

УДК 536.46

## ДВУХМАСШТАБНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ УГЛЕМЕТАНОВОЗДУШНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ

К. М. Моисеева, А. Ю. Крайнов, Д. А. Крайнов

Томский государственный университет, 634050 Томск, akrainov@ftf.tsu.ru

Представлена математическая модель горения газовзвеси угольной пыли в метановоздушной смеси, в которой учитывается неоднородность распределения температуры в частицах. Параметры состояния газовзвеси определяются по модели динамики двухфазной двухскоростной реагирующей газодисперсной среды. Для моделирования горения частиц угольной пыли используется локальная математическая модель гетерогенного реагирования на поверхности частиц и прогрева частицы. Из решения локальных задач горения частиц угольной пыли для всей совокупности частиц определяется скорость тепловыделения в гетерогенной реакции угольной пыли с кислородом, а также теплообмен с газом. Определены зависимости скорости распространения фронта горения от массовой концентрации угольной пыли и объемной концентрации метана. Расчетная скорость распространения фронта горения в метановоздушной смеси без угольной пыли хорошо согласуется с экспериментальными данными. Проведено сравнение результатов расчета скорости пламени в углеметановоздушной смеси по двум моделям — с учетом и без учета неоднородности распределения температуры в частицах. Сравнение показало существенное отличие в значениях расчетной скорости фронта горения быстро горящих составов газовзвесей. Для медленно горящих газовзвесей такое отличие уменьшается. Разработанная модель объясняет смещение максимума скорости распространения пламени в углеметановоздушной смеси в сторону избытка горючего в воздухе.

Ключевые слова: газовзвесь угольной пыли, метановоздушная смесь, скорость горения, численное моделирование.

DOI 10.15372/FGV20230103

### ВВЕДЕНИЕ

Задача моделирования горения газовзвеси угольной пыли в горючем газе является актуальной в связи с вопросами пожаро- и взрывобезопасности в угольной отрасли. При добыче угля и его переработке образуется угольная пыль, выделяется метан, адсорбированный в порах угольного массива. Присутствие горючего газа в дисперсионной среде газовзвеси повышает горючесть среды. Влияние горючего газа в газовзвеси на скорость распространения пламени в газовзвеси исследовалось в работах [1–4]. В [1] для газовзвеси воздух — уголь с малым содержанием угольной пыли теоретически показано, что в нормальных условиях горение становится возможным при добавлении небольшого количества метана. Экспериментальное исследование влияния размера частиц угольной пыли на скорость горения взвеси угольной пыли в метановоздушной смеси вы-

полнено в [2]. В [3, 4] экспериментально и теоретически показано, что присутствие реакционноспособного газа может приводить к уменьшению минимальной энергии воспламенения газовзвеси. Показано, что при уменьшении диаметра частиц и увеличении доли летучих компонентов в частицах уменьшается нижний предел воспламеняемости угольной пыли и увеличивается скорость горения.

Расчетно-теоретические исследования скорости распространения пламени во взвеси угольной пыли в смеси воздуха с горючим газом представлены в [5–7]. В [5] на основе изобарической модели горения [8] исследовалось влияние концентрации горючего в газе на скорость распространения пламени в газовзвеси. В [5] проведено сопоставление результатов расчета скорости горения газовзвеси угольной пыли в воздухе с известными экспериментальными данными [9], отличие от экспериментальных значений составляет  $25 \div 30$  % в диапазоне массовых концентраций угольной пыли  $0.2 \div 0.8$  кг/м<sup>3</sup>. В [6, 7] для моделирования горения взвеси угольной пыли в смеси

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-71-10034).

© Моисеева К. М., Крайнов А. Ю., Крайнов Д. А., 2023.

воздуха с горючим газом использовалась модель динамики двухфазных реагирующих сред [10]. Рассчитанная в [7] скорость распространения пламени в пропановоздушной смеси с хорошей точностью совпадает с экспериментальными данными из [11]. Добавление угольной пыли в бедную пропановоздушную смесь увеличивает скорость распространения пламени [7].

При формулировке предположений математических моделей горения газовзвесей в [5–7] распределение температуры в частицах принималось однородным. Однако при малых значениях теплопроводности вещества частиц  $\lambda_p$  такое предположение выполняется не всегда в силу большой скорости роста температуры газа в волне горения. Характерное время прогрева частицы радиуса  $r_{p,0}$  в горячем газе можно определить из решения задачи о прогреве одиночной частицы в окружающем газе с постоянной температурой. Для сферической частицы характерное время прогрева определяется вы-

ражением  $t_{*1} = \frac{c_p \rho_p r_{p,0}^2}{3\lambda_g}$ , где  $c_p, \rho_p$  — удельная

теплоемкость и плотность частицы,  $\lambda_g$  — теплопроводность газа. Характерное время распространения тепла в частице на расстояние, равное ее радиусу, определяется выражением

$t_{*2} = \frac{c_p \rho_p r_{p,0}^2}{\lambda_p}$ , характерное время пребывания

частицы во фронте горения газа — выражением  $t_{*3} = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g u_n^2}$ , где  $u_n$  — нормальная скорость

горения. Для газовзвесей отношение  $t_{*1} \gg t_{*2}$  выполняется всегда, так как  $\lambda_p \gg \lambda_g$ . Когда  $t_{*3} \gg t_{*2}$ , предположение об однородности распределения температуры в частице соблюдается. Если это неравенство не выполняется, то и предположение об однородности температуры внутри частицы не выполняется. Определим, при каком размере частиц имеет место соотношение  $t_{*3} \approx t_{*2}$ . Оценку проведем для частицы, находящейся в метановоздушной смеси с содержанием метана 7 % (об.). Нормальная скорость пламени в 7 %-й метановоздушной смеси в соответствии с экспериментальными данными [11, 12] равна  $u_n = 0.14$  м/с. Тогда  $t_{*3} = 0.0011$  с (при  $\lambda_0 = 0.025$  Вт/(м·К),  $c_{p,g} = 1015$  Дж/(кг·К),  $\rho_g = 1.17$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_0 = 300$  К. Равенство характерных времен  $t_{*2}$  и  $t_{*3}$  выпол-

няется при радиусе частицы  $r_{p,0} = \sqrt{t_{*3} \frac{\lambda_p}{c_p \rho_p}} =$

$16.4 \cdot 10^{-6}$  м (при  $\lambda_p = 0.5$  Вт/(м·К),  $c_p = 1464.4$  Дж/(кг·К),  $\rho_p = 1400$  кг/м<sup>3</sup>), т. е. для частицы диаметром 33 мкм. Модели горения газовзвесей угольной пыли с однородным распределением температуры в частицах могут давать корректные результаты для скорости горения газовзвесей частиц угольной пыли существенно меньшего диаметра, чем показывает оценка. Известно, что в турбулентном режиме скорость распространения пламени в несколько раз выше, чем в ламинарном. Это приводит к тому, что время пребывания частицы во фронте пламени уменьшается. Лучистый теплоперенос в газовзвеси также увеличивает скорость пламени. Как показано в [13], учет лучистого теплопереноса увеличивает расчетно-теоретическую скорость ламинарного пламени не более чем на 25 %. Рост скорости пламени и приведенные оценки указывают на то, что эффект неоднородного распределения температуры в частице необходимо учитывать для частиц меньшего размера.

