

О РАСШИРЕНИИ В ВАКУУМ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ С ИОНАМИ ДВУХ СОРТОВ

В. М. Гейтлер

(Москва)

Исследовалось одномерное расширение в вакуум разнотемпературной плазмы с двумя сортами ионов. В плазме с максвелловским распределением ионов по скоростям отмечено распространение волны разрежения, границей которой является слабый разрыв, движущийся со скоростью ионного звука в плазме. Найдена величина этой скорости в плазме рассматриваемого типа. Основное внимание уделено нахождению первых двух моментов функций распределения — средних скоростей и плотностей тяжелых частиц. Получено приближенное асимптотическое решение системы уравнений переноса в случае близости масс обоих сортов ионов и их численное решение на ЭВМ. Подробно анализируются некоторые особенности найденных решений, характерные для плазмы с различными по массе сортами ионов.

1. Пусть в начальный момент времени плазма занимает полупространство $x < 0$ и начинает расширяться в вакуум ($x > 0$) в момент $t = 0$. Плазма описывается бесстолкновительными кинетическими уравнениями с самосогласованным полем

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v \frac{\partial f_e}{\partial x} + \frac{e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f_e}{\partial v} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + v \frac{\partial f_i}{\partial x} - \frac{e}{M_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f_i}{\partial v} = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -4\pi e (N_1 + N_2 - N_e), \quad N_k = \int_{-\infty}^{\infty} f_k(x, t, v) dv \quad (1.3)$$

Здесь f_k — функция распределения частиц k -го сорта, N_k — их концентрация, φ — потенциал электрического поля, M_i — масса ионов i -го сорта, m — масса электрона.

Для простой (электроны и ионы одного сорта) плазмы задача о разлете в вакуум рассматривается в работе [1], и ее решение будем считать справедливым в случае равенства масс обоих сортов ионов.

При рассмотрении начальной стадии процесса расширения плазмы авторы приходят к выводу, что движение плазмы быстро приближается к автомодельному. Действительно, через некоторое достаточно малое время $t > (M_2 / 2T_i)^{1/2} D_i$ характерный размер неоднородностей в плазме становится много больше ионного радиуса Дебая D_i . Поэтому (см. [4]) с этого момента плазму можно считать квазинейтральной, а распределение электронов — бoльцмановским, что в конечном счете и позволяет искать решение уравнений (1.2) в классе автомодельных решений, т. е. полагая $f_i = f_i(x/t, v)$. Вводя безразмерные переменные

$$\tau = \left(\frac{M_1}{2T_e} \right)^{1/2} \frac{x}{t}, \quad u_i = \left(\frac{M_1}{2T_e} \right)^{1/2} v_i, \quad S_i = \left(\frac{2\pi T_e}{M_1} \right)^{1/2} f_i$$

получаем уравнения для безразмерной функции распределения

$$\begin{aligned} (u_1 - \tau) \frac{\partial g_2}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \frac{\partial g_2}{\partial u_1} \frac{d}{d\tau} \left(\ln \int_{-\infty}^{\infty} [g_1 + g_2] du \right) &= 0 \\ (u_2 - \tau) \frac{\partial g_2}{\partial \tau} - \frac{\gamma}{2} \frac{\partial g_2}{\partial u_2} \frac{d}{d\tau} \left(\ln \int_{-\infty}^{\infty} [g_1 + g_2] du \right) &= 0 \quad \left(\gamma = \frac{M_1}{M_2} \right) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Рассмотрим уравнения для первых моментов функции распределения: средней (направленной) скорости v_i и плотности ионов N_i

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (N_i v_i) &= 0 \\ M_i \left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \right] &= -T_e \frac{\partial \ln(N_1 + N_2)}{\partial x} \end{aligned} \quad (1.5)$$

