28. **Никитин Л. В., Рыжак Е. И.** Разрушение горной породы с внутренним трением и дилатансией // ДАН СССР.— 1976.— Т. 230, № 5.
29. **Николаевский В. Н.** Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды // ПММ.— 1971.— Т. 35, вып. 6.
30. **Гарагаш И. А.** Устойчивость и разрушение породных массивов с приложениями в механике подготовки землетрясений: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук.— М.: ИФЗ АН СССР, 1985.
31. **Рыхлевский Я.** О законе Гука // ПММ.— 1984.— Т. 48, вып. 3.
32. **Чанышев А. И.** О пластичности анизотропных сред // ПМТФ.— 1984.— № 2.
33. **Мусхелишвили Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости.— М.: Изд-во АН СССР, 1949.
34. **Ивлев Д. Д.** Теория идеальной пластичности.— М.: Наука, 1966.
35. **Коврижных А. М.** Вариант теории пластической деформации горных пород // ФТПРПИ.— 1983.— № 1.
36. **Безухов Н. И.** Основы теории упругости, пластичности и ползучести.— М.: Высш. шк., 1968.

г. Новосибирск *Поступила 11/III 1988 г., в окончательном варианте — 21/IV 1988 г.*

УДК 539.375+539.376

А. Г. Черепанов, Г. П. Черепанов

О РОСТЕ ТРЕЩИН В МЕТАЛЛАХ ПРИ ПОВЫШЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Ползучесть — это способность всех твердых тел к необратимой деформации при постоянных нагрузках, объясняющаяся тепловым движением и направленной миграцией под действием нагрузок основных источников необратимой деформации: включений, дырок, дислокаций и микротрещин. Последние, объединяясь на заключительной стадии, образуют макротрещину, разрезающую конструкционный элемент. Ползучесть в металлах становится ощутимо заметной обычно при температурах, больших одной трети температуры плавления (в К).

Феноменологический подход к ползучести полуэмпирический и основан на многих дополнительных допущениях о необратимых деформациях, оправдывающихся на опыте для конкретных материалов при определенных условиях [1].

Новый подход механики разрушения в ползучести и пластичности заключается в следующем: материал считается линейно- или нелинейно-упругим, а источники необратимой деформации рассматриваются в явном виде [2, 3]. При таком подходе необратимая деформация вычисляется как результат рождения, движения и развития этих источников, а разрушение представляется некоторым вычисляемым критическим моментом нестабильности необратимой деформации. Можно рассматривать различные детерминированные и статистические системы источников, используя методы теории диффузии и миграции для изучения их движения и развития [2, 3].

С 70-х годов, начиная с [4], рост трещин ползучести в металлах был подвергнут массированному экспериментальному изучению в рамках классической механики разрушения, основанной на коэффициентах интенсивности напряжений [5] и на инвариантных энергетических интегралах [6—18].

Как показано в [19], δ_K-концепция в модели Леонова — Панасюка — Дагдейла вытекает из общей энергетической Γ_c-концепции. Для линейных вязкоупругих материалов аналог δ_K-концепции разработан в [20]. В этом случае Γ_c- и δ_K-концепции различаются.

В теории упругости инвариантные интегралы методом Максвелла впервые найдены Эшелби в 1951 г. В [6] непосредственно из закона сохранения получен для произвольного твердого тела основной инвариантный энергетический интеграл (более общий, чем у Эшелби), использованный в качестве критерия в теории разрушения, и получено решение задачи о распределении напряжений и деформаций вблизи конца трещины в несжимаемом степенном нелинейно-упругом теле (позже найденное также в [25, 26]). Последнее решение использовано для анализа трещин ползучести [10]. В [7] интеграл Эшелби применен для расчета концентрации напряжений и деформаций в надрезах. В [9] инвариантный интеграл использован в качестве критерия в теории разрушения. В [21—24] инвариантный интеграл применялся для вычисления потока энергии в конец динамической движущейся трещины.