В [14, 15] приведены распределения по размерам частиц угольной пыли, собранной в различных участках выработок угольных шахт. В большинстве проб максимум функции распределения количества частиц по размерам приходится на диаметр частиц  $40 \div 45$  мкм. С учетом этого массовая концентрация частиц крупных фракций будет значительной. Как показали оценки характерного времени прогрева, для частиц таких размеров необходимо учитывать распределение температуры внутри частиц. Такой учет, возможно, даст объяснение фактам, изложенным в [16, 17]. В экспериментах [16, 17] наибольшая скорость распространения пламени во взвеси угольной пыли в метановоздушной смеси наблюдалась при массовой концентрации  $300 \div 400$  г/м<sup>3</sup>, что значительно выше стехиометрического соотношения между горючим и кислородом, а из расчетов по модели [7] следует, что максимум скорости должен достигаться при стехиометрическом соотношении горючего и кислорода воздуха.

Целью настоящей работы является разработка модели горения газовзвесей угольной пыли в метановоздушной смеси с учетом неоднородного распределения температуры внутри частицы, а также расчетно-теоретическое исследование влияния состава смеси и массовой концентрации угольной пыли на скорость распространения фронта горения в углеметановоздушной смеси.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математическая постановка задачи формулируется при следующих допущениях. Предполагается, что полубесконечное пространство занято метановоздушной смесью с заданной концентрацией метана  $a_{f,0}$ . В смеси равномерно распределена монодисперсная угольная пыль с массовой концентрацией  $m_p$ . Форма частиц угольной пыли предполагается сферической. На левой границе имеется источник зажигания в виде горячей стенки. Правая граница области полагается бесконечно удаленной от источника зажигания. Газ считается идеальным и удовлетворяет уравнению состояния идеального газа; объемная концентрация дисперсной фазы мала; столкновения между частицами не учитываются; между частицами и газом учитывается обмен массой, импульсом и энергией; влияние силы тяжести на движение частиц в газозвеси не учитывается; на поверхности частиц могут проходить гетерогенные химические реакции; зависимость скорости химических реакций от температуры описывается законом Аррениуса; изменение молярной массы газа при химических реакциях пренебрегается; в газе учитываются теплопроводность и диффузия реагирующих компонентов; коэффициенты диффузии и теплопроводности газа подчиняются степенной зависимости от температуры; на поверхности частиц протекает гетерогенная реакция первого порядка по кислороду. Скорость гетерогенной химической реакции на частицах определяется законом Аррениуса и коэффициентом массообмена [18]. Частицы имеют неоднородную температуру по радиусу частицы. В процессе реагирования их размер уменьшается. В газовой фазе протекает реакция метана с кислородом, которая описывается законом Аррениуса со вторым порядком реакции. Теплообмен между газом и частицами описывается законом Ньютона. Лучистый теплоперенос не учитывается.

Математическая модель основана на двухфазной двухскоростной модели реагирующей газодисперсной среды [10] и при принятых допущениях определяется системой уравнений в одномерном приближении:

уравнение неразрывности для газа

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g u_g}{\partial x} = G_p, \quad (1)$$

уравнение сохранения импульса газа

$$\frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g u_g^2 + p)}{\partial x} = -\tau_{fr} + G_p u_p, \quad (2)$$

уравнение энергии газа

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g(\varepsilon_g + 0.5 u_g^2)}{\partial t} + \frac{\partial[\rho_g u_g(\varepsilon_g + 0.5 u_g^2) + p u_g]}{\partial x} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T_g) \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) + G_p \left( c_p T_p + \frac{u_p^2}{2} \right) - \\ - u_p \tau_{fr} + \alpha_p n_p s_{1,p} (T_p - T_g) + Q_g G_g, \end{aligned} \quad (3)$$

уравнение баланса массы кислорода в смеси

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{O_2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{O_2} u_g}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_g D(T_g) \frac{\partial a_{O_2}}{\partial x} \right) - \\ - \alpha_1 G_p - \alpha_2 G_g, \end{aligned} \quad (4)$$

уравнение баланса массы горючего в газе

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial \rho_f u_g}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_g D(T_g) \frac{\partial a_f}{\partial x} \right) - G_g, \quad (5)$$

уравнение счетной концентрации частиц

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial n_p u_p}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

уравнение сохранения импульса частиц

$$\frac{\partial(\rho_p u_p)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_p u_p^2}{\partial x} = \tau_{fr} - G_p u_p, \quad (7)$$

уравнение состояния газа

$$p = \rho_g R_g T_g. \quad (8)$$

Для определения распределенной плотности частиц в уравнении (7) будем определять размер частиц в каждой точке координатной оси  $x$  с учетом его уменьшения при гетерогенной реакции с кислородом.

Рассмотрим одну частицу, находящуюся в потоке газозвеси и движущуюся со скоростью  $u_p(t)$ , координата частицы  $\xi(t) = x + \int_{t_0}^t u_p dt$ .

Изменение ее массы во времени в процессе гетерогенной реакции определяется уравнением

$$\frac{dm_{1,p}(\xi, t)}{dt} = s_{1,p} G_{1,p}, \quad (9)$$

где  $m_{1,p}(\xi, t) = \frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho_p^0$ ;  $s_{1,p} = 4 \pi r_p^2$ ;

$$G_{1,p} = j_1 \rho_{O_2}(\xi, t);$$

$$j_1 = \frac{\beta_m k_{0,p} \exp(-E_p/R_u T_p(\xi, r_p, t))}{\beta_m + k_{0,p} \exp(-E_p/R_u T_p(\xi, r_p, t))};$$

$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_p \frac{\partial}{\partial x}$  — субстанциональная производная.