В безразмерных переменных они имеют вид

$$\begin{aligned} (u_1 - \tau) \frac{d \ln N_1}{d\tau} + \frac{du_1}{d\tau} &= 0, \quad (u_2 - \tau) \frac{d \ln N_2}{d\tau} + \frac{du_2}{d\tau} = 0 \\ (u_1 - \tau) \frac{du_1}{d\tau} + \frac{1}{2} \frac{d \ln(N_1 + N_2)}{d\tau} &= 0, \quad (u_2 - \tau) \frac{du_2}{d\tau} + \frac{\gamma}{2} \frac{d \ln(N_1 + N_2)}{d\tau} = 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Будем считать, полагая плазму достаточно холодной, т. е. пренебрегая тепловым движением ионов, что уравнения (1.6) справедливы при всех τ , начиная с некоторого определяемого ниже τ_0 . Сформулируем граничные условия для уравнений (1.6) следующим образом. Известно (см., например, [3]), что одномерное автомодельное движение сжимаемого газа можно представить как распространение нестационарной волны разрежения, границами которой являются слабые разрывы, движущиеся с местной скоростью звука. Такое представление справедливо и для рассматриваемой задачи, поскольку физическая картина процесса и уравнения (1.5) сходны с газодинамическими. Будем считать, что в направлении $\tau < 0$ распространяется нестационарная волна разрежения, передний фронт которой — слабый разрыв; слева от него находится область невозмущенной плазмы — $N_i = n_{i0}$, $u_i = 0$, справа — область, где плотность и скорость ионов описываются решениями системы (1.6). Сначала найдем скорость движения слабого разрыва для плазмы, состоящей из ионов одного сорта. Перейдем к системе координат, связанной с разрывом: вместо x рассмотрим координату $\xi = x + at$, где a — искомая скорость распространения слабого разрыва, для которой нетрудно получить

$$a^2 = T_e / M \quad (1.7)$$

Она, как и следовало ожидать, совпадает со скоростью ионного звука в плазме [4]. Таким образом, на разрыве — при $\xi = 0$ или $x/t = -a$ — для решений $N/N_0 = C \exp(-\tau\sqrt{2})$ и $u = \tau + 1/2\sqrt{2}$ (см. [1]) должны выполняться следующие условия:

$$1 = C \exp \left[- \left(\frac{M}{T_e} \right)^{1/2} \frac{x}{t} \right], \quad 0 = \left(\frac{M}{2T_e} \right)^{1/2} \frac{x}{t} + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Отсюда находим $C = 1/e$, что согласуется с [1]. В поставленной задаче плазма состоит из ионов двух сортов, и скорости движения разрывов для этих «ионных газов», вообще говоря, могут быть различными. Однако можно показать, что при движении волны разрежения по смеси не-

подвижных газов существует только одна (в данном направлении) скорость распространения слабого разрыва. Для обычных уравнений газодинамики это сделано в [5,6]. Рассмотрим систему уравнений (1.5), полагая при этом (см. [7]) все гидродинамические функции Φ_i непрерывными на разрыве, а скачок их производных, отличный от нуля, равным

$$[\partial\Phi_i/\partial x] = \lambda_{\Phi_i} n, \quad [\partial\Phi_i/\partial t] = -\lambda_{\Phi_i} a$$

Здесь n — единичный вектор нормали к поверхности разрыва, a — скорость распространения разрыва. Тогда имеем

$$-\lambda_{N_i} a + \lambda_{N_i} v_i n + \lambda_{v_i} N_i n = 0$$

$$a_i (\lambda_{N_1} + \lambda_{N_2}) = -(N_1 + N_2) (\lambda_{v_i} v_i n - \lambda_{v_i} a)$$

где a_i — скорость звука в плазме с ионами i -го сорта. Условием разрешимости этой системы четырех уравнений относительно λ_{N_i} и λ_{v_i} будет

$$(a - V_{1n})^2 N_2 a_2^2 + (a - V_{2n})^2 N_1 a_1^2 = (a - V_{1n})^2 (a - V_{2n})^2 (N_1 + N_2)$$

