

## О ДВИЖЕНИИ БОЛЬШИХ ПУЗЫРЕЙ ГАЗА, ВСПЛЫВАЮЩИХ В ЖИДКОСТИ

*И. Г. Маленков*

(*Новосибирск*)

Строится формула для вычисления скорости всплытия больших газовых пузырей в жидкости. Предполагается, что величина этой скорости определяется распространением волнового возмущения, вносимого в жидкость пузырем.

### Обозначения

$w$ — скорость движения пузыря (капли),	$\xi$ — коэффициент трения,
$\gamma$ — удельный вес,	$g$ — ускорение силы тяжести,
$\mu$ — вязкость динамическая,	$D$ — диаметр пузыря (капли),
$\nu$ — вязкость кинематическая,	$p$ — давление,
$r$ — радиус пузыря (капли),	$c$ — скорость распространения волнового
$\sigma$ — коэффициент поверхностного натяжения,	возмущения,
	$\lambda$ — длина волны

Один из трех характеризует тяжелую фазу системы, два штриха — легкую фазу системы, индекс  $m$  — экстремальные значения.

Определению скорости всплытия пузырей в жидкостях посвящено большое количество теоретических [1-3] и экспериментальных [4-6] работ. Однако до сих пор не установлена достаточно определенно связь этой скорости с размерами пузырей. В настоящее время в интервале диаметров пузырей от 0 до 20 мм различаются, по крайней мере, четыре области, для которых установлены различные расчетные соотношения [7].

1. *Область ламинарного обтекания пузырей, сохраняющих форму шара.* Область ограничивается значением числа Рейнольдса  $R < 2$ . Скорость всплытия определяется по формуле

$$w = \frac{2}{9} \frac{\gamma' - \gamma''}{\mu} r^2 \quad (1)$$

2. *Область движения пузырей, имеющих форму плоских, пульсирующих сфероидов.* Область ограничена изменением числа Рейнольдса в пределах  $2 < R < 4 A^{0.42}$ . Соотношение, рекомендуемое для определения скорости всплытия пузырей, имеет вид

$$w = 0.33 \frac{g^{0.76}}{\nu^{0.52}} r^{1.28} \quad (2)$$

3. *Область движения плоских, относительно устойчивых пузырей ограничена  $4A^{0.42} < R < 3A^{0.5}$ .* Формула для определения скорости всплытия дается в виде

$$w = 1.35 \left( \frac{g\sigma}{r(\gamma' - \gamma'')} \right)^{0.5} \quad (3)$$

4. *Область движения грибообразных пузырей определяется значением числа  $R > 3A^{0.5}$ .* В этой весьма обширной области скорости движения пузырей рекомендуется вычислять по формуле

$$w = \left( \frac{4g^2\sigma(\gamma' - \gamma'')}{\xi^2\nu^2} \right)^{1/4} \quad (4)$$

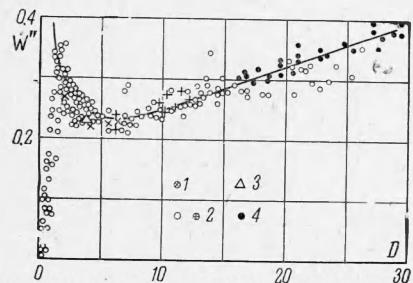
Величина  $A$ , служащая для определения границ применимости формул (1) — (4), определяется формулой

$$A = \frac{\sigma^{3/2}\gamma'}{g\mu'^2 \sqrt{\gamma' - \gamma''}}$$

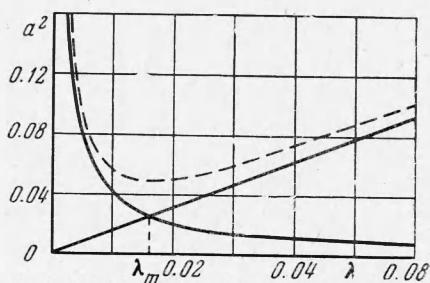
На фиг. 1 приведены экспериментальные данные, заимствованные из [6, 8, 9], которые отражают зависимость скорости всплытия одиночных воздушных пузырей в воде при  $p = 9.8 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ . Видно, что характер этой зависимости действительно является сложным. Однако деление всего диапазона значений  $D$  на четыре характерных области нельзя считать естественным, отражающим реальное различие механизмов, определяющих скорость пузыря в данной среде. Искусственность определения размеров этих областей видна также и из конструкции рекомендуемых формул.