Полагая плотность вещества частиц  $\rho_p^0$  постоянной, преобразуем уравнение (9) к виду

$$\frac{\partial r_p(x, t)}{\partial t} + u_p \frac{\partial r_p(x, t)}{\partial x} = \frac{G_{1,p}}{\rho_p^0}. \quad (10)$$

Начальное условие:  $r_p(x, 0) = r_{p,0}$ .

Определяя из уравнения (10) радиус частицы в каждой точке пространства, а из уравнения (6) число частиц в единице объема, из алгебраического соотношения получим распределение плотности частиц

$$\rho_p = \frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho_p^0 n_p, \quad (11)$$

необходимое для решения уравнения (7).

Скорость реакции на поверхности частицы определяется температурой ее поверхности. Прогрев одной частицы с координатой  $\xi(t)$  в потоке газозвеси в процессе гетерогенной реакции находится из решения уравнения

$$\begin{aligned} c_p \rho_p^0 \frac{dT_p(\xi(t), r, t)}{dt} &= \\ &= \lambda_p \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T_p(\xi(t), r, t)}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

с начальным условием

$$T_p(\xi(0), r, 0) = T_0 \quad (13)$$

и граничными условиями

$$\frac{\partial T_p(\xi(t), 0, t)}{\partial r} = 0, \quad (14)$$

$$\lambda_p \frac{\partial T_p(\xi(t), r_p, t)}{\partial r} = \alpha_p (T_g(\xi(t), r_p, t) - T_p(\xi(t), r_p, t)) + G_{1,p}(Q_p - c_p T_p(\xi(t), r_p, t)). \quad (15)$$

В уравнении (15) учтены теплообмен частицы с окружающим газом, тепловыделение

гетерогенной химической реакции и поток энthalпии газообразных продуктов реакции от поверхности частицы.

Перепишем уравнение (12) с учетом определения субстанциональной производной:

$$\begin{aligned} c_p \rho_p^0 \left( \frac{\partial T_p(x, r, t)}{\partial t} + u_p \frac{\partial T_p(x, r, t)}{\partial x} \right) &= \\ &= \lambda_p \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T_p(x, r, t)}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Начальные условия:

$$T_p(x, r, 0) = T_0, \quad (17)$$

граничные условия:

$$\frac{\partial T_p(x, 0, t)}{\partial r} = 0, \quad (18)$$

$$\lambda_p \frac{\partial T_p(x, r_p, t)}{\partial r} =$$

$$= \alpha_p (T_g(x, r_p, t) - T_p(x, r_p, t)) +$$

$$+ G_{1,p}(Q_p - c_p T_p(x, r_p, t)). \quad (19)$$

Уравнение (16) определяет распределение температуры в частицах в каждой точке пространства. Уравнение (16), записанное для частиц в каждой точке координатной оси  $x$ , имеет смысл закона сохранения внутренней энергии дисперсной фазы.

Начальные условия для системы уравнений (1)–(7):

$$T_g(x, 0) = T_0, \quad p(x, 0) = p_0,$$

$$\rho_g(x, 0) = p_0/(R_g T_0), \quad \rho_{O_2}(x, 0) = \rho_{O_2,0},$$

$$\rho_f(x, 0) = \rho_{f,0}, \quad \rho_p(x, 0) = m_p, \quad (20)$$

$$u_g(x, 0) = u_p(x, 0) = 0,$$

$$n_p(x, 0) = m_p / \left( \frac{4}{3} \pi r_{p,0}^3 \rho_p^0 \right).$$

Начальные массовые концентрации компонентов метановоздушной смеси определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
a_{f,0} &= \frac{c_{f,0}\mu_f}{c_{f,0}\mu_f + c_{O_2,0}\mu_{O_2} + c_{N_2,0}\mu_{N_2}}, \\
a_{O_2,0} &= \frac{c_{O_2,0}\mu_{O_2}}{c_{f,0}\mu_f + c_{O_2,0}\mu_{O_2} + c_{N_2,0}\mu_{N_2}}, \\
a_{N_2,0} &= \frac{c_{N_2,0}\mu_{N_2}}{c_{f,0}\mu_f + c_{O_2,0}\mu_{O_2} + c_{N_2,0}\mu_{N_2}},
\end{aligned} \quad (21)$$

где  $c$  и  $\mu$  — количество молей веществ в газовой смеси и их молярные массы. Для воздуха примем, что  $\frac{c_{O_2,0}}{c_{N_2,0}} = \frac{21}{79}$ , тогда после определения из (21) величин  $a_{f,0}$  и  $a_{O_2,0}$  получаем начальные значения парциальных плотностей  $\rho_{f,0}$  и  $\rho_{O_2,0}$ :

$$\rho_{f,0} = a_{f,0}\rho_g(x, 0), \quad \rho_{O_2,0} = a_{O_2,0}\rho_g(x, 0).$$

Граничные условия для уравнений (1)–(7):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho_g(0, t)}{\partial x} &= \frac{\partial \rho_{O_2}(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial \rho_f(0, t)}{\partial x} = \\
&= \frac{\partial \rho_p(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial n_p(0, t)}{\partial x} = 0,
\end{aligned}$$

$$u_p(0, t) = u_g(0, t) = 0, \quad T_g(0, t) = T_s, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \rho_{O_2}(\infty, t)}{\partial x} = \frac{\partial \rho_f(\infty, t)}{\partial x} = \frac{\partial T_g(\infty, t)}{\partial x} = 0,$$

$$p(\infty, t) = p_0, \quad \rho_g(\infty, t) = p_0/(R_g T_0).$$

Принятые обозначения:  $\varepsilon_g = p/(\rho_g(\gamma - 1))$  — внутренняя энергия газа,  $\gamma = c_{p,g}/c_{v,g}$  — показатель адиабаты,  $c_{p,g}$ ,  $c_{v,g}$  — удельная теплоемкость газа при постоянных давлении и объеме,  $c_p$  — удельная теплоемкость угля,  $\lambda_p$  — теплопроводность угля,  $\lambda = \lambda_0(T/T_0)^{2/3}$  — теплопроводность газа,  $D(T_g) = \lambda/(c_{p,g}\rho_g)$  — коэффициент диффузии газа (принято, что число Льюиса  $Le = D(T_g)/(\lambda/c_{p,g}\rho_g) = 1$ ),  $\alpha_p = Nu\lambda_g/(2r_p)$  — коэффициент теплообмена газа с частицами,  $Nu = 2 + (Nu_t^2 + Nu_t^2)^{1/2}$  — число Нуссельта, где  $Nu_t = 0.664 Re^{0.5}$ ,  $Nu_t = 0.037 Re^{0.8}$  [19],  $\beta_m = \lambda_g(T)Nu_D/(c_{p,g}\rho_g r_p)$  — коэффициент массоотдачи частиц [19],  $Nu_D = \beta_m r_p/D$  — диффузионный критерий Нуссельта,  $G_{1,p}$  — скорость изменения массы одной