Вообще, это уравнение имеет три ненулевых корня, причем два из них отрицательны, но в случае движения по неподвижной смеси ($V_{1n} = V_{2n} = 0$, $N_{1n} = n_{10}$, $N_{2n} = n_{20}$) имеем

$$a^2 = \frac{n_{10} a_1^2 + n_{20} a_2^2}{n_{10} + n_{20}}$$

Отсюда для волны, бегущей в направлении $x < 0$

$$a = \left(\frac{T_e}{M_1} \frac{\gamma n_{20} + n_{10}}{n_{20} + n_{10}} \right)^{1/2}$$

2. Ввиду того что получить точное решение системы (1.6) не удалось, помимо нахождения численного решения исследовались ее асимптотические свойства при $\gamma \rightarrow 1$, т. е. в случае близости масс двух сортов ионов (предельный случай $M_1 = M_2$ дает работа [1]). При этом решение уравнений (1.6) искалось в виде

$$u_i = u_0 + \delta v_i, \quad N_i^\circ = N_{oi}^\circ + \delta n_i \quad (N_i^\circ = N_i / N_0) \quad (2.1)$$

Здесь δv_i и δn_i — малые добавки к «основным» решениям u_0 и N_{oi}° , дающим соответственно среднюю скорость и плотность — точное решение системы (1.6) в предельном случае $\gamma = 1$. Они были получены в работе [2]

$$N_{10}^\circ = \frac{n_{10} \exp(-\sqrt{2}\tau - 1)}{n_{10} + n_{20}} = \frac{\exp(-\sqrt{2}\tau - 1)}{1 + \eta} \quad (2.2)$$

$$N_{20}^\circ = \frac{n_{20} \exp(-\sqrt{2}\tau - 1)}{n_{10} + n_{20}} = \frac{\eta \exp(-\sqrt{2}\tau - 1)}{1 + \eta}$$

$$u_0 = \tau + 1/2 \sqrt{2}, \quad \eta = n_{20}/n_{10}, \quad N_0 = n_{10} + n_{20}$$

Подставим (2.1) и (2.2) в уравнения (1.6). Считая, что добавки δv_i и δn_i малы, и оставляя лишь линейные относительно них и $\varepsilon = 1 - \gamma$ члены, получаем систему линейных уравнений

$$(1 + \eta) \exp(\sqrt{2}\tau + 1) (\sqrt{2} \delta n_1 + d \delta n_1 / d\tau) + \sqrt{2} d \delta v_1 / d\tau - 2 \delta v_1 = 0$$

$$(1 + \eta) \exp(\sqrt{2}\tau + 1) (\sqrt{2} \delta n_2 + d \delta n_2 / d\tau) + \eta (\sqrt{2} d \delta v_2 / d\tau - 2 \delta v_2) = 0 \quad (2.3)$$

$$\exp(\sqrt{2}\tau + 1) [\sqrt{2} (\delta n_1 + \delta n_2) + d (\delta n_1 + \delta n_2) / d\tau] + \sqrt{2} d \delta v_1 / d\tau + 2 \delta v_1 = 0$$

$$\exp(\sqrt{2}\tau + 1) [\sqrt{2} (\delta n_1 + \delta n_2) + d (\delta n_1 + \delta n_2) / d\tau] + \sqrt{2} d \delta v_2 / d\tau + 2 \delta v_2 =$$

$$= \sqrt{2} (\gamma - 1)$$

Решение этой системы имеет вид

$$\begin{aligned}
 \delta v_1 &= \frac{B\eta}{\eta+1} \exp(-\sqrt{2}\tau) + \frac{(1-\gamma)\eta}{2\sqrt{2}(\eta+1)} \\
 \delta v_2 &= -\frac{B\eta}{\eta+1} \exp(-\sqrt{2}\tau) - \frac{(1-\gamma)(\eta+2)}{2\sqrt{2}(\eta+1)} \\
 \delta n_1 &= -\frac{2\sqrt{2}\eta B}{(\eta+1)^2} \exp(-2\sqrt{2}\tau-1) + \\
 &+ \frac{(1-\gamma)\eta}{\sqrt{2}(\eta+1)^2} \tau \exp(-\sqrt{2}\tau-1) + C_1 \exp(-\sqrt{2}\tau) \\
 \delta n_2 &= \frac{2\sqrt{2}\eta B}{(\eta+1)^2} \exp(-2\sqrt{2}\tau-1) - \\
 &- \frac{(1-\gamma)\eta(\eta+2)}{\sqrt{2}(\eta+1)^2} \tau \exp(-\sqrt{2}\tau-1) + C_2 \exp(-\sqrt{2}\tau)
 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Постоянные интегрирования B и C_i находятся из условий на слабом разрыве, где

