) при фиксированных значениях параметра T_0 . С учетом T_0 общее число неизвестных равно $m - l + 2$. В качестве недостающего уравнения следует рассматривать равенство (1.10). При условии $m - l + 2 \leq N$ оптимальные параметры a_k и T_0 могут быть определены с помощью уравнений (1.11) и равенства (1.10) следующим образом.

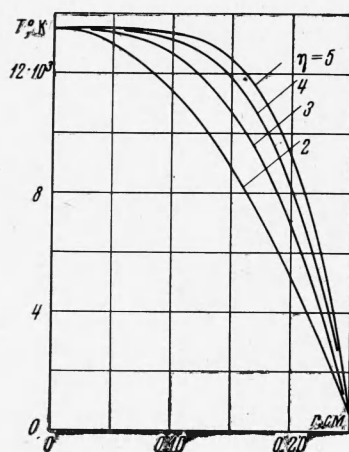
Внутри области $T < \min T(0)$ (т. е. области, лежащей ниже наименьшего из всех имеющихся значений температуры на оси $T_i(0)$, $i = 1, 2, \dots, N$) задается ряд значений $T_0 = T_0', T_0'', T_0''', \dots$, затем по формуле (1.7) вычисляются величины $\Phi_{ki} = \Phi_{ki}', \Phi_{ki}'', \Phi_{ki}''' \dots (i = 1, 2, \dots, N; k = l, l+1, \dots, m)$ и с учетом последних составляются системы уравнений вида (1.11). Из решения этих уравнений определяются значения коэффициентов $a_k = a_k', a_k'', a_k''' \dots$, после чего по формуле (1.8) вычисляются соответствующие значения $S = S', S'', S''' \dots$. В результате находится зависимость $S(T_0)$ в виде отдельных точек $S'(T_0'), S''(T_0''), S'''(T_0'''), \dots$. По минимуму функции $S(T_0)$ определяется оптимальное значение T_0 , отвечающее равенству (1.10). Решение системы уравнений (1.11), составленной при этом значении T_0 , даст искомые значения коэффициентов $a_k (k = l, l+1, \dots, m)$. Тем самым будет определена функция $\sigma^{\circ}(T)$ вида (1.4), отвечающая условию (1.8) и, по-видимому, наилучшим образом (при данных значениях l и m) описывающая зависимость $\sigma(T)$.

Все численные расчеты (включая оптимизацию решений по T_0) были запрограммированы для ЭВМ М-20. Необходимое для полной обработки машинное время, зависящее главным образом от величины задаваемого шага ΔT_0 , составляет $5 \div 10$ мин.

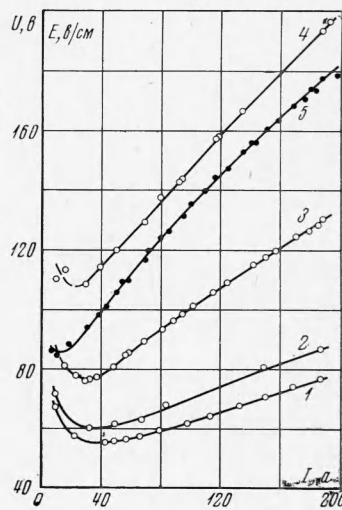
2. Функция $\sigma^{\circ}(T) \approx \sigma(T)$ имеет очень сложную связь с исходными величинами G_i и $T_i(r)$. Ввиду этого не представляется возможным оценить точность метода аналитически. Однако при использовании ЭВМ метод легко проверить на условных примерах. Для этого задается некоторая функция $\sigma^*(T)$, условно принимаемая за истинную зависимость $\sigma(T)$, и при некотором числе N^* заданных профилей температуры $T_i^*(r)$ рассчитываются условные интегральные проводимости

$$G_i^* = 2\tau \int_0^{R_i^*} \sigma^*[T_i^*(r)] r dr \quad (i = 1, 2, \dots, N^*)$$

Из обработки описанным методом величин G_i^* и $T_i^*(r)$ определяется функция наилучшего приближения $\sigma^{\circ}(T)$ вида (1.4). По тому, как эта функция воспроизводит исходную зависимость $\sigma^*(T)$, можно судить о точности и надежности метода.