В данном сообщении в качестве универсальной зависимости, коррелирующей экспериментальные данные в третьей и четвертой областях, предлагается формула, полученная из предположения, что скорость всплытия пузырей тождественно равна фазовой скорости распространения в жидкости капиллярных волн длины  $\pi D$ . В корректности такого предположения легко убедиться из следующего.

Незначительная величина трения жидкости о газ при малых относительных скоростях движения обуславливает безотрывное обтекание всплывающих пузырей [10]. Этому же способствует эластичность межфазовой поверхности и малая «жесткость» больших пузырей, поскольку любое местное изменение давления вызывает соответствующее изменение формы. Вследствие этого можно предположить, что частицы жидкости, обтекающие пузырь, не вовлекаются в спутное движение, а, оставаясь на том же горизонте, совершают лишь колебания около положения равновесия. Известно, что



Фиг. 1. Зависимость скорости всплытия  $w''$  м/сек от диаметра пузыря  $D$  мм, при  $p = 9.8 \cdot 10^4$  н/м<sup>2</sup>, точки 1, 2, 3, 4 соответствуют работам [6, 8, 15]



Фиг. 2. Зависимость скоростей распространения капиллярных и гравитационных волн  $a^2$  м/сек<sup>2</sup> от длины  $\lambda$  м

скорость колебательного движения и скорость распространения волнового возмущения связаны соотношением

$$v = \Delta p / \rho' a \quad (5)$$

Здесь  $\Delta p$  — избыточное давление в волне,  $\rho' a$  — волновое сопротивление ( $\rho'$  — плотность среды,  $a$  — скорость распространения волны).

Механическая энергия колебательной системы слагается из кинетической и потенциальной. Для системы без потерь характерны периодические переходы одного вида энергии в другой так, что в любой момент времени полная энергия колебательного движения единицы объема, согласно [11], равна

$$E = 1/2 \rho' v^2 \quad (6)$$

Носителем кинетической энергии является элемент массы, а потенциальной — упругий элемент. В рассматриваемой системе упругий элемент характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения, величиной поверхности раздела. Поэтому очевидно, что

$$E = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (7)$$

Горизонтальный размер пузыря  $r_1$  не играет большой роли, так как силы, действующие в этой плоскости, взаимно скомпенсированы (предполагается, что пузырь в плане имеет форму, близкую к кругу). Соотношение (7) можно переписать

$$E \approx \sigma / r_2 \quad (8)$$

Сравнивая (6) и (8), найдем, что колебательная скорость системы будет равна

$$v = \sqrt{2\sigma / r_2 \rho'} \quad (9)$$

Избыточное давление в рассматриваемой колебательной системе представляет собой лапласовскую добавку, в общем случае равную (7). Как показывают эксперименты, для относительно небольших пузырей ( $D \sim 10$  мм) величина  $r_1 = (1.15 \div 1.20) r_2$ . Поэтому с точностью до 15—20% можно принять

$$\Delta p = 2\sigma / r_2 \quad (10)$$

Как будет отмечено ниже, увеличение размеров пузыря приводит к снижению погрешности.

Положив  $r_2 \equiv r$  и подставив (9) и (10) в (5), получим соотношение для скорости распространения волнового возмущения в жидкости

$$a = \sqrt{2\sigma / r \rho'} \quad (11)$$

Величина  $r$  по порядку оценивается соотношением

$$r \sim \sqrt{\sigma / (\gamma' - \gamma'')}$$

Подставив это в соотношение (11), получим

$$a \approx \left( \frac{4g^2\sigma(\gamma' - \gamma'')}{\gamma'^2} \right)^{1/4} \quad (12)$$

Сравнивая (12) и (4), видим, что при  $\xi = 1$  скорости  $w$  и  $a$  равны, т. е. скорость распространения волны совпадает со скоростью взрыва пузыря. При каких условиях  $\xi = 1$  в (4) — ниже будет показано.