$$u_1 = u_2 = 0, \quad N_1^0 = \frac{n_{10}}{N_0} = \frac{1}{1+\eta}, \quad N_2^0 = \frac{n_{20}}{N_0} = \frac{\eta}{1+\eta}$$

Выше было показано, что в системе координат, связанной с разрывом, его координате $\xi = 0$ отвечает значение $x/t = -a$, где a — скорость распространения слабого разрыва в плазме. В переменных τ это означает, что координата разрыва

$$\tau_0 = -\left(\frac{\gamma\eta+1}{2[1+\eta]}\right)^{1/2}$$

Так как решается система линеаризованных уравнений, то необходимо линеаризовать по ε выражение для скорости распространения разрыва, которое после этого будет иметь вид

$$\tau_0' = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\gamma\eta+1}{\eta+1} \right)$$

Подстановка решений (2.2) и (2.4) в (2.1) дает такое же значение τ_0' , а также следующие значения констант:

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\gamma-1}{\sqrt{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\gamma\eta+1}{\eta+1}\right)\right] \\
 C_1 &= \frac{1}{1+\eta} \left\{ \exp(\sqrt{2}\tau_0') - \frac{1}{e} \left[1 + \frac{(1-\gamma)\eta(\frac{\varepsilon}{2} + \frac{7\eta}{4} - \gamma\eta)}{4(\eta+1)^2} \right] \right\} \\
 C_2 &= \frac{\eta}{1+\eta} \left\{ \exp(\sqrt{2}\tau_0') - \frac{1}{e} \left[1 + \frac{(1-\gamma)(\eta^2(1+\gamma) + 2\eta(\gamma-2) - 4)}{4(\eta+1)^2} \right] \right\}
 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Полученные решения (2.4) для добавок δv_i и δn_i с коэффициентами (2.5) удовлетворяют необходимым условиям: при $\gamma = 1$ $\delta v_i = 0$, $\delta n_i = 0$, что следует непосредственно из (2.5); при $\gamma \lesssim 1$ добавки малы, так как они пропорциональны величине $\varepsilon = 1-\gamma$.

Рассмотрим поведение скоростей ионов $u_i = u_0 + \delta v_i$ при различных τ в зависимости от масс ионов и соотношения между ними, т. е. от γ . Слабый разрыв, являющийся границей между невозмущенной и расширяющейся плазмой, движется со скоростью a , меньшей чем скорость разрыва

в задаче с одним «легким» сортом ионов ($a_2 < a < a_1$); и, следовательно, скорость вылетающих ионов как легких, так и тяжелых относительно разрыва будет меньше по сравнению с предельным случаем, причем при уменьшении $\gamma = M_1 / M_2$ эта разность возрастает. Более подробный анализ показывает при сравнении u_1 и u_2 с $u = \tau + \frac{1}{2}\sqrt{2}$ в точках, равноотстоящих от соответствующего разрыва, что u больше u_2 и меньше u_1 везде, за исключением малой области, примыкающей к разрыву.