частицы,  $G_p = n_p G_{1,p}$  — скорость изменения массы частиц в единице объема,  $j_1$  — скорость гетерогенной реакции на частицах,  $n_p$  — число частиц в единице объема,  $s_{1,p}$  — площадь поверхности одной частицы,  $G_g = \rho_{O_2}\rho_f k_{0,g} \exp(-E_g/R_u T_g)$  — скорость реакции между метаном и кислородом,  $m_{1,p}$  — масса одной частицы,  $m_p$  — начальная масса частиц в единице объема,  $\tau_{fr} = n_p F_{fr}$  — напряжение трения,  $F_{fr} = C_r S_m \rho_g (u_g - u_p)|u_g - u_p|/2$  — сила взаимодействия одиночной частицы с газом,  $C_r = 24(1 + 0.15 Re^{0.682})/Re$  — коэффициент трения,  $Re = 2\rho_g r_p |u_g - u_p|/\eta$  — число Рейнольдса,  $S_m$  — площадь миделева сечения,  $\eta$  — динамическая вязкость газа,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  — коэффициенты расхода кислорода в реакции с частицами угольной пыли и в реакции с метаном,  $\rho_g$  — плотность газа,  $\rho_{O_2}$  — парциальная плотность кислорода,  $\rho_f$  — парциальная плотность метана,  $\rho_p^0$  — плотность угля,  $a_f$ ,  $a_{O_2}$ ,  $a_{N_2}$  — массовые концентрации компонентов газовой смеси,  $c_f$ ,  $c_{O_2}$ ,  $c_{N_2}$  — молярные концентрации компонентов газовой смеси,  $\mu_f$ ,  $\mu_{O_2}$ ,  $\mu_{N_2}$  — молярные массы компонентов газовой смеси,  $u$  — скорость,  $t$  — время,  $x$  — координата,  $r_p$  — радиус частицы,  $p$  — давление,  $\lambda$  — теплопроводность,  $Q$  — тепловой эффект реакции,  $k_0$  — константа скорости химической реакции,  $T$  — температура,  $T_s$  — температура стенки,  $E$  — энергия активации,  $R_u$  — универсальная газовая постоянная,  $R_g$  — газовая постоянная. Индексом 0 отмечены начальные значения параметров состояния,  $p$  — параметры частиц,  $g$  — параметры газа,  $O_2$  — кислород,  $N_2$  — азот,  $f$  — горючий газ (метан).

Система уравнений (1)–(8), (10), (11), (16) с соответствующими начальными и граничными условиями (17)–(20), (22) описывает нестационарные процессы горения газозвеси угольной пыли в смеси воздуха с горючим газом в рамках принятых допущений.

Представленная математическая модель использует подход [20], где для моделирования горения аэрозвеси наноразмерных частиц алюминия используется локальная математическая модель диффузии окислителя через слой оксида алюминия на поверхности частицы и его реакции с алюминием. Из решения локальных задач горения наноразмерных частиц алюминия для всей совокупности частиц в [20] определяется скорость окисления наночастиц алюминия и связанная с ней скорость тепловыделения.

## МЕТОД РЕШЕНИЯ

Уравнения (1)–(5) решались численно с использованием метода Годунова [21]. Слагаемые в правых частях уравнений, описывающие процессы переноса за счет теплопроводности и диффузии, аппроксимировались явно на трехточечном шаблоне. Решение уравнений (6), (7) проводилось методом [22]. Уравнение (10) решалось методом расщепления по физическим процессам [23]: на одном шаге по времени вначале решается уравнение (10) в каждой точке пространства вдоль оси  $x$  без учета конвективного слагаемого, затем учитывается конвективный перенос с использованием разностей против потока. Разностный аналог уравнения (10) с учетом процедуры расщепления имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\bar{r}_p(x_i, t) - r_p(x_i, t)}{\Delta t} &= \frac{G_{1,p}^n}{\rho_p^0}, \\ \frac{r_p^{n+1}(x_i, t^{n+1}) - \bar{r}_p(x_i, t)}{\Delta t} &+ \\ &+ \frac{u_{pi}^{n+1} + |u_{pi}^{n+1}|}{2} \frac{\bar{r}_p(x_i, t) - \bar{r}_p(x_{i-1}, t)}{\Delta h_i} + \\ &+ \frac{u_{pi}^{n+1} - |u_{pi}^{n+1}|}{2} \frac{\bar{r}_p(x_{i+1}, t) - \bar{r}_p(x_i, t)}{\Delta h_{i+1}} = 0. \end{aligned}$$

Уравнение (16) также решалось методом расщепления по физическим процессам [23]. На одном шаге по времени вначале решается уравнение (16) в каждой точке пространства вдоль оси  $x$  без учета конвективного слагаемого. В результате получаем распределение температуры по радиусу частиц вдоль оси  $x$ ,  $\bar{T}_p(x_i, r_j, t)$ . Величина  $\bar{T}_p(x_i, r_j, t)$  находится с использованием неявной аппроксимации второй производной, методом прогонки на равномерной сетке. На втором этапе метода расщепления по физическим процессам учитывается конвективный перенос вдоль оси  $x$  полученных распределений температуры вдоль радиуса частиц. На шаге по времени частица уменьшает свой размер за счет выгорания. Поэтому на радиусе частицы строится новая равномерная сетка с новым шагом  $\Delta \bar{r}_j$ . Принимается, что температура поверхности в процессе выгорания сдвинулась вместе с поверхностью частицы. Полученное поле температуры в частице  $T_p^{n+1}(x_i, r_j, t)$  интерполируется со

вторым порядком точности на новую сетку. В расчетах использовалась разностная сетка по радиусу частиц из 21 точки (определено исходя из исследования сеточной сходимости). Шаг по пространству (вдоль оси  $x$ ) в области больших градиентов температуры и парциальных плотностей компонентов газовой смеси задавался постоянным и равным  $\Delta h_i = 10^{-4}$  м. После координаты  $x = 10^{-1}$  м шаг по пространству увеличивался в направлении правой границы по правилу  $\Delta h_{i+1} = 1.05 \Delta h_i$ . Размер расчетной области выбирался таким, чтобы за время выхода волны горения на стационарный режим распространения волны сжатия, возникающие в зоне реакции, не успели дойти до границы расчетной области. Шаг по времени определялся из условия устойчивости  $\Delta t < \frac{\Delta h_i}{\max[c + |u_g|]}$ , где  $c$  — скорость звука.