Фиг. 1



Фиг. 2

Для численной проверки метода указанным способом в качестве условной функции $\sigma^*(T)$ была принята теоретическая зависимость σ от T для аргона, рассчитанная по формулам работы [3]. Величины G_i^* вычислялись с учетом выбранной функции $\sigma^*(T)$ для двух различных групп температурных кривых $T_i^*(r)$. Первая из них представляет собой набор реальных профилей температуры в столбе аргоновой дуги с интервалом значений $T^*(0) = 9220 \div 13470$ °K (см. п. 3, фиг. 3). Вторая группа кривых $T_i^*(r)$, показанная на фиг. 1, рассчитывалась по формуле

$$T^*(r) = T^*(0) - [T^*(0) - T_w^*] r^{\frac{\eta}{R^*}} R^{*-\eta}$$

Здесь T_w^* — условная температура на внешней границе плазмы (на стенке). Кривые на фиг. 1 соответствуют значениям $\eta = 2, 3, 4, 5$ (при неизменных значениях $T^*(0) = 13500$ °K, $T_w^* = 500$ °K, и $R^* = 0.25$ см). Наряду с изменением характера кривых $T_i^*(r)$ в поверочных расчетах также варьировались значения m (при $l = \text{const} = 2$) и число используемых режимов N^* . Степень приближения $\sigma^{\circ}(T)$ к $\sigma^*(T)$ характеризовалась величиной среднеинтегральных абсолютных $\langle \Delta \sigma^* \rangle$ и относительных $\langle \delta^* \rangle$ отклонений, вычислявшихся по формулам

$$\langle \Delta \sigma^* \rangle = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} |\sigma^{\circ}(T) - \sigma^*(T)| dT \quad (2.1)$$

$$\langle \delta^* \rangle = \frac{\langle \Delta \sigma^* \rangle}{\langle \sigma^* \rangle}, \quad \langle \sigma^* \rangle = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \sigma^*(T) dT \quad (2.2)$$

в интервале температур от 8000 до 13500 °K

Результаты восьми различных вариантов поверочного расчета приведены в табл. 1. Варианты 1, 2, 3, 4 рассчитывались при значениях $m = 2, 3, 4, 5$ соответственно и использовании данных для десяти условных режимов с распределениями температуры $T_i^*(r)$ согласно фиг. 3. В вариантах 5, 6, 7 менялось число режимов N^* (в пределах от 4 до 8) при одном и том же значении $m = 4$. В восьмом варианте расчета функция $\sigma^*(T)$ определялась при $m = 4$ по данным четырех условных режимов с профилями температур $T_i^*(r)$, имеющими одинаковые значения $T^*(0) = 13\,500^\circ\text{K}$ (фиг. 1). Интервалы значений G_i^* для использованных условных режимов указаны в таблице.

Таблица 1

Вариант	$T^*(0), ^\circ\text{K}$	$G^*, \text{мг/см}$	N^*	m	$\langle\Delta\sigma^*\rangle, \text{мг/см}$	$\langle\delta^*\rangle \cdot 100\%$
1	9220÷13470	1.80÷12.95	10	2	1.16	2.7
2	9220÷13470	1.80÷12.95	10	3	0.78	1.8
3	9220÷13470	1.80÷12.95	10	4	0.52	1.2
4	9220÷13470	1.80÷12.95	10	5	0.20	0.5
5	10290÷13470	3.25÷12.95	8	4	0.54	1.2
6	9940÷13470	2.61÷12.95	5	4	0.52	1.2
7	9220÷13470	1.80÷12.95	4	4	0.51	1.2
8	13500	3.72÷8.63	4	4	0.56	1.3

Из анализа данных таблицы вытекают следующие соображения.

1. Как видно из вариантов расчета 1, 2, 3, 4, точность воспроизведения зависимости $\sigma^*(T)$ функцией $\sigma^*(T)$ возрастает с увеличением m . При наличии точных значений G_i и $T_i(r)$, по-видимому, можно достичь сколь угодно высокой точности определения $\sigma(T)$ в виде (1.4), увеличивая m при $l = \text{const}$. Но, учитывая, что величины G_i и $T_i(r)$ могут определяться из опыта с точностью порядка одного или нескольких процентов, практически достаточно брать $m = 3 \div 5$ (при $l = 2$).