Таким образом, на слабом разрыве скорости u_1 и u_2 совпадают: они равны нулю относительно плазмы, но «ускорения» $du_1/d\tau$ и $du_2/d\tau$ различны — $du_1/d\tau > 1$, $du_2/d\tau < 1$. Это говорит о том, что легкие ионы сразу приобретают скорость большую, чем скорость тяжелых, что хорошо подтверждается анализом их поведения в точке $\tau = 0$, являющейся особой, поскольку в ней в любой момент времени скорость и плотность каждого сорта частиц остаются постоянными. Для плазмы с одним сортом ионов это были значения $u^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, $N^\circ = \frac{1}{2}e$. Сравнение скоростей ионов в рассматриваемой задаче с u° дает неравенство $u_1^\circ > u^\circ > u_2^\circ$, т. е. разлет разных сортов тяжелых частиц в точке $\tau = 0$ идет с разными скоростями, причем также постоянными по времени. При $\tau \rightarrow \infty$ разность между скоростями легких и тяжелых ионов уменьшается, хотя всегда выполняется условие

$$u_1 - u_2 > \frac{1}{2}(1 - \gamma)\sqrt{2}$$

т. е. имеет место расслоение плазмы на слои легких, идущих впереди, и тяжелых ионов. Этот факт доказывается не только тем, что $u_1 > u_2$ при всех τ , но и тем, что $du_1/d\tau > 1$, а $0 < du_2/d\tau < 1$ в любой точке, хотя при $\tau \rightarrow \infty$ оба ускорения стремятся к единице.

Последнее позволяет сделать следующее замечание. Разлет по инерции, происходящий в холодной плазме с ионами одного сорта практически с самого начала расширения, здесь наступит не сразу, хотя и экспоненциально быстро, и будет отличен, так как массы различны, для легких и тяжелых ионов.

Такую задержку по τ в стабилизации ускорения ионов, причем такого же по величине, как и в той задаче, можно объяснить более долгим (по τ) процессом установления электрического поля, который связан с более сложным, чем ранее, характером распределения ионов ввиду различия их масс. Отметим еще одну важную особенность решения. Если в пределе $\tau \rightarrow \infty$ все производные $du_i/d\tau$, $du_i/d\tau$ совпадают, то сами скорости, или, вернее, характеристики уравнений (1.4), сгущаются к разным асимптотам: для u , как показано в [1], это прямая $u = \tau + \frac{1}{2}\sqrt{2}$. В данной задаче прямые $u_1 = \tau + \frac{1}{2}\sqrt{2} + (1 - \gamma)\eta / 2\sqrt{2}(\eta + 1)$ для легких ионов и $u_2 = \tau + \frac{1}{2}\sqrt{2} + (1 - \gamma)(\eta + 2) / 2\sqrt{2}(\eta + 1)$ для тяжелых ионов.

Анализ полученных решений N_1° и N_2° более сложен, так как при этом существенно влияние начального задания концентраций n_{10} и n_{20} , т. е. величины параметра η . Рассмотрим три возможных случая.

1. Пусть $\eta = 1$. В каждый момент времени всю область разлета можно разбить на две: область отрицательных τ , расположенную между разрывом и границей $x = 0$, очень малую по величине (так как $|\tau_0'| < \frac{1}{2}\sqrt{2}$), и область $\tau > 0$, которая нас в основном интересует. В первой области в данном случае будет очень малое преобладание числа тяжелых ионов, что подтверждается неравенствами, полученными при анализе решения

$$\left[\frac{dN_2^\circ}{d\tau} - \frac{dN_1^\circ}{d\tau} \right]_{\tau=\tau_0'} \sim 0.7\varepsilon, \quad [N_2^\circ - N_1^\circ]_{\tau=0} \sim 0.05\varepsilon$$

Для положительных значений τ величина N_1° станет больше N_2° , поскольку основной вклад здесь дают члены вида $\tau \exp(-\sqrt{2}\tau)$, которые уменьшают для легких и увеличивают для тяжелых ионов спад концентрации с ростом τ .

2. При $\eta < 1$ из-за большого начального количества легких ионов $N_1^\circ > N_2^\circ$ уже на разрыве, и это неравенство может только усиливаться при $\tau \rightarrow +\infty$.