В качестве параметра, контролирующего рост трещины ползучести, экспериментаторы испытывали следующие параметры: коэффициент интенсивности напряжений K_I, раскрытие трещины δ, скорость раскрытия $\dot{\delta}$, инвариантные интегралы J и C^*, среднее напряжение в сечении нетто σ_{net} и др. [10—18]. Для различных сплавов и условий испытания найдены конкретные функциональные корреляции скорости роста трещины $\dot{l}$ с тем или другим из указанных параметров, однако сколько-нибудь общей закономерности найдено не было. Даже вопрос о наилучшем параметре разрушения, по существу, остался открытым. Наиболее интересным эмпирическим результатом, на наш взгляд, является вывод о примерной линейной зависимости $\dot{l} \sim \dot{\delta}$, $\dot{l} \sim C^*$, наблюдавшейся в ряде работ в некотором диапазоне нагрузок. Отметим также работы [27—36] по трещинам ползучести. В настоящее время вполне обоснованно можно говорить о кризисе в этой области, имеющем две основные причины.

1. Трудности постановки доказательного эксперимента по росту трещины ползучести. Действительно, докритический рост трещин в металлах — в большинстве случаев следствие химических или электрохимических реакций, происходящих в конце трещины с участием металла и внешней среды [11]. Поэтому опыты по ползучести, строго говоря, следует проводить в вакууме или инертном газе (со специальным химическим контролем); это условие учитывалось лишь в немногих работах. Далее, даже инертная среда не гарантирует того, что причина докритического роста трещины — ползучесть металла, так как такой причиной может быть атомарный водород, растворенный в решетке металла [11]. Следовательно, необходим также тщательный контроль за водородом в решетке.

2. Трудности формулировки достаточно простой и общей феноменологической теории ползучести — пластичности. Дело в том, что классические теории ползучести достаточно хороши при больших τ и T, но невысоких p (T — температура, p — характерное напряжение, τ — время нагружения), а классические теории пластичности достаточно хороши при высоких p, но малых τ и T. Окрестность конца трещины ползучести характеризуется высокими p и T при широком диапазоне изменения τ. Таким образом, в этой области необходима комбинированная, но достаточно простая теория пластичности — ползучести.

Наиболее перспективный способ преодоления кризиса — отказ от полуэмпирических теорий разрушения и переход к теориям, основанным лишь на фундаментальных атомных и микроскопических константах. Это подход квантовой механики разрушения, предложенный в [37—40]. Согласно квантовой механике разрушения, материал считается линейно-упругим телом с присущей ему кристаллической структурой, а необратимые деформации пластичности и ползучести, а также сам процесс роста трещины ползучести (т. е. процесс разрушения) рассчитываются на основе анализа рождения и движения микротрещин, дислокаций, включений и пор вследствие тепловых флуктуаций.

Ниже рассматривается простой феноменологический подход к росту трещин ползучести, основанный на комбинированной теории пластичности — ползучести.

Специальная теория пластичности—ползучести. Пусть однородная изотропная среда обладает свойствами несжимаемого степенного нелинейно-упругого тела и несжимаемой степенной нелинейно-вязкой жидкости, так что

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \varepsilon_{ij}^{v}, \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{e} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{v}; \tag{1}$$

$$\varepsilon_{ii}^{e} = 0, \quad \dot{\varepsilon}_{ii}^{v} = 0; \tag{2}$$

определяющие соотношения для упругой составляющей ε_{ij}^{e}:

$$\varepsilon_{ij}^{e} = \frac{\varepsilon_s}{\sigma_s}\left(\frac{J}{\sigma_s}\right)^{\varkappa}\left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}\right), \quad D^e = \varepsilon_s\left(\frac{J}{\sigma_s}\right)^{\varkappa+1}, \tag{3}$$
$$(D^e)^2 = \frac{2}{3}\left(\varepsilon_{ij}^{e} - \frac{1}{3}\varepsilon_{kk}\delta_{ij}\right)\left(\varepsilon_{ij}^{e} - \frac{1}{3}\varepsilon_{kk}\delta_{ij}\right),$$
$$J^2 = \frac{3}{2}\left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}\right)\left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}\right);$$

