СОПРОТИВЛЕНИЕ ВОЛОКНИСТЫХ ФИЛЬТРОВ ПРИ ТЕЧЕНИИ СО СКОЛЬЖЕНИЕМ

Ю. М. Глушков

(Обнинск)

Описаны результаты опытов по измерению сопротивления потоку разреженного воздуха фильтров из стекловолокна и модельных фильтров, составленных из параллельных цилиндров. Данные эксперимента сравниваются с теорией Кувабара [3]. Это сравнение позволяет вычислять коэффициенты обмена импульсом молекул газа с поверхностью.

1. В работах [1, 2] показано, что в области автомодельного течения со скольжением сопротивление волокнистых фильтров Δp в зависимости от давления потока газа p описывается выражением

$$\frac{\Delta p}{u} = A\left(1 + \frac{B}{p}\right)^{-1} \tag{1.1}$$

где A и B — величины, постоянные для данного фильтра и данного газа, u — скорость газового потока перед фильтром.

Функциональная зависимость параметра A от физических характеристик фильтра и газового потока изучалась в [3–5].

Найдено, что

$$A = 4\mu h\alpha \,/\, \langle a^2\rangle\, k\,(\alpha\gamma), \qquad k\,(\alpha\gamma) = -\,0.5 \ln\ \alpha\gamma + \alpha\gamma - 0.25\alpha^2\gamma^2 - 0.75 \tag{1.2}$$

Здесь h — толщина фильтра, a — радиус волокна, α — доля объема фильтра, занятая волокнами, μ — вязкость газа, γ — структурный коэффициент.

В соответствии с [3,5]

$$\gamma = 1 \tag{1.3}$$

для однородной системы параллельных цилиндров и

$$\gamma = 2\,\langle a\rangle^2 \,/\, \pi\,\langle a^2\rangle \tag{1.4}$$

для полидисперсной веерной модели [1] (угловые скобки означают усреднение).

Считается [5], что веерная модель является хорошим приближением к реальным однородным фильтрам, волокна в которых расположены случайно и однородно (равноправно) в параллельных плоскостях, нормальных вектору средней скорости потока.

Следуя [3, 6, 7], теоретическое выражение для сопротивления монодисперсного фильтра, волокна которого обтекаются скользящим кувабаровским потоком, можно записать в виде

$$\frac{\Delta p}{u} = A\left\{\frac{1 + 2\xi a^{-1}}{1 + 2\xi a^{-1}\,[1 + \varphi\,(\alpha\gamma) k^{-1}(\alpha\gamma)]}\right\} \tag{1.5}$$

где $\varphi\,(\alpha\gamma) = -\,\alpha\gamma + 0.5\alpha^2\gamma^2 + 0.5$, ξ — коэффициент скольжения и A определена в (1.2).

При $\xi a^{-1} \to 0$ выражение (1.5) упрощается и в применении к полидисперсным фильтрам имеет вид (см. приложение 1)

$$\frac{\Delta p}{u} = \frac{4\mu h\alpha}{\langle a^2\rangle\, k\,(\alpha\gamma)}\left[1 + 2\xi\,\frac{\langle a\rangle\, \varphi\,(\alpha\gamma)}{\langle a^2\rangle\, k\,(\alpha\gamma)}\right]^{-1} \tag{1.6}$$

Формула (1.6) внешне похожа на эмпирическое выражение (1.1) и раскрывает функциональную зависимость величины B от физических характеристик фильтра и газового потока.

Коэффициент скольжения газа ξ около плоской стенки оценивался в ряде работ [8,9]. Для модели газа из твердых упругих шариков найдено

$$\xi = (2\sigma^{-1} - 1)\ 1.09 l \tag{1.7}$$

$$l = \mu \,/\, 0.499\,\rho c, \quad c = (2kT \,/\, \pi m)^{1/2}$$

Здесь ρ — плотность газа, k — коэффициент Больцмана, T — температура °K, m — масса молекулы газа, σ — коэффициент обмена количеством движения [10].

Для реального газа согласно [11] численный коэффициент в (1.7) должны находиться в интервале 1.09—1.18, где значение 1.18 соответствует газу из максвелловских молекул [9]. Если полагать, что (1.7) действительно для реального газа около цилиндрической поверхности, то константа B в (1.1) будет иметь вид

$$B = \left(\frac{2}{\sigma} - 1\right) 2.18\, l_0 p_0 \frac{\langle a\rangle}{\langle a^2\rangle}\, \frac{\varphi\,(\alpha\gamma)}{k\,(\alpha\gamma)} \tag{1.8}$$

где p_0 — давление, при котором вычислено l_0 по (1.7).

---

[1] Кирш А. А. Исследования в области волокнистых аэрозольных фильтров. Диссертация на соискание ученой степени кандидата химических наук, М., 1968.

