где k_1 — отношение расхода поступающего в камеру газа к расходу через сопло.

Как следует из (25) и (26), чем больше относительный расход газов, поступающих в полузамкнутый объем от постороннего источника, тем меньше допустимое значение $\frac{T_k}{T_\varphi}$.

Таким образом, графоаналитический частотный метод определения границы устойчивости дает так же, как и известные аналитические методы [2, 3], точное решение для всех возможных значений параметров пороха, отличаясь вместе с тем наглядностью и малой трудоемкостью.

В тех случаях, когда применима аппроксимация передаточной функции скорости горения дробно-рациональным выражением (7), может быть использован приближенный критерий устойчивости (10).

При $K_u < \nu$ и $k < 0.8\,k_{пр}$ результаты расчета по приближенному критерию хорошо согласуются с точными результатами.

Предложенные методы позволяют также учитывать влияние на устойчивость неполноты горения пороха при низком давлении, докритического истечения из сопла и поступления в полузамкнутый объем газа от постороннего источника, если соблюдается условие малости отклонений давления, при котором справедливы линеаризованные выражения (16), (17) и (26) для коэффициента усиления ψ.

Поступила в редакцию
11/III 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Бобылев. ФГВ, 1970, **6**, 4.
2. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1963, 1.
3. Б. В. Новожилов. ФГВ, 1967, **3**, 1.
4. С. Д. Гришин, И. И. Подтынков. ФГВ, 1967, **3**, 1.
5. В. В. Солодовников и др. Теория автоматического регулирования. Кн. 1. М., «Машиностроение», 1967.
6. Н. Т. Кузовков. Теория автоматического регулирования, основанная на частотных методах. М., Оборонгиз, 1960.
7. R. Sehgal, L. Strand. AIAAJ, 1964, **2**, 4.
8. А. А. Зенин. ФГВ, 1966, **2**, 3.
9. А. А. Зенин, О. И. Лейпунский и др. Докл. АН СССР, 1966, **169**, 3.
10. К. К. Андреев. Термическое разложение и горение взрывчатых веществ. М., «Наука», 1966.

УДК 536.46

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ В РАКЕТНОЙ КАМЕРЕ

Ю. И. Медведев
(Томск)

Если показатель в степенном законе скорости горения топлива ν больше единицы, то процесс горения в ракетной камере неустойчив. Стремление увеличить линейную скорость горения и повысить калорийность состава чаще всего ведет к тому, что ν возрастает и может оказаться больше единицы. Ниже показана возможность использования топлив с показателем $\nu>1$ в сочетании с другим топливом и получен критерий устойчивости горения такой пары.

Рассмотрим устойчивость работы ракетного двигателя, в камере сгорания которого находится заряд из двух типов топлив с горящей поверхностью $S=S_1+S_2$ и с различными зависимостями стационарной скорости горения от давления

$$u_1(p)=A_1 p^{\nu_1};\quad u_2(p)=A_2 p^{\nu_2}.$$

Будем считать вначале, что процессы в камере изменяются так медленно, что тепловые слои топлив в каждый момент времени успевают подстраиваться к условиям горения. Такое допущение приводит к классической постановке задачи.

Запишем уравнение изменения давления в ракетной камере

$$\frac{W}{f}\frac{dp}{dt}=G_+-G_-,\tag{1}$$

где W — объем камеры; p — давление; f — сила пороха; t — время.

Секундный приход газа в камеру определяется выражением

$$G_+=S_1\delta u_1(p)+S_2\delta u_2(p).\tag{2}$$

Для простоты плотность топлива δ принята одинаковой. Расход газа определяется законом истечения в критическом режиме

$$G_-=\Gamma\sigma_* p,\tag{3}$$

где Γ — коэффициент расхода; σ_* — площадь критического сечения сопла. С учетом (2) и (3) уравнение (1) имеет вид

$$\frac{dp}{dt}=\frac{S_1\delta f}{W}u_1(p)+\frac{S_2\delta f}{W}u_2(p)-\frac{\Gamma\delta_* pf}{W}.\tag{4}$$

Введем в рассмотрение время релаксации камеры сгорания

$$\tau_к=\frac{W}{\Gamma\sigma_* f}$$

и величины, характеризующие стационарный режим p_1, u_{11}, u_{21}. Последние определяются уравнениями

$$\frac{dp}{dt}=0;\quad S_1u_{11}(p)+S_2u_{21}(p)=\frac{\Gamma\sigma_* p_1}{\delta}.\tag{5}$$

Тогда уравнение (4) перепишется следующим образом:

$$\frac{dp}{dt}=-\frac{p}{\tau_к}+\frac{p_1}{\tau_к}\left[\frac{S_1u_1(p)+S_2u_2(p)}{S_1u_{11}+S_2u_{21}}\right].\tag{6}$$

Следуя Я. Б. Зельдовичу [1], исследуем режим, близкий к стационарному, методом малых возмущений.