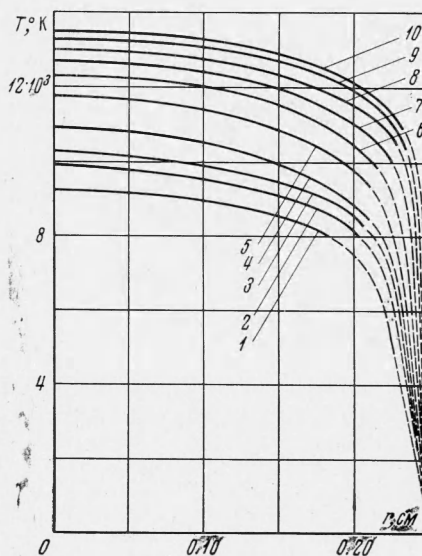
2. Из вариантов расчета 3, 5, 6, 7 следует, что при неизменных l и m степень приближения $\sigma^*(T)$ к $\sigma^*(T)$ практически не зависит от числа N^* использованных режимов (при $N^* \geq m - l + 2$). Это значит, что для определения электропроводности $\sigma(T)$ данным методом, в принципе, достаточно располагать величинами G_i и $T_i(r)$ для минимального числа режимов $N_{\min} = m - l + 2$ (например, при $l = 2$ и $m = 3$ $N_{\min} = 3$). С другой стороны, число режимов ничем не ограничивается сверху. Если обеспечить достаточно сильное неравенство $N > m - l + 2$, то, как следует из анализа уравнений (1.11), в процессе определения зависимости σ от T автоматически должно происходить усреднение случайных ошибок измерения G_i и $T_i(r)$.

3. При использовании кривых $T_i^*(r)$ с одинаковыми значениями $T^*(0) = 13\,500^\circ\text{K}$ получился практически тот же результат, что и в случае кривых $T_i^*(r)$ с интервалом значений $T^*(0) = 9220 \div 13\,470^\circ\text{K}$ (ср. варианты 8 и 7). Это говорит о том, что для данного метода величина интервала температур на оси не имеет принципиального значения.

3. Изложенным выше методом в работе определялась электропроводность плазмы аргона при атмосферном давлении и температурах $\sim$ до $13\,500^\circ\text{K}$.

Эксперименты производились на дуге, стабилизированной медными диафрагмами [7].

Стабилизирующий канал дуги имел диаметр $d = 5 \text{ мм}$ и состоял из отдельно охлаждаемых секций (каждая секция набиралась из нескольких диафрагм). Индивидуальные охлаждения имели также катодная и анодная части и приэлектродные диафрагмы. Число секций в канале менялось от 2 до 5, полная длина дуги — от 4.86 до 12.3 см. В одной или нескольких диафрагмах имелись окна для оптических измерений поперек столба дуги. Исследуемый газ (аргон) подавался в дугу со стороны катода. Расход его поддерживался постоянным и равным $g = 0.02 \text{ г/сек}$.



Фиг. 3

В опытах измерялись ток I , напряжение на электродах U , величины мощностей W_{wi} , передаваемые от плазмы к стенкам на n отдельных участках дуги ($i = 1, 2, \dots, n$), напряженность электрического поля E и распределения температуры в столбе $T(r)$. Указанные измерения проводились в интервале токов I от 5 до 190 а.

Поглощаемые стенками мощности W_{wi} определялись калориметрическим способом. Ввиду незначительного расхода аргона вынос энергии с газом за пределы дуги был пренебрежимо мал [8] и поэтому следовало ожидать выполнения равенства

$$\sum_{i=1}^n W_{wi} \approx W = IU \quad (3.1)$$

где W — мощность дуги. Экспериментальные значения I , U и W_{wi} ($i = 1, 2, \dots, n$) удовлетворяли равенству (3.1) с точностью до $1 \div 1.5\%$, что свидетельствовало о надежности измерений.

Напряженность электрического поля E определялась двумя различными методами.

В первом методе значения величины E находятся из обработки вольт-амперных характеристик $U(I)$, измеренных при различных длинах дуги l . По этим характеристикам строятся графики зависимости $U(l)$ (для интересующих значений тока $I = \text{const}$), которые должны оказаться линейными, если при всех значениях l столб дуги цилиндрически симметричен и не меняются условия на электродах. В таком случае наклон графиков $U(l)$ дает значения напряженности поля в столбе.