определяющие соотношения для вязкой составляющей ε_{ij}^{v}:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{v} = \frac{\gamma_s}{\tau_s}\left(\frac{J}{\tau_s}\right)^{\lambda}\left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}\right), \quad \dot{D}^v = \gamma_s\left(\frac{J}{\tau_s}\right)^{\lambda+1}, \tag{4}$$
$$(\dot{D}^v)^2 = \frac{2}{3}\left(\dot{\varepsilon}_{ij}^{v} - \frac{1}{3}\dot{\varepsilon}_{kk}^{v}\delta_{ij}\right)\left(\dot{\varepsilon}_{ij}^{v} - \frac{1}{3}\dot{\varepsilon}_{kk}^{v}\delta_{ij}\right).$$

Здесь ε_{ij} — деформации; σ_{ij} — напряжения; $\dot{\varepsilon}_{ij}$ — скорость деформаций; D^e, J и $\dot{D}^v$ — интенсивность упругих деформаций, напряжений и скорости вязких деформаций; δ_{ij} — символ Кронекера; $\varkappa$, λ, ε_s, σ_s, γ_s, τ_s — эмпирические постоянные, выбранные так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать диаграммы пластичности σ — ε (при различных заданных $\dot{\varepsilon}$) и диаграммы ползучести $\dot{\varepsilon}$ — ε (при различных заданных σ); точка над буквой означает полную производную по времени. Диапазон изменения $\varkappa$ и λ от двух до десяти охватывает большинство встречающихся на практике металлов и сплавов. Так как имеют место зависимости $\varepsilon_s\sigma_s = A = \mathrm{const}$, $\gamma_s\tau^{-\lambda-1} = B = \mathrm{const}$, то всего четыре независимых параметра присутствуют в рассматриваемой теории ползучести — пластичности.

В совокупности с уравнениями равновесия и условиями совместности (1)—(4) образуют замкнутую систему уравнений теории ползучести — пластичности. В предельных случаях $\gamma_s = 0$ и $\varepsilon_s = 0$ отсюда получаются степенная пластичность и степенная ползучесть соответственно.

Справедлива очевидная аналогия: если на границе тела заданы только нагрузки, распределение напряжений для $\gamma_s = 0$ идентично распределению напряжений для $\varepsilon_s = 0$.

Отметим, что предложенная специальная теория пластичности — ползучести отличается простотой и достаточной для многих приложений общностью. Общая теория пластичности — ползучести описывается функционалом по времени F от тензоров напряжения $\widehat{\sigma}$, деформации $\widehat{\varepsilon}$ и скорости деформаций $\widehat{\dot{\varepsilon}}$:

$$F(\widehat{\sigma}, \widehat{\varepsilon}, \widehat{\dot{\varepsilon}}) = 0. \tag{5}$$

В простейшем случае это отвечает гипотезе уравнения состояния [1].

Окрестность конца движущейся трещины. Рассмотрим распределение напряжений и деформаций в малой окрестности конца трещины нормального разрыва, стационарно растущей с постоянной скоростью вдоль оси x в рассматриваемой среде. При этом точка над буквой означает оператор $V\partial/\partial x$, где V — скорость роста трещины, а координата x отсчитывается от конца трещины, которую можно считать полубесконечной. В полярных координатах $r\theta$ с началом в конце трещины основные уравнения специальной теории пластичности— ползучести примут следующий вид:

уравнения равновесия

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \quad \frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta} + 2\frac{\tau_{r\theta}}{r} = 0; \tag{6}$$

условие совместности деформаций

$$2\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varepsilon_{r\theta}}{\partial\theta}\right) = \frac{\partial^2\varepsilon_r}{\partial\theta^2} - r\frac{\partial\varepsilon_r}{\partial r} + r\frac{\partial^2(r\varepsilon_\theta)}{\partial r^2}; \tag{7}$$