Таким образом, оказывается, что характер движения частиц жидкости при обтекании пузыря действительно подобен тому, который существует в случае волнового движения поверхности раздела двух несмешивающихся жидкостей, и что скорость движения объекта, производящего в жидкости возмущение, равна скорости распространения волны, образующейся при этом на поверхности раздела компонент.

Из теории поверхностных волн известно, что различаются два предельных типа волн — гравитационные и капиллярные, которые разделены некоторой промежуточной областью длин волн, где волновое движение носит смешанный характер. На фиг. 2 показаны графики изменения скорости движения гравитационных (прямая линия) и капиллярных (гиперболическая линия) волн в зависимости от их длины. Пунктирная линия представляет собой суммарный результат совместного влияния на скорость волны гравитационных и капиллярных сил. В общем случае (пунктирная кривая) фазовая скорость распространения волнового возмущения описывается уравнением [11]

$$a^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \frac{\gamma' - \gamma''}{\gamma' + \gamma''} + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{g\sigma}{\gamma' + \gamma''} \quad (13)$$

где  $\lambda$  — длина волны.

Минимальная скорость движения волны соответствует некоторой длине волны, равной

$$\lambda_m = 2\pi \sqrt{\sigma / (\gamma' - \gamma'')} \quad (14)$$

Из сравнения экспериментального графика фиг. 1 с суммарной кривой фиг. 2 видно, что между ними существует, как и следует из приведенных выше рассуждений, не только качественная, но и количественная аналогия.

Следовательно, чтобы уравнение (13) стало пригодным для вычисления скорости взрыва пузыря, достаточно установить вид связи длины возбужденной волны  $\lambda$  с размерами возбуждающего ее пузыря. Выявленное нами тождество скоростей взрыва пузыря и распространения волн позволяет легко сделать это. Для этого предположим, что минимум скорости взрыва пузырей (фиг. 1) соответствует минимуму суммарной скорости распространения волн (фиг. 2).

Минимальная величина длины волны  $\lambda_m$  легко вычисляется по формуле (14). Для воды, например,  $\lambda_m = 17.1 \text{ м.м}$  при  $20^\circ \text{ С}$ . Из фиг. 1 видно, что  $D_m \approx 5.5 \text{ м.м}$ . Следовательно

$$\lambda_m/D_m = \pi \quad (15)$$

Очевидно, что это соотношение должно выполняться для всех жидкостей.

Поскольку  $\lambda = \lambda_m$  есть частный случай из всей области возможных значений длии волн, для которых скорость движения определяется соотношением (13), то можно предположить, что формула (15) будет справедливой и для всего рассматриваемого диапазона длин волн, т. е.

$$\lambda = \pi D \quad (16)$$

Подстановка (16) в (13) дает

$$w = \left( \frac{gD}{2} \frac{\gamma' - \gamma''}{\gamma' + \gamma''} + \frac{2g\sigma}{D(\gamma' + \gamma'')} \right)^{1/2} \quad (17)$$

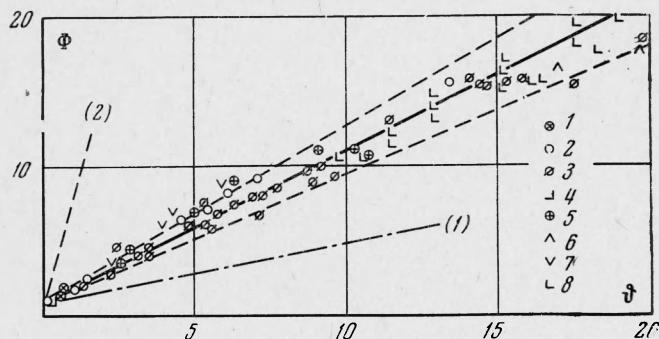
На фиг. 1 сплошная линия соответствует расчетным данным, полученным по уравнению (17). Видно, что это уравнение вполне удовлетворительно описывает экспериментальные данные в большом диапазоне изменения размеров пузырей ( $D \geq 1.5 \text{ м.м}$ ).

Подкоренное выражение соотношения (17) представляет собой сумму гравитационных (первое слагаемое) и капиллярных (второе слагаемое) сил. С увеличением  $D$  роль второго слагаемого уменьшается, поэтому величина погрешности, вносимая неточностью равенства (16), также снижается.