Во втором методе из баланса мощности для цилиндрического столба дуги имеем

$$\frac{W_w}{l_w} = IE, \quad \text{или} \quad E = \frac{W_w}{l_w I} \quad (3.2)$$

Здесь W_w — мощность, поглощаемая стенками на измерительном участке канала длиной l_w .

В исследованной дуге однородность столба по длине и равенства (3.2) практически имели место при расходах аргона $g \leq 0.05$ г/сек [8], поэтому использование указанных методов в случае $g = 0.02$ г/сек было вполне правомерным.

Для определения напряженности поля E первым методом использовались характеристики $U(I)$, измеренные при $l = 4.86, 5.60, 8.13$ и 12.3 см (кривые 1, 2, 3, 4 на фиг. 2 соответственно). Полученные по этим характеристикам графики зависимостей $U(l)$ для различных значений $I = \text{const}$ оказались линейными. Найденные по их наклону значения напряженности поля в столбе хорошо описались гладкой кривой 5, показанной также на фиг. 2. Здесь же точками нанесены значения $E \times 10$, полученные вторым методом (3.2) с использованием данных калориметрических измерений на различных участках (секциях) стабилизирующего канала. В пределах точности измерений результаты обоих методов согласуются между собой.

Температура плазмы в столбе дуги определялась по абсолютной интенсивности излучения в непрерывном спектре аргона при длине волны $\lambda = 4300$ Å. Яркость континуума определялась по почернениям на снимках спектра дуги, полученных с помощью спектрографа ИСП-51. В качестве эталона использовалось свечение анодного пятна угольной дуги с известной спектральной яркостью [9]. Наблюдаемые сбоку дуги профили интенсивности пересчитывались в радиальные распределения плотности излучения $\epsilon_\lambda(r)$ путем решения интегрального уравнения Абеля. Для определения профилей температуры $T(r)$ из измеренных распределений $\epsilon_\lambda(r)$ использовалась зависимость ϵ_λ от T , рассчитанная по теории Бибермана — Нормана с учетом экспериментальных данных по излучению аргона, полученных в работе [10].

Указанным методом были найдены распределения температуры в светящейся зоне столба при токах дуги от 5.6 до 180 а.

Прежде чем воспользоваться данными измерений на дуге для определения электропроводности $\sigma(T)$, необходимо было выяснить, в какой степени справедливо предположение о наличии локального термодинамического равновесия в плазме столба. В качестве показателя такого отклонения рассматривалась величина $T_e - T_g$ (T_e — температура электронов; T_g — температура тяжелых частиц: атомов и ионов), вычислявшаяся по формуле [11]

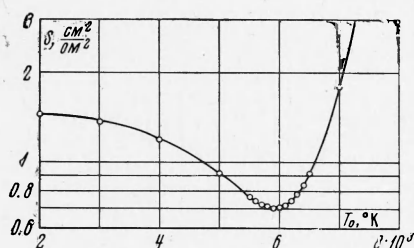
$$\frac{T_e - T_g}{T_e} = \frac{m_g}{4m_e} \frac{(\lambda_e e E)^2}{(3/2 k T_e)^2} \quad (3.3)$$

Здесь m_g — масса тяжелых частиц, e и m_e — заряд и масса электрона, k — постоянная Больцмана, $\lambda_e = 1/(n_a Q_a + n_i Q_i)$ — средняя длина свободного пробега электронов, n_a и n_i — концентрация атомов и ионов. Сечения столкновения электр-

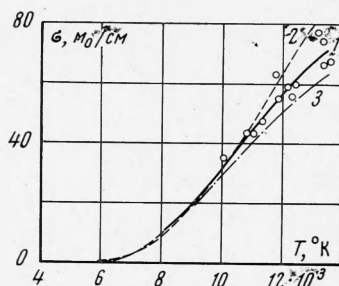
нов с атомами Q_a и ионами Q_i заимствовались из работы [3]. Величина T_e принималась равной температуре, измеренной в опыте на оси столба¹.

Значительные отклонения T_e от T_g (более чем на 10%) наблюдались при токах дуги $I \leq 10$ а. При повышенных токах (≥ 50 а) величина $T_e - T_g$ составляла лишь около 1% измеренных значений T . Результаты этих оценок согласуются с экспериментальными данными Колесникова².