Пусть

$$u_1=u_{11}+u_2' e^{\omega t};\quad u_2=u_{21}+u_2'' e^{\omega t};\quad p=p_1+p_2e^{\omega t}.\tag{7}$$

Тогда

$$\left.\begin{aligned}u_1(p)&=u_{11}+\left(\frac{du_1}{dp}\right)_1 p_2e^{\omega t},\\ u_2(p)&=u_{21}+\left(\frac{du_2}{dp}\right)_1 p_2e^{\omega t}\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

и уравнение (6) примет вид

$$\omega p_2 = -\frac{p_2}{\tau_к} + \frac{p_2}{\tau_к}\left[\frac{S_1\left(\frac{d\,u_1}{dp}\right)_1 + S_2\left(\frac{d\,u_2}{dp}\right)_1}{S_1 u_{11} + S_2 u_{21}}\right]. \tag{9}$$

Если ввести общепринятые обозначения

$$\nu_1 = \frac{p_1}{u_{11}}\left(\frac{d\,u_1}{dp}\right)_1 = \left(\frac{\partial \ln u_1}{\partial \ln p}\right)_{T_0 = \mathrm{const}}, \tag{10}$$

$$\nu_2 = \frac{p_1}{u_{21}}\left(\frac{d\,u_2}{dp}\right)_1 = \left(\frac{\partial \ln u_2}{\partial \ln p}\right)_{T_0 = \mathrm{const}},$$

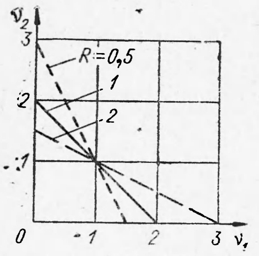
то величина ω найдется из выражения

$$\omega = -\frac{1}{\tau_к}\left[\frac{1 - \nu_1 + R\,(1 - \nu_2)}{1 + R}\right], \tag{11}$$

где $R = \frac{S_2 u_{21}}{S_1 u_{11}}$. Для устойчивости стационарного режима необходимо, чтобы выполнялось условие $\omega < 0$, а это будет, если

$$\frac{\nu_1 + R\,\nu_2}{1 + R} < 1. \tag{12}$$

Отношение $S_2 u_{21}/S_1 u_{11} = R$ при одинаковых плотностях топлива δ есть отношение массовых скоростей газоприхода и в зависимости от



стационарной скорости горения и величины горящей поверхности может принимать самые различные значения, оставаясь всегда положительной. Таким образом, устойчивость режима при данном давлении будет зависеть от соотношения скоростей газоприходов и величин показателей ν_1 и ν_2. Область устойчивости на рисунке расположена ниже прямой соответствующей различным R, причем все эти прямые пересекаются в точке $\nu_1 = \nu_2 = 1$. Видно, что в рассмотренном двигателе возможно применение одного из топлив с показателем ν, существенно большим единицы.

Перейдем к рассмотрению такого режима работы двигателя, когда время релаксации камеры мало и становятся существенными эффекты, связанные с инерционностью зоны горения топлив. Для не слишком высоких частот выражение нестационарной скорости горения получено Я. Б. Зельдовичем и имеет вид

$$u = u_1\left[1 + \nu\,k_T\,(T_к - T_0)\,\frac{\tau_п}{p}\,\frac{dp}{dt}\right], \tag{13}$$

где u_1 — стационарная скорость горения, подчиняющаяся закону $u_1 = A\,p^{\nu}$; $k_T = \left(\frac{\partial \ln u}{\partial T_0}\right)_{p\,=\,\mathrm{const}}$ — температурный коэффициент скорости горения; $\tau_п = \frac{\varkappa}{u_1^2}$ — время релаксации прогретого слоя топлива; $T_к$, T_0 — соответственно температура поверхности и начальная температура топлива; $\varkappa$ — коэффициент температуропроводности топлива.

Вновь обратимся к уравнению (1) и с учетом (13) будем иметь

$$\frac{dp}{dt} = \frac{f\delta}{W}\left(S_1 A_1 p^{\nu_1} + S_2 A_2 p^{\nu_2}\right) +$$

$$+\frac{f}{W}\frac{\delta}{p}\frac{dp}{dt}\left[S_1 A_1 p^{\nu_1}\nu_1 B_1 \tau_{п1}+\right.$$

$$\left.+S_2 A_2 p^{\nu_2} B_2 \tau_{п2}\nu_2\right]-\frac{p}{\tau_к}, \qquad (14)$$

где обозначено для краткости

$$B=k_т\,(T_к-T_0).$$

Если $dp/dt=0$, то равновесное давление в камере p_1 определится соотношением

$$p_1=\frac{\delta}{\Gamma\,\sigma_*}\left(S_1 A_1 p_1^{\nu_1}+S_2 A_2 p_1^{\nu_2}\right). \qquad (15)$$