соотношения между деформациями, напряжениями и скоростями деформаций (плоская деформация)

$$\varepsilon_r = -\varepsilon_\theta = \varepsilon^v + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_s}{\sigma_s}\left(\frac{J}{\sigma_s}\right)^{\varkappa}(\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (\varkappa \geqslant 0), \tag{8}$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{r\theta}^v + \frac{\varepsilon_s}{\sigma_s}\left(\frac{J}{\sigma_s}\right)^{\varkappa}\tau_{r\theta};$$

$$\dot{\varepsilon}_r^v = -\dot{\varepsilon}_\theta^v = \dot{\varepsilon}^v = \frac{1}{2}(\gamma_s/\tau_s)(J/\tau_s)^\lambda(\sigma_r - \sigma_\theta), \tag{9}$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta}^v = (\gamma_s/\tau_s)(J/\tau_s)^\lambda\tau_{r\theta} \quad (\lambda \geqslant 0),$$

причем

$$J = \frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2}, \quad D^e = \sqrt{2}\sqrt{(\varepsilon_r^e)^2 + (\varepsilon_{r\theta}^e)^2}, \tag{10}$$

$$\dot{D}^v = \sqrt{2}\sqrt{(\dot{\varepsilon}_r^v)^2 + (\dot{\varepsilon}_{r\theta}^v)^2}, \quad D^e = \varepsilon_s(J/\sigma_s)^{\varkappa+1},$$

$$\dot{D}^v = \gamma_s(J/\tau_s)^{\lambda+1} \quad \left(\sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta),\ \varepsilon_z = 0\right).$$

В стационарном случае $\dot{\varepsilon}_{ik} = V\partial\varepsilon_{ik}/\partial x$, т. е.

$$(11)\qquad V\frac{\partial\varepsilon_r^v}{\partial x} = -V\frac{\partial\varepsilon_\theta^v}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\gamma_s}{\tau_s}\left(\frac{J}{\tau_s}\right)^\lambda(\sigma_r - \sigma_\theta),$$

$$V\frac{\partial\varepsilon_{r\theta}^v}{\partial x} = \frac{\gamma_s}{\tau_s}\left(\frac{J}{\tau_s}\right)^\lambda \tau_{r\theta}\qquad \left(\frac{\partial}{\partial x} = \cos\theta\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\right).$$

Индексы r и θ означают составляющие по направлениям r и θ соответствующих величин.

Инвариантный критерий локального разрушения. Для стационарно движущихся трещин инвариантным параметром в окрестности конца трещины является Г-интеграл [6, 11]:

$$(12)\qquad \Gamma = \oint_\Sigma (Un_x - \sigma_{ij}u_{i,x}n_j)\,d\Sigma\quad (i, j = 1, 2).$$

Здесь u_i и σ_{ij} — декартовы компоненты вектора перемещения и тензора напряжений (индекс 1 совпадает с индексом x); n_j — компоненты орта внешней нормали к контуру Σ, охватывающему конец трещины; U — энергия деформаций:

$$(13)\qquad U = \int\sigma_{ij}\,d\varepsilon_{ij} = \int_{-\infty}^{x}\sigma_{ij}\frac{d\varepsilon_{ij}}{dx}\,dx = \frac{\varkappa+1}{\varkappa+2}JD^e + \frac{1}{V}\int_{-\infty}^{x}J\dot{D}^v\,dx.$$

Подчеркнем, что в данном случае J- и C^*-интегралы неинвариантны и их нельзя применять в качестве критериев разрушения (J-интеграл инвариантен только для упругих сред, а C^*-интеграл инвариантен лишь для вязких жидкостей с потенциалом скоростей W, когда $\dot{\varepsilon}_{ij} = \partial W/\partial\sigma_{ij}$ и когда трещина неподвижна).