3. Если $\eta > 1$, то в первой области концентрация тяжелых ионов выше, чем легких; в точке $\tau = 0$ разность между ними больше, чем при $\eta = 1$. Поэтому во второй области она будет сохраняться в пользу тяжелых ионов «дольше» по τ (по сравнению с первым случаем), но при $\tau \rightarrow +\infty$ всегда найдется такое значение τ , при котором N_1° превысит N_2° независимо от выбора начальных концентраций.

Влияние величины параметра γ на функции u_i и N_i° оказывается довольно элементарным: чем сильнее неравенство $M_1 < M_2$ (в рамках предельного случая $\gamma \sim 1$), тем больше отличаются одна от другой скорости и концентрации легких и тяжелых ионов, все отмеченные выше эффекты становятся более четкими и заметными.

Анализ поведения других безразмерных величин, характеризующих расширение плазмы в вакуум, — потенциала $\phi = \ln(N_1^\circ + N_2^\circ)$ и силы $F = -d\phi/d\tau$ — выявил некоторое отличие их от аналогичных параметров (Φ и F) в задаче с ионами одного сорта. Сразу за разрывом ϕ становится больше Φ . С ростом τ эта разность увеличивается, хотя относительное изменение $(\phi - \Phi)/\Phi$ достигает максимума ($\sim 10\%$) при $\tau \sim 1$. При $\tau \rightarrow +\infty$ асимптотики потенциала $\phi \rightarrow -\sqrt{2}\tau$ и силы $F \rightarrow \sqrt{2}$ остаются прежними, с той лишь разницей, что в нашей задаче наблюдается отмеченная выше «задержка по τ » за счет членов вида $\ln \tau$ в ϕ и поправки $1/\tau$ к F .

Не проводя полного численного расчета этих параметров, ограничимся замечанием о влиянии электрического поля на движение плазмы. Еще в [1] было отмечено сильное ускорение части ионов электрическим полем, особенно в разнотемпературной плазме; в рассматриваемой задаче можно показать, что средняя энергия ионов обоих сортов равна при больших τ

$$\varepsilon_1 = T_e \left[\tau^2 + \tau \left(\sqrt{2} + \frac{(1-\gamma)\eta}{\sqrt{2}(\eta+1)} \right) \right]$$

$$\varepsilon_2 = T_e \left[\tau^2 + \tau \left(\sqrt{2} - \frac{(1-\gamma)(\eta+2)}{\sqrt{2}(\eta+1)} \right) \right] \quad (2.6)$$

и, как и следовало ожидать, легкие ионы ускоряются сильнее тяжелых.

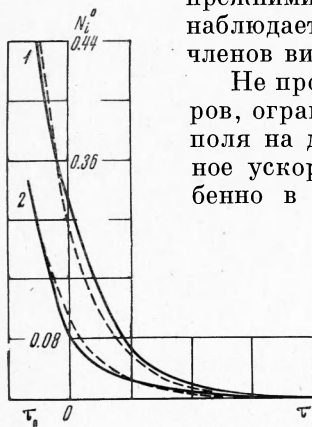
3. Численное интегрирование на ЭВЦМ уравнений (1.6) производилось методом Эйлера — шагами по τ , начиная с

$$\tau_0 = \left[\frac{\gamma\eta + 1}{2(\eta + 1)} \right]^{1/2}$$

при котором задавались начальные значения концентраций

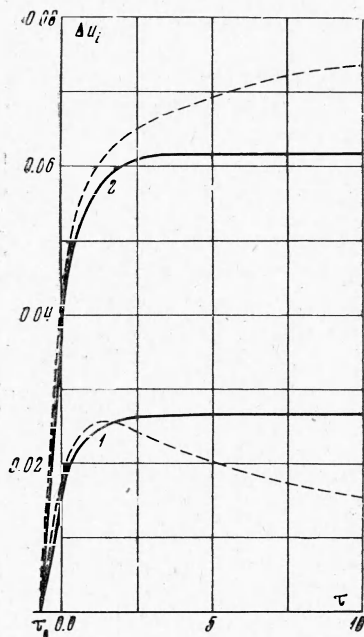
$$N_{10}^\circ = 1/(1+\eta), \quad N_{20}^\circ = \eta/(1+\eta)$$

и скоростей $u_i^\circ = 0$. Для конкретного расчета была взята плазма воздуха с параметрами $\gamma = 7/8$, $\eta = 3/7$.