Для тестирования разработанного алгоритма и программы была решена задача о скорости распространения фронта горения в метановоздушной смеси с содержанием метана 7 % (об.). Расчетная видимая скорость по разработанной программе составила  $u_c = 1.142$  м/с, нормальная скорость —  $u_n = 0.1425$  м/с. По программе расчета, разработанной в [7], значения скоростей составили  $u_c = 1.153$  м/с,  $u_n = 0.142$  м/с. Отличие между полученными результатами не превышало 0.9 %. Также было проведено сравнение результатов расчетов скоростей по двум методикам при содержании метана 7 % (об.) и начальной массовой концентрации угольной пыли  $m_p = 0.1$  кг/м<sup>3</sup>, с начальным радиусом частиц  $r_{p,0} = 1$  мкм. Для обеспечения квазиоднородности температуры в частицах значение теплопроводности материала частиц было взято в 100 раз больше, чем для угля,  $\lambda_p = 50$  Вт/(м·К). Расчеты по разработанной модели дают значения  $u_c = 0.331$  м/с,  $u_n = 0.055$  м/с, по модели [7]  $u_c = 0.341$  м/с,  $u_n = 0.0535$  м/с. Отличие составляет не более 3 %.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Решение задачи о скорости распространения пламени в углеметановоздушной смеси выполнено при теплофизических и кинетических параметрах метана и угольной пыли [6, 24]:  $\alpha_1 = 2.67$ ,  $\alpha_2 = 4$ ,  $k_{0,p} = 79 \cdot 10^3$  м/с,  $k_{0,g} = 1.125 \cdot 10^{12}$  м<sup>3</sup>/(кг·с),  $E_p = 135$  кДж/моль,  $E_g = 239$  кДж/моль,  $Q_p = 20$  МДж/кг,

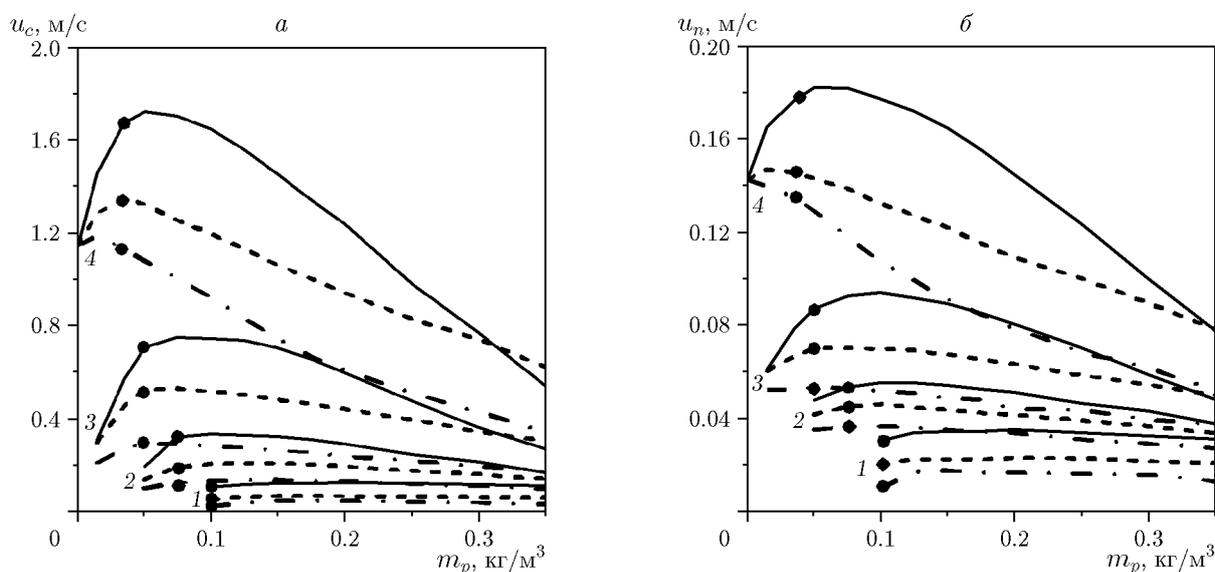


Рис. 1. Зависимость видимой (а) и нормальной (б) скорости распространения пламени в газозвеси от начальной массовой концентрации угольной пыли:

сплошная линия —  $r_{p,0} = 1$  мкм, штриховая —  $r_{p,0} = 5$  мкм, штрихпунктирная —  $r_{p,0} = 20$  мкм; объемная концентрация метана: 1 — 0.1 %, 2 — 3 %, 3 — 5 %, 4 — 7 %; точка на линиях соответствует стехиометрическому соотношению между кислородом и горючим

$Q_g = 55.7$  МДж/кг,  $c_p = 1464.4$  Дж/(кг · К),  $\rho_p^0 = 1400$  кг/м<sup>3</sup>,  $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$  Па · с,  $\lambda_0 = 0.025$  Вт/(м · К),  $\lambda_p = 0.5$  Вт/(м · К),  $R_u = 8.314$  Дж/(моль · К),  $T_0 = 300$  К,  $T_s = 2300$  К,  $\rho_0 = p_0/R_g T_0$ ,  $p_0 = 0.1$  МПа. Удельная теплоемкость газа при постоянном объеме и давлении определяется по формулам:

$$c_{p,g} = \frac{c_{p,m}}{\mu_{O_2}} a_{O_2,0} + \frac{c_{p,m}}{\mu_{N_2}} a_{N_2,0} + \frac{c_{p,m}}{\mu_f} a_f,$$

$$c_{v,g} = \frac{c_{v,m}}{\mu_{O_2}} a_{O_2,0} + \frac{c_{v,m}}{\mu_{N_2}} a_{N_2,0} + \frac{c_{v,m}}{\mu_f} a_f,$$

$$R_g = c_{p,g} - c_{v,g}, \quad c_{p,m} = 29.174 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}),$$

$$c_{v,m} = 20.86 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

В расчетах начальный радиус частиц угольной пыли варьировался в диапазоне  $r_{p,0} = (1 \div 20) \cdot 10^{-6}$  м, начальная массовая концентрация угольной пыли — в диапазоне  $m_p = 0.001 \div 0.35$  кг/м<sup>3</sup>, объемная концентрация метана в воздухе варьировалась в диапазоне  $0 \div 7$  % (об.). Из расчетов определялась скорость распространения фронта горения относительно лабораторной системы координат (видимая скорость горения  $u_c$ ) и относительно га-

зодисперсной среды (нормальная скорость горения  $u_n$ ). Видимая скорость распространения пламени определялась как скорость перемещения координаты, соответствующей парциальной плотности кислорода в волне горения  $\rho_{O_2} = 0.05 \rho_{O_2,0}$ . Нормальная скорость распространения пламени вычислялась как разность между видимой скоростью горения и скоростью газа в области фронта пламени.