Любое число других инвариантных Г-интегралов легко получить из уравнений (12) и (13) подстановками

$$(14)\qquad u_i\to\frac{d^nu_i}{dx^n},\quad \varepsilon_{ij}\to\frac{d^n\varepsilon_{ij}}{dx^n}\quad \left(D^e\to\frac{d^nD^e}{dx^n},\ \dot{D}^v\to\frac{d^n\dot{D}^v}{dx^n}\right)$$

(n — любое положительное целое число). Вместо d/dx в формулах (14) в общем случае можно взять операцию дифференцирования по времени d/dt или операцию варьирования (приращения) по параметру нагружения: инвариантность Г-интегралов сохранится [11]. J- и C^*-интегралы совпадают с соответствующими Г-интегралами в частных случаях. Напомним, что Г-интегралы сохраняют инвариантность для любых сплошных сред [6, 11].

Если в качестве Σ выбрать узкий прямоугольник вдоль оси x с размерами $2L\times 2\varepsilon$, то первое слагаемое в (12) исчезнет, а второе упростится и заменится на $\sigma_{i2}u_{i,x}$. В рассматриваемом случае плоской деформации и трещин нормального разрыва интеграл (12) приводится к виду

$$(15)\qquad \Gamma = -2y\int_0^\pi \sigma_\theta\sin^{-2}\theta\,du_\theta\quad\text{при}\quad \frac{\varepsilon}{L}\to 0,$$

так как при $y = \varepsilon = r\sin\theta$ $dx = d(r\cos\theta) = -y\,d\theta/\sin^2\theta$; Г — диссипация энергии, расходуемой на образование единицы поверхности трещины. Так как эта величина ограничена и не равна нулю, произведение $\sigma_\theta\partial u_\theta/\partial x$ в окрестности конца трещины должно иметь особенность порядка r^{-1} [6, 11]. Параметр Г сохраняет свое значение инвариантного критерия локального разрушения также для трещин, движущихся с произвольной переменной скоростью $V(t)$, если функция $\dot{V}(t)$ непрерывна. При этом всегда существует некоторая достаточно малая окрестность конца трещины, в которой поле напряжений и деформаций сколь угодно мало отличается от стационарного (локальная стационарность [11]). При этом общая закономерность развития трещины запишется как

$$V = G(\Gamma) \quad (V = \dot{l}).$$

Здесь $G(\Gamma)$— функция, определяемая экспериментально или же из структурной теории.

Анализ поля напряжений и деформаций вблизи конца трещины. Поле напряжений и деформаций в окрестности конца трещины, движущейся в рассматриваемой среде, определяется из решения системы (6)—(11) при однородных граничных условиях для полуплоскости $0 < r < \infty$, $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$:

$$\tau_{r\theta} = 0,\ \partial\sigma/\partial\theta = 0 \text{ при } \theta = 0,\ \sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0 \text{ при } \theta = \pi. \tag{16}$$

Условия (16) при $\theta = 0$ представляют собой условие симметрии.

Краевую задачу (6)—(11), (16) преобразуем к безразмерным переменным:

$$\bar{r} = r\gamma_s/V\varepsilon_s,\ \bar{x} = x\gamma_s/V\varepsilon_s,\ \bar{\sigma}_{ik} = \sigma_{ik}/\sigma_s,$$
$$\bar{\varepsilon}_{ik} = \varepsilon_{ik}/\varepsilon_s\ (\bar{J} = J/\sigma_s).$$

Обозначим $\delta = \sigma_s/\tau_s$ $(0 \leqslant \delta \leqslant \infty)$. При этом основные соотношения (8)—(11) примут вид

$$\bar{\varepsilon}_r = -\bar{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{2}\bar{J}^\varkappa(\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}_\theta) + \frac{1}{2}\delta^{\lambda+1}\int\limits_{-\infty}^{\bar{x}}\bar{J}(\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}_\theta)\,d\bar{x}, \tag{17}$$

$$\bar{\varepsilon}_{r\theta} = \bar{J}^\varkappa\bar{\tau}_{r\theta} + \delta^{\lambda+1}\int\limits_{-\infty}^{\bar{x}}\bar{J}\bar{\tau}_{r\theta}\,d\bar{x},$$

а уравнения (6), (7) и условия (16) останутся без изменений (в новых переменных).