Экспериментальные распределения температуры в столбе $T(r)$ для десяти режимов дуги с токами от 11.7 до 180 а приведены на фиг. 3, где кривые 1, ..., 10 соответствуют значениям $I = 11.7, 18.4, 24.9, 38.1, 60, 81.3, 99.1, 120, 160.5, 180$ а. Участки кривых $T(r)$, показанные сплошными линиями, получены непосредственно из обработки данных оптических измерений. Периферийные участки, показанные штрихом, получены интерполяцией между наименьшими измеренными значениями $T(r)$ и температурой стенки T_w . Величина T_w находилась из теплового расчета диафрагм с учетом данных калориметрических измерений.



Фиг. 4



Фиг. 5

4. Электропроводность аргона $\sigma(T)$ определялась из величин G и $T(r)$ для указанных выше десяти режимов дуги (фиг. 3). Интегральные проводимости G рассчитывались с учетом поправки на паразитный ток i' , протекавший через тело каждой диафрагмы и частично шунтировавший столб дуги³. Указанная поправка определялась по эмпирической формуле

$$i' \approx 2.5 \cdot 10^{-7} \delta_d E I^{2.86} \quad (4.1)$$

где δ_d — толщина диафрагмы в см. Величины G вычислялись по току $I' = I - i'$, при этом I — ток, измеренный во внешней цепи дуги. Поправки на паразитный ток были существенны при повышенных токах дуги.

Зависимость σ от T искалась в виде (1.4) при $l = 2$ и $m = 3$. Задача по определению параметров T_0 , a_2 и a_3 с помощью уравнений (1.10) и (1.11) решалась в два приема. Вначале составлялись и решались уравнения (1.11) при значениях $T_0 = 1000, 2000, \dots, 8000^\circ \text{K}$ и с учетом полученных коэффициентов a_k ($k = 2, 3$) всякий раз вычислялись значения суммы квадратов невязок S (1.8). По минимуму полученной зависимости S от T_0 (фиг. 4) было ориентировочно оценено оптимальное значение $T_0 \approx 6000^\circ \text{K}$. Далее проводилась более детальная оптимизация решения в интервале значений T_0 от 5500 до 6500 $^\circ \text{K}$ с шагом $\Delta T_0 = 100^\circ \text{K}$. В итоге были найдены оптимальные значения параметров $T_0 = 5900^\circ \text{K}$, $a_2 = 2.66 \cdot 10^{-6} \text{ мо/см } (^\circ \text{K})^2$, $a_3 = -0.188 \cdot 10^{-9} \text{ мо/см } (^\circ \text{K})^3$.

Тем самым определена зависимость σ от T для аргона при $T \leq \max T(0) \approx 13500^\circ \text{K}$ и атмосферном давлении в виде

$$\sigma(T) \approx \begin{cases} 0 & (T \leq 5900^\circ \text{K}) \\ 2.66 \cdot 10^{-6} (T - 5900)^2 - 0.188 \cdot 10^{-9} (T - 5900)^3 & (5900 \leq T \leq 13500^\circ \text{K}) \end{cases} \quad (4.2)$$

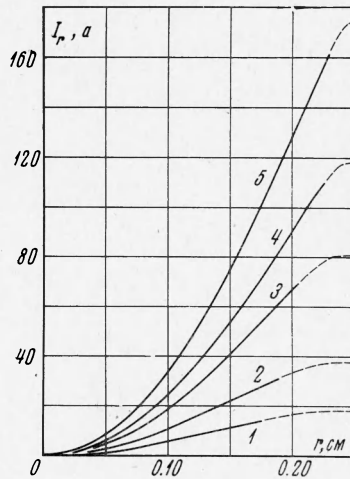
¹ Расчеты выполнялись лишь для оси дуги, на которой отсутствуют градиенты температуры и обусловленный ими перенос тепла электронным газом, не учитываемый формулой (3.3).

² Колесников В. Н. Дуговой разряд в инертных газах. Диссертация, М., ФИАН, 1962.

³ Паразитные токи через диафрагмы обусловлены разностью потенциала ΔV на отрезке столба, охватываемом диафрагмой, и неидеальностью электрической изоляции между ними.