Результаты расчетов стационарной скорости распространения пламени в газозвеси представлены на рис. 1. Видно, что в исследованном диапазоне размеров частиц и объемной концентрации метана в воздухе скорость пламени с увеличением массовой концентрации угольной пыли вначале растет, затем уменьшается. С увеличением концентрации метана скорость также возрастает. Максимум скорости находится правее стехиометрического соотношения между кислородом и горючим при мелкодисперсной пыли и смещается в сторону стехиометрического соотношения при увеличении размера частиц. Например, при концентрации метана в воздухе 7 % (об.) после сгорания метана в оставшемся кислороде сгорает не более  $0.03$  кг/м<sup>3</sup> угольной пыли; при 3 % (об.) метана сгорает не более  $0.072$  кг/м<sup>3</sup> угольной пыли (на рис. 1 стехиометрические соотношения обозначены точками на кривых).

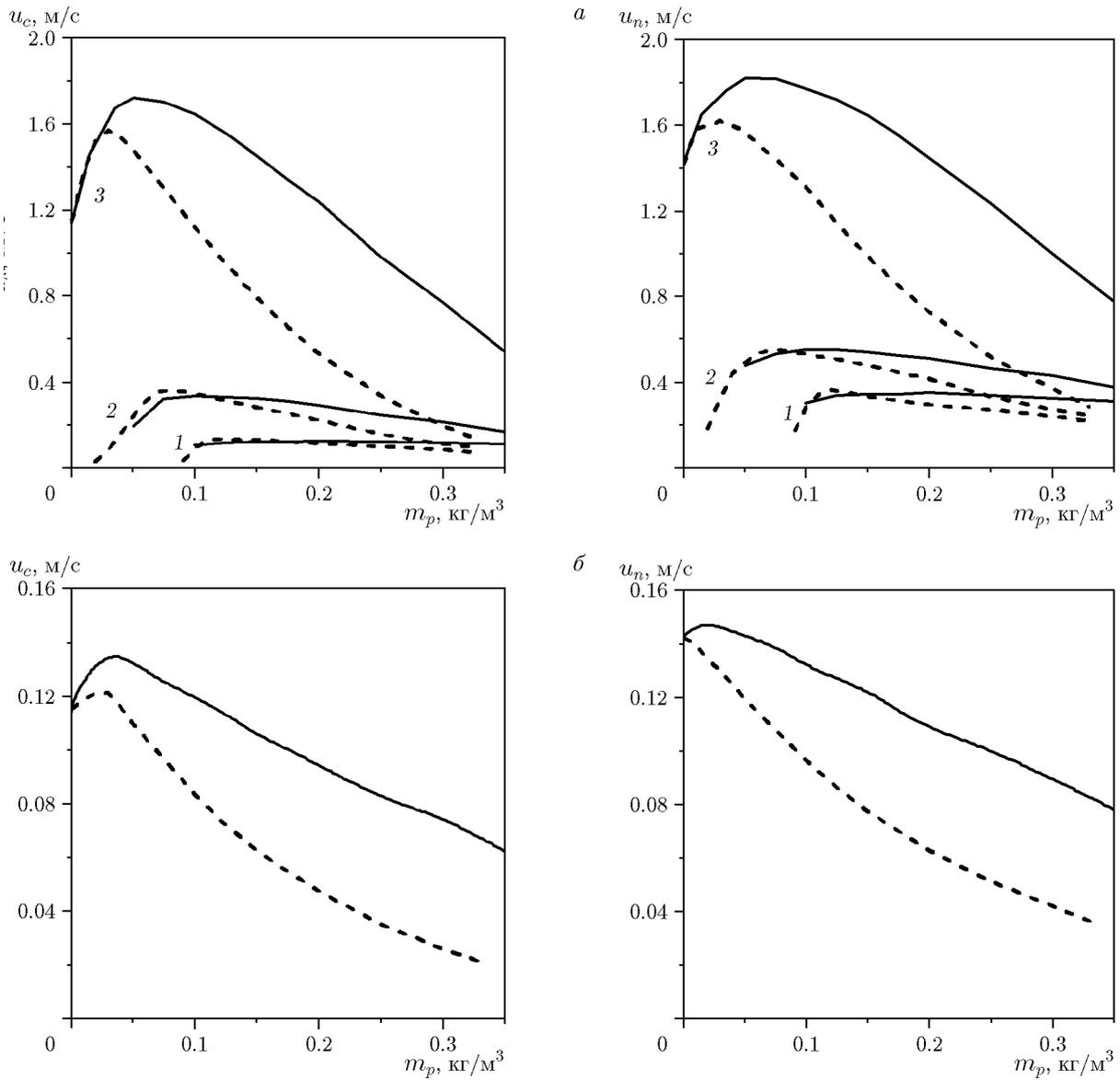


Рис. 2. Сравнение результатов расчета по двум моделям видимой (а) и нормальной (б) скорости распространения пламени в газозвеси от начальной массовой концентрации угольной пыли:

сплошные линии — расчет по модели (1)–(22), штриховые линии — расчет по модели [7]; а —  $r_{p,0} = 1$  мкм, объемная концентрация метана: 1 — 0.1 %, 2 — 3 %, 3 — 7 %; б —  $r_{p,0} = 5$  мкм, 7 %

Были проведены сравнительные расчеты скорости пламени в газозвеси по двум моделям — с учетом неоднородного распределения температуры в частицах и без учета (по модели, представленной в [7]), с одинаковыми исходными данными, приведенными выше. Результаты расчетов приведены на рис. 2. Учет неоднородности температуры частиц влияет на расчетную скорость пламени. Чем выше скорость горения всей газозвеси, тем сильнее влияет неоднородность температуры внут-

ри частицы на расчетную скорость пламени. Например, при  $m_p > 0.2$  кг/м<sup>3</sup> расчетные значения скорости пламени отличаются более чем в два раза для газозвеси, содержащей 7 % (об.) метана, при разных размерах частиц. С уменьшением содержания метана в воздухе это отличие уменьшается.