Таким образом, решение краевой задачи зависит от трех свободных параметров: δ, $\varkappa$ и λ, строится на ЭВМ с применением численных методов и в двух предельных случаях допускает автомодельные асимптотики, которые легко исследовать. Рассмотрим их.

При $\delta \to 0$ «вязкое» слагаемое в (17) пренебрежимо мало, а краевая задача допускает группу преобразований $r' = c_1 r$, $\sigma'_{ik} = c_2\sigma_{ik}$, $\varepsilon'_{ik} = c_3\varepsilon_{ik}$, где c_1, c_2, c_3 — параметры группы $(c_3 = c_2^{\varkappa+1})$. Отсюда, а также из конечности величины Г в формуле (15) вытекает, что решение краевой задачи имеет вид

$$\sigma_{ik} = \Omega_{ik}(\theta)\bar{r}^\beta,\ \bar{\varepsilon}_{ik} = E_{ik}(\theta)\bar{r}^{-1-\beta}. \tag{18}$$

Подставляя решение (18) в (17) при $\delta = 0$, находим [6, 25, 26] $\beta = -1/(\varkappa + 2)$. Следовательно, при $\delta \to 0$

$$\sigma_{ik} = \sigma_s\Omega_{ik}(\theta)\left(\frac{\gamma_s r}{V\varepsilon_s}\right)^{-1/(\varkappa+2)},\quad \varepsilon_{ik} = \varepsilon_s E_{ik}(\theta)\left(\frac{\gamma_s r}{V\varepsilon_s}\right)^{-(\varkappa+1)/(\varkappa+2)}.$$

Функции Ω_{ik} и E_{ik} определяются численно из решения однородной краевой задачи с точностью до одной произвольной постоянной.

При $\delta \to \infty$ «упругое» слагаемое в уравнениях (17) пренебрежимо мало, а краевая задача допускает ту же группу преобразований, так что ее решение имеет вид (18). Подставляя (18) в (17) при $\delta \gg 1$, нетрудно видеть, что $\beta = -2/(\lambda + 2)$. Значит, при $\delta \to \infty$

$$\sigma_{ik} = \sigma_s\Omega'_{ik}(\theta)\left(\frac{\gamma_s r}{V\varepsilon_s}\right)^{-2/(\lambda+2)},\quad \varepsilon_{ik} = \varepsilon_s E'_{ik}(\theta)\left(\frac{\gamma_s r}{V\varepsilon_s}\right)^{-\lambda/(\lambda+2)}.$$

Функции Ω'_{ik} и E'_{ik} определяются численно из решения соответствующей однородной краевой задачи с точностью до одной произвольной постоянной.

При произвольных δ решение краевой задачи удобно «склеить» из этих двух погранслойных асимптотик следующим образом:

$$\bar{\sigma}_{ik} = A_{ik}(\theta, \delta)\bar{r}^{-1/(\varkappa+2)} + B_{ik}(\theta, \delta)\bar{r}^{-2/(\lambda+2)}, \tag{19}$$

где $A_{ik} \to \Omega_{ik}(\theta)$ при $\delta \to 0$; $B_{ik} \to \Omega'_{ik}(\theta)$ при $\delta \to \infty$. Отсюда видно, что: если $\lambda > 2(\varkappa + 1)$, то при $r \to 0$ главным в решении (19) будет первый член, а при $r \to \infty$ — второй; если $\lambda < 2(\varkappa + 1)$, то при $r \to 0$ главным в решении (19) будет второй член, а при $r \to \infty$ — первый.

Значит, при $\lambda > 2(\varkappa + 1)$ непосредственно вблизи конца движущейся трещины существует малое «пластическое ядро», погруженное в «вязкую» среду, а при $\lambda < 2(\varkappa + 1)$ вблизи конца движущейся трещины существует малая вязкая область, погруженная в пластическую среду. При $\lambda > 2(\varkappa + 1)$ среда ведет себя подобно вязкой жидкости, а ее пластические свойства сказываются лишь вблизи фронта трещины (где они доминируют), при $\lambda < 2(\varkappa + 1)$ среда ведет себя подобно упругому телу, ее вязкие свойства проявляются лишь вблизи фронта трещины (где они доминируют). В точке ветвления $\lambda = 2(\varkappa + 1)$ краевая задача допускает автомодельное решение при всех $\bar{r}$, а свойства пластичности и ползучести среды равнозначны для движения трещины.