Вычисленная по этой формуле зависимость $\sigma(T)$ представлена на фиг. 5 кривой 1. Участок кривой, показанный сплошной линией, соответствует значениям температуры в столбе дуги, найденным из оптических измерений; участок, показанный штриховой линией, относится к температурам, полученным интерполяцией кривых $T(r)$ на периферии канала (фиг. 3). В интервале измеренных значений $T \approx 8200 \div 13\,500^\circ\text{K}$ величина проводимости σ возрастает $\sim$ с 12 до 71 мО/см.

Для анализа и оценки точности определения $\sigma(T)$ проведен ряд специальных расчетов. На фиг. 6 показаны распределения тока по сечению столба



Фиг. 6

$$I_r(r) = 2\pi E \int_0^r \sigma[T(r)] r dr \quad (4.3)$$

вычисленные с учетом полученной зависимости σ от T (4.2) и экспериментальных значений E , $T(r)$, i' для пяти режимов дуги с токами $I = 18.4, 38.1, 81.3, 120, 180\text{A}$ (кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответственно). Из этих расчетов следует, что основной вклад в ток дуги дают центральные зоны столба, где значения $T(r)$ были получены непосредственно из оптических измерений. На долю периферийных зон, где значения температуры брались по интерполяции, приходится в среднем около 15% общего тока. Тем самым ошибки, связанные с интерполяцией, не вносят заметных погрешностей в определение σ в области измеренных температур.

Это подтверждается и другими расчетами: значения $\sigma(T)$, получившиеся из обработки тех же исходных данных, но при иной (явно неправдоподобной) интерполяции кривых $T(r)$ на периферии, отличались от (4.2) на несколько процентов (при $T \approx 8200 \div 13\,500^\circ\text{K}$). С учетом максимальных ошибок измерения величин I , E и

$T(r)$ результирующая погрешность определения $\sigma(T)$ согласно численным оценкам составляет $\sim \pm 15\%$ (в среднем для интервала $T \approx 8200 \div 13\,500^\circ\text{K}$).

Надежность полученной зависимости $\sigma(T)$ косвенно проверялась путем сравнения вычисленных токов дуги

$$I_p = 2\pi E \int_0^R \sigma[T(r)] r dr$$

с измеренными токами I . Такое сопоставление проводилось для пяти режимов дуги при $d = 5\text{ мм}$, исследованных в данной работе, но не использованных при определении σ , а также для шести режимов работы аналогичных дуг в аргоне с диаметрами канала $d = 6$ и 8 мм , исследованных в работе [12]. Результаты поверочных расчетов приведены в табл. 2. Вычисленные и измеренные токи совпадают с точностью до нескольких процентов. Учитывая, что общая ошибка измерения параметров I , E и $T(r)$ могла достигать также нескольких процентов, полученную точность совпадения I_p и I следует признать удовлетворительной.

Таблица 2

№	$d, \text{мм}$	I, a	$E, \text{e, см}$	$G, \text{мо·см}$	I_p, a	$\frac{I_p - I}{I} \cdot 100\%$
1	5	33.2	7.4	4.49	31.8	-4.2
2	5	48.9	8.3	5.89	49.5	+1.2
3	5	70.9	9.9	7.16	73.5	+3.7
4	5	137	13.5	10.15	142.4	+3.9
5	5	165.5	14.8	11.18	159.6	-3.6
6	6	79	8.3	9.5	77	-2.5
7	6	110	9.7	11.34	102	-7.3
8	6	201	12.9	15.6	184	-8.5
9	8	40	5.2	7.7	37.5	-6.2
10	8	80	6.0	13.4	76	-5.0
11	8	200	9.2	21.7	206	+3.0