Фиг. 1

Приведены результаты расчета для некоторых значений τ .



Фиг. 2

и малое, расхождение. Кроме того, в области $\tau \sim 1$ численный расчет дает максимум ускорения легких ионов $du_1/d\tau$, а следовательно, и $u_1 - u^*$ (фиг. 2), что не следует из приближенного решения. А из анализа исходной системы моментных уравнений (1.6) вытекает, что на отрезке $[\tau_0, \infty]$ функция $d^2u_1/d\tau^2$ меняет знак, в то время как функция $d^2u_2/d\tau^2$ знакопостоянна. В связи с этим был проведен дополнительный расчет на ЭВМ для различных значений параметров γ и η , анализ которого подтвердил существование отмеченных выше особенностей решения задачи. Заметим, что зависимость от γ (в рамках предельного случая $\gamma \sim 1$) оказалась довольно слабой, особенно для плотностей ионов.

Таким образом, найдены как численное, так и приближенное аналитическое решения рассматриваемой задачи, но последнее справедливо в более узкой области, что ограничивает возможность его применимости и требует дополнительного исследования нелинейностей, возникающих при больших τ .

В заключение автор благодарит Н. Т. Пащенко за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

Поступила 30 XII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич А. В., Парийская Л. В., Пятаевский Л. П. Автомо-дельное движение разреженной плазмы. ЖЭТФ, 1965, т. 49, вып. 3.
2. Гуревич А. В., Парийская Л. В., Пятаевский Л. П. Автомо-дельные движения разреженной плазмы. ЖЭТФ, 1968, т. 54, вып. 3.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
4. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электродинамика плазмы и плазмодобных сред. М., Атомиздат, 1961.
5. Клейман Я. З. О распространении волн слабого разрыва в многокомпонентной среде. Акуст. ж., 1958, т. 4, вып. 3.
6. Клейман Я. З. Некоторые особенности движения смесей. Акуст. ж., 1959, т. 5, вып. 2.
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. 2. М.—Л., Гостехиздат, 1948.

τ	$\tau_0 = -0.69$	-0.6	0.2	1.0	1.8
N_1°	0.7000	0.5957	0.1707	0.0510	0.0154
N_2°	0.3000	0.2609	0.0754	0.0198	0.0050
u_1	0.0000	0.0972	0.9148	1.7191	2.5190
u_2	0.0000	0.0841	0.8459	1.6349	2.4307

Кроме того, они показаны на фигурах, где сплошной линией отмечено аналитическое решение, а пунктирной — численное; индексы 1 и 2 соответствуют легкому и тяжелому сортам ионов.

На фиг. 1 проведено сравнение значений концентраций обоих сортов ионов, полученных в линейном приближении, с результатами расчета на ЭВМ. На фиг. 2 аналогичное сравнение проделано для средних скоростей u_i , точнее для разностей вида $\Delta u_i = |u_i - u^*|$, где $u^* = \tau - \tau_0$ — модифицированная скорость единственного сорта ионов в простой плазме, для которой всегда справедливо неравенство $u_2 < u^* < u_1$.

Непосредственно за разрывом ($\tau_0 < \tau < 1$) отмечено хорошее совпадение приближенного и численного расчетов. С ростом τ наблюдается ухудшение согласия результатов, полученных разными способами, что объясняется, по-видимому, возрастающей неточностью линейного приближения. Это доказывается рассмотрением поведения решений для плотностей (2.4), куда входят члены вида $\tau \exp(-\sqrt{2\tau} - 1)$, которые при $\tau \rightarrow +\infty$ делают добавки δn_i отнюдь не малыми. Такое же несовпадение имеет место и для скоростей, где при $\tau \rightarrow +\infty$ есть постоянное, хотя