Движение трещины в сплошной среде сопровождается образованием вблизи ее фронта «ядра», обладающего особыми свойствами по сравнению со свойствами материала вдали от фронта. Радиус этого ядра имеет порядок $V\varepsilon_s/\gamma_s$. При $\lambda > 2(\varkappa + 1)$ материал ядра ведет себя нелинейно-упругим образом (в то время как вдали от фронта материал подобен нелинейно-вязкой жидкости), а при $\lambda < 2(\varkappa + 1)$— нелинейно-вязким образом (в то время как вдали от фронта материал подобен нелинейно-упругому телу).

В работе над обзором во введении принимали участие В. Г. Лагутин и А. Л. Садовников, которым авторы выражают свою признательность.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций.— М.: Наука, 1966.
2. **Черепанов Г. П.** Об образовании и развитии трещин в твердых телах в условиях ползучести // Нелинейные модели и задачи механики деформируемого твердого тела.— М.: Наука, 1984.
3. **Cherepanov G. P.** Point defects in solids // Fundamentals of deformation and fracture (Eshelby memorial volume).— Cambridge: Univ. Press, 1985.
4. **Siverns M. J., Price A. T.** Crack growth under creep conditions // Nature.— 1970.— V. 228, N 5273.
5. **Irwin G. P.** Fracture // Handbuch der Physik, Bd G.— Berlin: Springer-Verlag, 1958.
6. **Черепанов Г. П.** О распространении трещин в сплошных средах // ПММ.— 1967.— Т. 31, № 3.
7. **Rice J. R.** A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks // J. Appl. Mech.— 1968.— V. 35, N 2.
8. **Williams M. L.** On the mathematical criterion for fracture // Thin-Shell Structures. — New Jersey: Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1974.
9. **Landes J. D., Begley J. A.** The Ī-integral as a fracture criterium // Fracture Toughness.— Philadelphia, 1972.— (STP/ASTM; N 514).
10. **Landes J. D., Begley J. A.** A fracture mechanics approach to creep crack growth // Mech. Crack Growth.— Philadelphia, 1976.— (STP/ASTM; N 590).
11. **Cherepanov G. P.** Mechanics of brittle fracture.— N. Y.: McGraw-Hill, 1979.
12. **Шестериков С. А., Локощенко А. М.** Ползучесть и длительная прочность металлов// Механика деформируемого твердого тела: (Итоги науки и техники).— М:. ВИНИТИ, 1980.— Т. 13.
13. **Ashby M. F., Tomkins B.** Micromechanisms of fracture and elevated temperature fracture mechanics // Mechanical behaviour of materials: Proc. 3rd Intern. Conf., Cambridge, 1979.— Cambridge: Univ. Press, 1980.— V. 1.
14. **Ellision E. G., Harper M. P.** Creep behaviour of components containing cracks.— A critical review // J. Strain Analysis.— 1978.— V. 13, N 1.
15. **Fu L. S.** Creep crack growth in technical alloys at elevated temperature.— A review // Engng Fract. Mech.— 1980.— V. 13, N 2.