На рис. 3 представлены структура фронта пламени и изменение параметров среды во времени в фиксированной точке пространства ( $x = 0.09$  м, где фронт горения вышел на стаци-

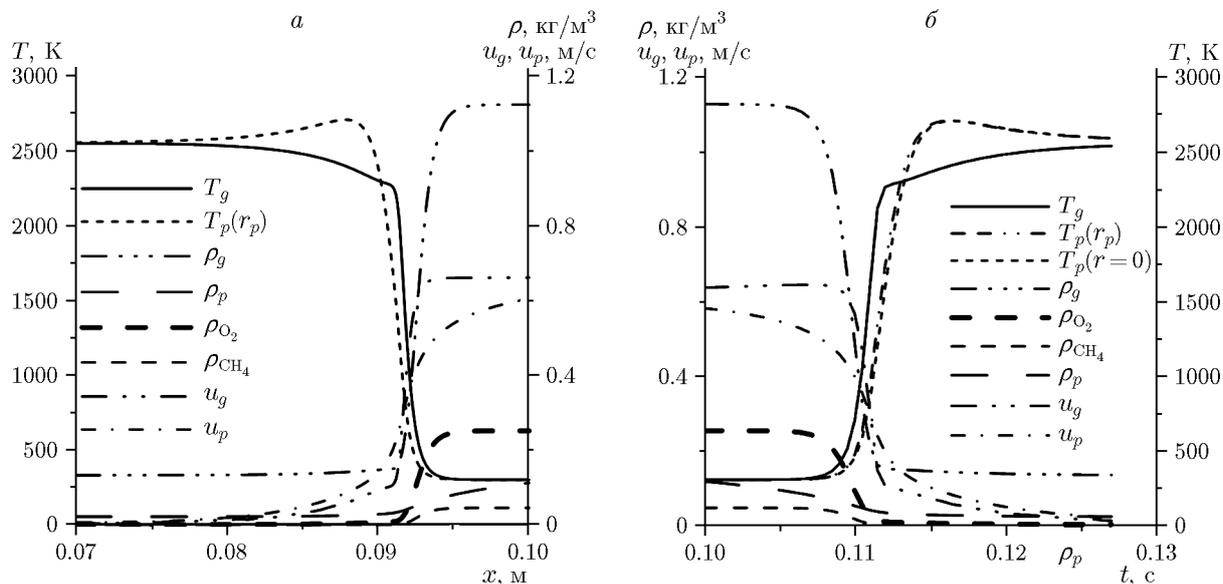


Рис. 3. Структура волны горения в газозвеси (а) и изменение параметров среды во времени на расстоянии  $x = 0.09$  м от левой границы (б) ( $m_p = 0.15$   $\text{кг/м}^3$ ,  $r_{p,0} = 20$   $\mu\text{м}$ , 7 % (об.)  $\text{CH}_4$ )

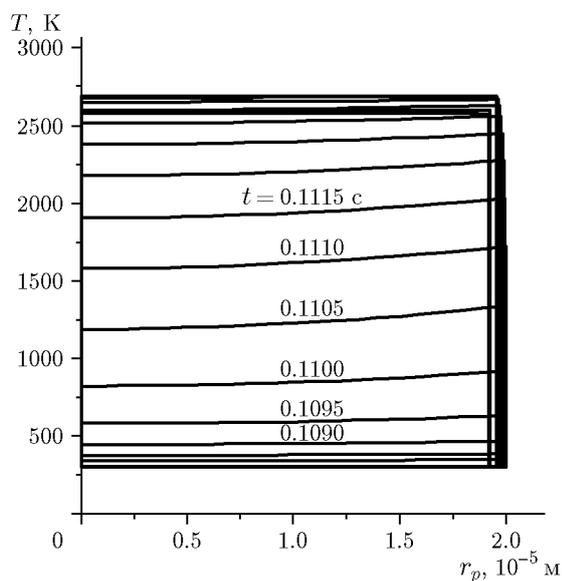


Рис. 4. Распределение температуры в частицах, находящихся на расстоянии  $x = 0.09$  м, в фиксированные моменты времени ( $m_p = 0.15$   $\text{кг/м}^3$ ,  $r_{p,0} = 20$   $\mu\text{м}$ , 7 % (об.)  $\text{CH}_4$ )

онарный режим распространения). Фронт горения распространяется слева направо. Температура во фронте горения растет, плотность газа уменьшается в соответствии с уравнением состояния газа (8). При избытке горючего, как при параметрах на рис. 3, выгорают кис-

лород и метан, обгорают угольные частицы. В газовой смеси продуктов сгорания остается недогоревшая угольная пыль. Давление в зоне реакции повышается не более чем на 10 Па. Так как фронт горения распространяется от закрытого торца, то перед фронтом горения газозвесь движется со скоростью, зависящей от скорости фронта горения, за фронтом скорость движения продуктов сгорания равна нулю. На рис. 3,б представлена динамика параметров среды во времени в фиксированной координате пространства  $x = 0.09$  м. При подходе к этой координате фронт горения распространяется уже в стационарном режиме. В период времени  $0.109 \div 0.112$  с температура газа растет с большой скоростью из-за реакции кислорода с метаном. Вслед за ростом температуры в газе растет температура частиц. В этот период наблюдается отличие температуры поверхности частиц от температуры в центре частицы (рис. 4). Это отличие в процессе разогрева частиц вначале увеличивается, затем уменьшается. При температуре поверхности частицы 920 К температура в центре равна 820 К, при температуре поверхности частицы 1340 К температура в центре 1190 К. После выгорания метана температура частиц начинает превышать температуру газа. По мере затухания реакции на частицах из-за расходования кислорода разность температур на по-