Интересно отметить, что при  $\lambda = \lambda_m$  формула (13) дает

$$w = \left( \frac{4g^2\sigma(\gamma' - \gamma'')}{(\gamma' + \gamma'')^2} \right)^{1/4} \quad (18)$$

которое при давлениях, близких к атмосферному, т. е. когда можно пренебречь величиной  $\gamma''$ , оказывается аналогичным соотношению (4), полученному Франк-Каменецким для вычисления скорости всплытия больших деформированных пузырей [7]. Следовательно, соотношение (4) является частным случаем более общего соотношения (17) и справедливо в весьма ограниченном диапазоне размеров пузырей, а именно в окрестности значения  $D = \lambda_m/\pi$  (в пределах  $4 \text{ мм} < D < 7 \text{ мм}$ ), где действительно скорость всплытия слабо зависит от величины пузыря. Только в этом случае в (4) коэффициент сопротивления может быть принят равным единице. Введение в (4) величины  $\xi$  следует рассматривать как вынужденную меру для учета действия неизвестных факторов, влияющих на величину скорости всплытия пузырей.



Фиг. 3 Сопоставление опытных данных в безразмерных величинах  $\Phi$  и  $v$  по движению в жидкости пузырей и капель согласно формулы 19. точки 1, 2, 3, 4 соответствуют данным работ [13, 6, 8, 15] для воды — воздуха; точки 5 — данным работы [8] для раствора сапонин — воздух, точки 6 — работы [4] для циклогексана, точки 7 — работы [1] для воды — воздуха, точки 8 — работы [9] для воды — воздуха

Соотношение (17) получено для вычисления скорости всплытия пузырей. Однако в механизме всплытия пузырей и капель нет очевидных принципиальных различий и поэтому (17) должно быть справедливым и для случая движения капель в жидкости. Для наглядности сопоставления опытных данных по всплытию пузырей и капель формулой (17) придадим ей безразмерную форму и построим график функции

$$\Phi = \Phi(v) \quad \left( \Phi = \frac{w^2 D (\gamma' + \gamma'')}{2g\sigma}, \quad v = \frac{D^2 (\gamma' - \gamma'')}{4\sigma} \right) \quad (19)$$

На фиг. 3 приведены экспериментальные и расчетные данные, полученные в координатах (19). Видно, что большинство опытных данных, полученных различными авторами для системы газ — жидкость, вполне удовлетворительно коррелируются с расчетом (сплошная линия). Исключением являются опытные данные Пиблза и Гарбера [12] (штрихпунктирная линия (1)), которые получены при движении пузырей в трубке с относительно малым диаметром (25 мм). Отклонение этих точек объясняется, по-видимому, влиянием твердых стенок на скорость распространения волнового возмущения. Здесь же нанесены опытные данные некоторых авторов [13] по движению капель жидкостей (пунктирная прямая (2)). Качественный характер зависимости сохраняется, но наблюдается значительное количественное расхождение. Действительные скорости движения капель оказываются более низкими, чем значение, получаемое по формуле (17). Несовпадение опытных данных зависимости  $w = f(D)$  для капель и пузырей объясняется, по-видимому, тем, что обтекание капель жидкостью не является безотрывным, и взаимодействием компонент на границе раздела в системе жидкость — жидкость пренебречать нельзя. Наличие касательных напряжений на поверхности соприкосновения компонент приводит к необратимым потерям энергии, и капля двигается медленнее.

Поступила 27 V 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Rybczynski M. W. O ruchy postepowym kuliciekaj w ośrodku lepkim. Über die fortschreitende bewegung einer flüssigen kugel in einem sähnen medium. Bull. Internat. Acad. Polon. Sci. et Lettr. Ser. A: Sci. Math., 1911, No. 1 A.
2. Hadamard N. T. Mecanique mouvement permanent lent d'un sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux. C. r. Acad., Sci., 1911, Vol. 152, No. 1.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Изд-во АН СССР, 1952.