На фиг. 5 найденная зависимость $\sigma(T)$ сравнивается с имеющимися теоретическими и экспериментальными данными по электропроводности аргона. Теоретическая зависимость σ от T [12,3] представлена кривой 2. В области $T \leq 11\,000^\circ\text{K}$ экспериментальная (кривая 1) и теоретическая (кривая 2) зависимости практически совпадают. При $T \geq 11\,000^\circ\text{K}$ теоретическая кривая проходит более круто. Наибольшее отклонение ее от экспериментальной кривой 1 (при $T \approx 13\,500^\circ\text{K}$) составляет $\sim +20\%$, что не на много превышает погрешность эксперимента. Кривой 3 представлена экспериментальная зависимость σ от T , полученная в работе [13] по данным измерений на аргоновой дуге с использованием метода, описанного в [4]. Представленная зависимость располагается примерно на 6–11% ниже значений кривой 1 и, практически, не выходит за пределы точности определения $\sigma(T)$ в данной работе. На фиг. 5 приведены также данные измерений σ на ударной трубе (кружочки), полученные в работе [14], которые удовлетворительно согласуются с кривой 1. Отклонение теоретической зависимости (кривая 2) от экспериментальной в области $T \geq 11\,000^\circ\text{K}$, по-видимому, связано с использованием в [12] несколько заниженных значений сечений ионов Q_i [3].

Проведенные расчеты и сопоставления свидетельствуют о достаточной надежности полученной в работе зависимости $\sigma(T)$ для аргона. Наиболее убедительно об этом говорят сравнительно хорошее совпадение токов I_p и I для существенно отличных режимов независимо исследованных дуг (табл. 2), а также удовлетворительное согласование результатов, полученных независимыми методами на различных источниках плазмы (в данной работе и в работе [14]). Все это дает основание полагать, что предложенный метод определения электропроводности плазмы, будучи достаточно надежным, может быть рекомендован и в тех случаях, когда проводимость исследуемой плазмы слабо изучена.

В заключение автор благодарит Я. М. Буждана за консультации при составлении программы для ЭВМ и Н. А. Рубцова за внимание и полезные советы.

Поступила 16 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Пустогаров А. В., Яковлев Е. А. Электропроводность аргоновой плазмы. Теплофизика высоких температур, 1965, т. 3, № 5.
2. Maescker H., Peters Th., Schenk H. Ionen- und Atomquerschnitte im Plasma verschiedener Gase. Z. Phys., 1955, Bd. 140, H. 2, S. 119.
3. Колесников В. Н., Обухов-Денисов В. В. Эффективное сечение рассеяния медленных электронов на атомах водорода. ЖЭТФ, 1962, т. 42, вып. 4.
4. Uhlenbusch J. Berechnung der Materialfunktionen eines Stickstoff- und Argonplasmas aus gemessenen Bogendaten. Z. Phys., 1964, Bd. 179, H. 4, S. 347.
5. Schmitz G., Patt H. J. Eine Methode zur Bestimmung von Materialfunktionen von Gasen aus den Temperaturverteilungen zylindersymmetrischer Lichtbogen. Z. Phys., 1962, Bd 167, H. 2, S. 163.
6. Neumann W., Sacklowski U. Bestimmung der elektrischen und thermischen Leitfähigkeit und der effektiven Volumenstrahldichte für ein Sauerstoffplasma. Beiträge Plasmaphys., 1968, Bd 8, Nr 1, S. 57.
7. Шейншлин А. Е., Асиновский Э. И., Батурин В. А., Батенин В. М. Установка для получения плазмы и изучения ее свойств. Ж. техн. физ., 1963, т. 33, вып. 10.
8. Батурин В. А., Уланов И. М. Энергетический баланс стабилизированных дуг в аргоне с интенсивным осевым потоком газа. Ж. техн. физ., 1968, т. 38, вып. 5.
9. Euler J., Ludwig R. Arbeitsmethoden der optischen Pyrometrie. Karlsruhe, Braun, 1960.
10. Асиновский Э. И., Батенин В. М. Экспериментальное исследование непрерывного спектра плазмы аргона. Теплофизика высоких температур, 1965, т. 3, № 4.
11. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
12. Асиновский Э. И., Кириллин А. В. Опытное определение коэффициента теплопроводности плазмы аргона. Теплофизика высоких температур, 1965, т. 3, № 5.
13. Bues I., Patt H. J., Richter J. Über die elektrische Leitfähigkeit und die Wärmeleitfähigkeit des Argons bei hohen Temperaturen. Z. angew. Phys., 1967, Bd. 22, Nr 4, S. 345.
14. Lin S.-C., Resler E. L., Kantrowitz A. Electrical conductivity of highly ionized argon produced by shock waves. J. Appl. Phys., 1955, vol. 26, No. 1, p. 95.