Выберем это давление в качестве масштаба измерения давления, обозначив $P=\frac{p}{p_1}$, и перепишем (14) в виде

$$\tau_к\frac{dP}{dt}=P^{\nu_1}\left[\frac{1+a p_1^{\nu_2-\nu_1}P^{\nu_2-\nu_1}}{1+a p_1^{\nu_2-\nu_1}}\right]-P+$$

$$+\left[\frac{\nu_1 B_1\tau_{п1}+a\,\nu_2 B_2\tau_{п2}\,p_1^{\nu_2-\nu_1}P^{\nu_2-\nu_1}}{1+a p_1^{\nu_2-\nu_1}}\right]\frac{P^{\nu_1}}{P}\frac{dP}{dt}, \qquad (16)$$

где

$$a=\frac{S_2 A_2}{S_1 A_1}.$$

Будем рассматривать наиболее интересный для практики случай, когда $\tau_к$ мало. В теории дифференциальных уравнений показано, что в этом случае решение уравнения (16) будет в пределе ($\tau_к\to 0$) стремиться к решению вырожденного уравнения

$$F=\frac{P^{\nu_1}\left[\dfrac{1+a p_1^{\nu_2-\nu_1}P^{\nu_2-\nu_1}}{1+a p_1^{\nu_2-\nu_1}}\right]-P}{1-P^{\nu_1-1}\left[\dfrac{\nu_1 B_1\dfrac{\tau_{п1}}{\tau_к}+a\,\nu_2 B_2\dfrac{\tau_{п2}}{\tau_к}p_1^{\nu_2-\nu_1}P^{\nu_2-\nu_1}}{1+a p_1^{\nu_2-\nu_1}}\right]}=0. \qquad (17)$$

Причем решение вырожденного уравнения будет устойчивым, если

$$\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)_{P=1}<0.$$

Очевидно, конечные значения F будут иметь место только в случае, когда знаменатель (17) не обращается в нуль. Это условие дает единственный корень вырожденного уравнения $P=1$, что в точности совпадает с известным соотношением Бори́ для равновесного давления.

Используя условие (17), и имея в виду, что

$$a\,p_1^{\nu_2-\nu_1}=\frac{S_2 u_{21}}{S_1 u_{11}}=R,$$

будем иметь условие устойчивости стационарного режима

$$\frac{\nu_1-1+R\,(\nu_2-1)}{1-\gamma_1+R\,(1-\gamma_2)}<0, \qquad (18)$$

где

$$\gamma_1 = \nu_1 k_{t1} (T_к - T_0)_1 \frac{\tau_{п1}}{\tau_к}; \qquad \gamma_2 = \nu_2 k_{t2} (T_к - T_0)_2 \frac{\tau_{п2}}{\tau_к}.$$

Таким образом, если учитывать нестационарность зоны горения, то условие устойчивости (18) требует, чтобы числитель и знаменатель имели разные знаки. При положительном знаменателе условие устойчивости полностью совпадает с ранее полученным условием (12), в чем легко убедиться.

Для известных топлив ν_1 и ν_2 обычно меньше единицы, так что условие (12) выполняется. При этом устойчивость работы двигателя к малым возмущениям определяется неравенством

$$1 - \gamma_1 + R(1 - \gamma_2) > 0 \qquad (19)$$

и в сильной степени оказывается зависящей от соотношения между временами релаксации топлив и камеры. По мере выгорания топлива $\tau_к$ растет и неравенство (19) только усиливается. Повышение рабочего давления в камере сгорания и начальной температуры топлив способствует улучшению устойчивости.

Поступила в редакцию
20/VI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1963, 1.

УДК 536.46 + 662.62

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В КОМБИНИРОВАННОМ РАКЕТНОМ ДВИГАТЕЛЕ

В. В. Воробей
(Москва)

Обзор современных исследований процесса горения комбинированных систем показывает, что при использовании аналогии Рейнольдса между массопереносом, теплопереносом и переносом количества движения, параметра массообмена Сполдинга и эмпирических данных по пограничному слою можно получить математическую модель для скорости горения твердого компонента топлива, которая удовлетворительно согласуется с имеющимися данными для простых «гибридных» систем в области малых расходов окислителя [1—4].

Однако лимитируемое диффузией сгорание в турбулентном пограничном слое требует некоторой модификации классической модели диффузионного пламени. Наблюдения структуры пламени и тот факт, что скорости реакций конечны, приводят к заключению, что химические реакции происходят в тонкой зоне, где температура и концентрация компонентов претерпевают резкие изменения. В связи с этим исследование кинетики зоны горения в турбулентном пограничном слое приобретает