4. Фрумкин А. Н., Баготцкая И. А. Скорость падения капель ртути в вязкой среде. Докл. АН СССР, 1947, т. 55, стр. 135—140.
5. Городецкая А. В. Скорость поднятия пузырьков в воде и водных растворах при больших числах  $Re$ . Ж. физ. химии, 1949, т. 23, вып. 1.
6. Козлов Б. К., Мологин М. А. О скорости подъема и гидравлическом сопротивлении газовоздушных пузырей в жидкости. Изд-во АН СССР, 1951, № 8.
7. Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидравлика газожидкостных систем. Госэнергоиздат, 1958.
8. Kgevelen D. W. von Hofteizer P. I. Studies of gasbubble formation. Calculation of interfacial area in bubble contactors. Chem. Engng. progr., 1950, vol. 46, No. 1.
9. Лодыженский Р. М. Исследование движения воздушного пузырька в воде при высоких значениях  $Re$ . Ж. прикл. химии, 1954, т. 27, вып. 1.
10. Брайндт Б. Б., Переазиц Д. И. Режим обтекания жидкостью газовых пузырьков больших размеров. Инж.-физ. ж., 1966, т. 10, № 2.
11. Лэмб Г. Гидродинамика. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
12. Reebels F. N., Gagge H. I. Studies on the motion of gas bubbles in liquids. Chem engng., 1953, vol. 49, No. 2.
13. Смирнов Н. И., Рубан В. Л. Относительная скорость движения капель в зависимости от скорости движения среды. Ж. прикл. химии, 1949, т. 22, вып. 10; Относительная скорость движения капель в переходной области. Ж. прикл. химии, 1951, т. 24, вып. 1.
14. Смирнов Н. И., Рубан В. Л. Скорость движения капель в зависимости от скорости движения среды. Ж. прикл. химии, 1949, т. 22, вып. 11.
15. Сахаров В. А. Экспериментальное определение относительной скорости движения газового пузыря в потоке жидкости. Изв. вузов, Нефть и газ, 1966, № 6.

## СНИЖЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТЕЧЕНИИ В ТРУБЕ ПОЛИМЕРНЫХ РАСТВОРОВ МАЛОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ

**В. Н. Калашников, Ю. Д. Райский, А. З. Темчин**

(Москва)

Открытое Томсоном [1] явление снижения турбулентного трения при течении вдоль гладкой поверхности жидкости с малыми добавками некоторых растворимых полимеров связано с уменьшением интенсивности поперечных турбулентных пульсаций в слое, непосредственно прилегающем к поверхности. Измерения профилей скорости показывают, что добавки полимеров заметно увеличивают толщину вязкого подслоя [2]. Явление это связано с возникновением в растворах крупных ассоциаций макромолекул полимера и молекул растворителя, влияющих на развитие турбулентных вихрей [3, 4].

Уменьшение уровня турбулентного перемешивания вблизи обтекаемой стенки благодаря добавкам полимера должно приводить не только к уменьшению переноса импульса, но также и к уменьшению турбулентного теплообмена. В работе [5] сообщается о снижении теплоотдачи от стенки трубы при течении по ней растворов полиакриламида. В предлагаемом сообщении приведены результаты, полученные при исследовании нагрева текущих по трубе растворов гуаровой смолы.

Эксперименты были проведены на циркуляционной установке, схематически представленной на фиг. 1. В зависимости от эксперимента, вода или водные растворы гуаровой смолы поступали от насоса 4 через регулирующий расход вентиль 3 в калибронную медную трубку 1 диаметром 7,82 мм и длиной 240 см, заключенную на некотором участке в стальной кожух 2. Температурный перепад между стенкой медной трубы и текущей по ней жидкостью поддерживался циркуляцией внутри кожуха воды, нагретой до 60—90° С. Кожух охватывал трубу на длине 165 см. Падение давления измерялось на участке длиной 182 см. Длина начального участка равнялась примерно 65 калибрам. Падение давления измерялось дифференциальным манометром 8, заполняемым в зависимости от величины перепада ртутью или четыреххлористым углеродом. Приращение температуры жидкости определялось при помощи термометров 10, установленных в начале и конце трубы в теплоизолированных вставках 9. Фиксировалась также температура воды на входе и выходе кожуха теплообменника. Теплообменник и труба с внешней стороны были теплоизолированы. Такая постановка измерений позволяла определять количество тепла, переданного в теплообменнике текущей по трубе жидкости.