16. **Leeuwen H. P.** The application of fracture mechanics to creep crack growth // Engng Fract. Mech.— 1977.— V. 9, N 4.
17. **Pilkington R.** Creep crack growth in low-alloy steels.— Critical assessment // Metal Sci.— 1979.— V. 13, N 10.
18. **Sadamanda K., Shahinian P.** Review on the fracture mechanics approach to creep crack growth in structural alloys // Engng Fract. Mech.— 1981.— V. 15, N 3—4.
19. **Cherepanov G. P.** New crack-tip models // Fracture Control of Engineering Structures: (Proc. ECF — 6, Amsterdam).— Warley: Engng Mater. Advisory Services Ltd., 1986.
20. **Каминский А. А.** Механика разрушения вязкоупругих тел.— Киев: Наук. думка, 1980.
21. **Atkinson C., Eshelby J. D.** The flow of energy into the tip of a moving crack // Intern. J. Fract. Mech.— 1968.— V. 4, N 1.
22. **Шер Е. Н.** Об энергетическом условии в носике нестационарной трещины // ПМТФ.— 1969.— № 3.
23. **Cherepanov G. P.** Cracks in solids // Intern. J. Solids Struct.— 1968.— V. 4, N 4.
24. **Костров Б. В., Никитин Л. В., Флитман Л. М.** Механика хрупкого разрушения // Изв. АН СССР. МТТ.— 1969.— № 3.
25. **Hutchinson J. W.** Singular behavior at the end of tensile crack in a hardening material // J. Mech. Phys. Solids.— 1968.— V. 16, N 1.
26. **Rice J. R., Rosengren G. F.** Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material // Ibid.
27. **Чижик А. А.** Трещиностойкость жаропрочных сталей и сплавов при ползучести // Физ.-хим. механика материалов.— 1986.— № 1.
28. **Болотин В. В.** Трещина Гриффитса в повреждаемой вязкоупругой среде // Расчеты на прочность.— М.: Машиностроение, 1985.— Вып. 26.
29. **Nikitin L. V.** Application of the Griffith's approach to analysis of rupture in viscoelastic bodies // Intern. J. Fracture.— 1984.— V. 24, N 2.
30. **Riedel H., Rice J. R.** Tensile cracks in creeping solids // Fract. Mech.— Philadelphia, 1980.— (STP/ASTM; N 700).
31. **Hui C. Y., Riedel H.** The asymptotic stress and strain field near the tip of a growing crack under creep conditions // Intern. J. Fracture.— 1981.— V. 17, N 4.
32. **Hayhurst D. R., Brown P. R., Morrison C. J.** The role of continuum damage in creep crack growth // Phil. Trans. Roy. Soc. London.— 1984.— V. A 311.
33. **Астафьев В. И.** Закономерности подрастания трещин в условиях ползучести // Изв. АН СССР. МТТ.— 1986.— № 1.
34. **Астафьев В. И.** Описание процесса разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. МТТ.— 1986.— № 4.
35. **McCartney L. N.** On the energy balance approach to fracture in creeping materials // Intern. J. Fracture.— 1982.— V. 19, N 1.
36. **Киселев В. А.** Анализ распространения трещин в условиях ползучести // Пробл. прочности.— 1983.— № 4.
37. **Черепанов Г. П.** Инициирование микротрещин и дислокаций // Прикл. механика.— 1987.— № 12.
38. **Черепанов Г. П.** Рост микротрещин при монотонном нагружении // Прикл. механика.— 1988.— № 4.
39. **Черепанов Г. П.** Закрытие микротрещин при разгрузке и образование реверсивных дислокаций // Прикл. механика.— 1988.— № 7.
40. **Черепанов Г. П.** Современные проблемы механики разрушения // Пробл. прочности.— 1987.— № 10.

г. Москва *Поступила 29/IX 1987 г., в окончательном варианте — 19/I 1988 г.*

УДК 531.66

С. М. Бахрах, О. А. Винокуров, Г. В. Горбенко, Н. П. Ковалев, Ю. А. Осипов, Т. А. Торопова

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОНИКАНИЯ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ В СЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ НЕДЕФОРМИРУЕМЫХ ЦИЛИНДРОВ

Детальное исследование процесса проникания недеформируемых твердых тел в различные среды представляет большой интерес в связи с рядом практически важных научно-технических проблем. Для решения возникающих здесь задач используются аналитические, экспериментальные и численные методы (см., например, [1—3, 4—6, 7—10] соответственно). Из-за сложности решения задач аналитическим методом оказывается доступным анализ ограниченного числа ситуаций. Постановка экспериментов в этой области сопряжена с рядом трудностей. Кроме того, в экспериментах обычно фиксируются интегральные характеристики процесса, например глубина проника-