верхности частицы и в ее центре уменьшается, разность температуры между частицами и газом также уменьшается, температуры газа и частиц выравниваются. Отмеченная разность температур на поверхности и в центре частицы в силу экспоненциальной зависимости скорости реакции от температуры приводит к тому, что активация реакции на поверхности начинается раньше, чем в случае использования модели с однородным распределением температуры в частицах. Модель с однородным распределением температуры в частицах этот факт не учитывает. Поэтому и возникает существенное отличие значений скорости распространения фронта реакции, рассчитанных по представленной модели и по модели [7]. При уменьшении скорости распространения фронта горения в газозвеси увеличивается характерное время пребывания частицы во фронте пламени, при этом неоднородность распределения температуры в частице уменьшается. Этим объясняется уменьшение разницы в расчетных значениях скорости горения, полученных по двум моделям (см. рис. 2).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена новая математическая модель горения газозвеси угольной пыли в метановоздушной смеси, в которой учитывается неоднородность распределения температуры в частицах. Параметры состояния газозвеси определяются моделью динамики двухфазной двухскоростной реагирующей газодисперсной среды. Для моделирования горения частиц угольной пыли используется локальная математическая модель гетерогенного реагирования на поверхности частиц и прогрева частицы. Из решения локальных задач горения частиц угольной пыли для всей совокупности частиц определяется скорость тепловыделения от гетерогенной реакции угольной пыли с кислородом и теплообмен с газом. Определены зависимости скорости распространения фронта горения в газозвеси от массовой концентрации угольной пыли и объемной концентрации метана. Расчетная скорость распространения фронта горения в метановоздушной смеси без угольной пыли хорошо согласуется с экспериментальными данными. Проведено сравнение результатов расчета скорости пламени в углеметановоздушной смеси по двум моделям — с учетом и без учета неоднородности распределения температуры в частицах. Сравнение

показало существенное отличие в значениях расчетно-теоретической скорости фронта горения для быстро горящих составов газозвесей. Для медленно горящих газозвесей такое отличие уменьшается. При уменьшении скорости распространения фронта горения в газозвеси увеличивается характерное время пребывания частицы во фронте пламени, что приводит к тому, что неоднородность распределения температуры в частице уменьшается. Разработанная модель объясняет смещение максимума скорости распространения пламени в углеметановоздушной смеси в сторону избытка горючего в воздухе.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Bradley D., Lawes M., Scott M. J., Usta N.** The structure of coal—air—CH<sub>4</sub> laminar flames in a low-pressure burner: cars measurements and modeling studies // *Combust. Flame.* — 2001. — V. 124, N 1-2. — P. 82–105. — DOI: 10.1016/S0010-2180(00)00186-3.
2. **Rockwell S. R., Rangwala A. S.** Influence of coal dust on premixed turbulent methane-air flames // *Combust. Flame.* — 2013. — V. 160, N 3. — P. 635–640. — DOI: 10.1016/j.combustflame.2012.10.025.
3. **Torrado D., Buitrago V., Glaude P.-A., Dufaud O.** Explosions of methane/air/nanoparticles mixtures: Comparison between carbon black and inert particles // *Process Saf. Environ. Prot.* — 2017. — V. 110. — P. 77–88. — DOI: 10.1016/j.psep.2017.04.014.
4. **Torrado D., Pinilla A., Amin M., Murillo C., Munoz F., Glaude P.-A., Dufaud O.** Numerical study of the influence of particle reaction and radiative heat transfer on the flame velocity of gas/nanoparticles hybrid mixtures // *Process Saf. Environ. Prot.* — 2018. — V. 118. — P. 211–226. — DOI: 10.1016/j.psep.2018.06.042.
5. **Дементьев А. А., Моисеева К. М., Крайнов А. Ю., Палеев Д. Ю.** Сопоставление результатов моделирования распространения пламени в гибридной газозвеси с экспериментальными данными // *Инж.-физ. журн.* — 2016. — Т. 89, № 6. — С. 1538–1546.
6. **Krainov A. Yu., Moiseeva K. M.** Modeling of the flame propagation in coal-dust-methane air mixture in an enclosed sphere volume // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2016. — V. 754. — 052003. — DOI: 10.1088/1742-6596/754/5/052003.
7. **Moiseeva K. M., Krainov A. Yu., Kantarbaeva A.** Numerical determination of the combustion rate of a gas suspension of coal dust in a propane-air mixture // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2021. — V. 2057. — 012065. — DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012065.

8. Шкадинский К. Г., Барзыкин В. В. Закономерности зажигания газов накаленной поверхностью с учетом диффузии и гидродинамики // Физика горения и взрыва. — 1968. — Т. 4, № 2. — С. 176–181.
9. Eckhoff R. K. Dust Explosions in the Process Industries. — Gulf Professional Publ., 2003.
10. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. — М.: Наука, 1987.
11. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. — М.: Мир, 1968.
12. Трошин К. Я., Борисов А. А., Рахметов А. Н., Арутюнов В. С., Политенкова В. С. Скорость горения метанводородных смесей при повышенных давлениях и температурах // Хим. физика. — 2013. — Т. 32, № 5. — С. 76–87. — DOI: 10.7868/S0207401X13050117.
13. Евстигнеев Н. К., Крайнов А. Ю. Моделирование распространения фронта горения в смеси горючих газов и частиц с учетом лучистого теплопереноса // Изв. вузов. Физика. — 2007. — Т. 50, № 9/2. — С. 260–264.
14. Романченко С. Б., Руденко Ю. Ф., Костеренко В. Н. Пылевая динамика в угольных шахтах. — М.: Горное дело; ООО Кимерийский центр, 2011.
15. Романченко С. Б., Тимченко А. Н., Костеренко В. Н., Поздняков Г. А., Руденко Ю. Ф., Артемьев В. Б., Копылов К. Н. Комплексное обеспыливание. — М.: Горное дело; ООО Кимерийский центр, 2016.
16. Корольченко А. Я. Пожаровзрывобезопасность промышленной пыли. — М.: Химия, 1986.
17. Нецепляев М. И., Любимова А. И., Петрухин П. М. и др. Борьба со взрывами угольной пыли в шахтах. — М.: Недра, 1992.
18. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. — М.: Наука, 1987.
19. Справочник по теплообменникам: в 2 т. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — Т. 1.
20. Крайнов А. Ю., Порязов В. А., Моисеева К. М., Крайнов Д. А. Математическая модель и численное исследование скорости распространения фронта горения в аэрозоле суспензии нанопорошка алюминия в керосине // Инж.-физ. журн. — 2021. — Т. 94, № 3. — С. 774–785.
21. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976.
22. Крайко А. Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной собственного давления // Прикл. математика и механика. — 1979. — Т. 43, № 3. — С. 500–510.
23. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. — Новосибирск: Наука, 1981.
24. Крайнов А. Ю., Моисеева К. М. Моделирование горения метановоздушной смеси в замкнутом сферическом объеме // Инж.-физ. журн. — 2018. — Т. 91, № 4. — С. 977–983.

*Поступила в редакцию 04.04.2022.*

*После доработки 22.04.2022.*

*Принята к публикации 22.06.2022.*

---