Следует отметить, что учет флуктуаций пористости однородного фильтра не изменяет выражения (1.6) (см. приложение 2).

Сопротивление тонких неоднородных по α фильтров определяется выражением типа (1.6), в котором вместо гидродинамических параметров k $(\langle\alpha\rangle\gamma)$ и φ $(\langle\alpha\rangle\gamma)$ используются соответственно параметры

$$k'\,(\langle\alpha\rangle\gamma,\, c_1,\, c_2) = -0.5c_1 \ln\,(\langle\alpha\rangle\gamma) + \langle\alpha\rangle\gamma - 0.25\langle\alpha\rangle^2\gamma^2 - 0{,}75c_1 + c_2 \tag{1.9}$$

$$\varphi'\,(\langle\alpha\rangle\gamma,\, c_1) = -\,\langle\alpha\rangle\gamma + 0.5\langle\alpha\rangle^2\gamma^2 + 0.5c_1$$

Коэффициенты c_1 и c_2 являются практически постоянными величинами для фильтров с одинаковым характером неоднородностей. Для вычисления этих коэффициентов нужно знать либо функцию плотности распределения величины α для произвольного объема V фильтра, либо экспериментальные значения сопротивления фильтра при двух различных $\langle\alpha\rangle$ (параметр $\langle\alpha\rangle$ изменяется при поджатии пористого материала). Хорошие экземпляры стекловолокнистых фильтров характеризуются коэффициентами

$$1 \leqslant c_1 \leqslant 1.2,\quad 0 \leqslant c_2 \leqslant 0.14$$

2. Эксперимент и результаты.

1°. Измерялся перепад давления при течении воздуха различной плотности через полидисперсные волокнистые фильтры и через модельные фильтры состоящие из параллельных цилиндров одинакового радиуса. Волокна в модельных и реальных фильтрах ориентировались перпендикулярно вектору средней скорости потока.

Радиусы волокон в стекловолокнистых фильтрах имели приближенно нормально-логарифмическое распределение с параметрами

$$\langle\, (\lg a - \lg a')^2 \rangle = 0.234^2,\ \lg a' = -\,3.85$$

Величины $\langle a\rangle = 1.57\cdot10^{-4}$ и $\langle a^2\rangle = 2.87\cdot10^{-8}$ определялись непосредственным подсчетом результатов 160 измерений толщин отдельных волокон.

Модельные фильтры складывались из 11—12 круглых каркасов толщиной h_1, на которых с шагом h_2 были параллельно натянуты покрытые изоляционным лаком проволочки. При складывании каркасов не ставилась задача получения коридорной или шахматной пространственной структуры, а следилось лишь за тем, чтобы все проволочки в модели были параллельны друг другу. Для всех моделей отношение $h_1 / h_2 = 1$.

Стекловолокнистые и модельные фильтры имели лобовую поверхность соответственно 3 и 28 *см*^{2}.

Перепад давления на фильтрах измерялся микроманометром с чувствительностью $2\cdot10^{-5}$ *тор*.

2.° В области давлений, где действительно (1.1), опытные данные в координатах $u/\Delta p - 1/p$ для каждого фильтра ложились на прямую линию, и по полученным графикам затем вычислялись значения A_0 и B_0. Результаты измерений приведены в таблице. Теоретическое значение A вычислялось по формуле (1.2), причем при вычислении A для моделей величина $h\alpha / \pi a^2$ в (1.2) заменялась на N / h_2, где N — число каркасов в модели.

Опытные данные по сопротивлению модельных и стекловолокнистых фильтров

α	N	h	$\langle a\rangle\cdot10^4$	B_0	$A_0\cdot10^4$	$A\cdot10^4$	σ
0.0057	12		85	0.627	0.549	0.562	0.7
0.0178	11		85	0.885	1.54	1.47	0.697
0.048	12		85	1.25	5.0	5.07	0.705
0.376	11		175	1.82	90.8	47.6	
0.00762		0.338	1.57	22.5	241	244	0.77
0.0171		0.154	1.57	28.8	284	310	0.79

Коэффициент σ вычислялся по формуле (1.8) для каждого экспериментального значения B_0.

В таблице линейные параметры выражены в *см*, давление — в *мм* рт. ст.

3°. В опытах со стекловолокнистыми фильтрами экспериментальные точки не отклонялись от средней прямолинейной зависимости $u / \Delta p - {}^1/p$ более чем на 2% в интервале $0 \leqslant l / \langle a\rangle \leqslant 3$ и более чем на 4% в интервале $0 \leqslant l / \langle a\rangle \leqslant 12$ (2% — ошибка эксперимента).

Для модельных фильтров соответствующие значения $\max l / \langle a \rangle$ в три раза меньше, возможно, из-за меньшей точности опытов при малых p. Таким образом, для исследованных фильтров зависимость (1.6), полученная при условии $\xi \to 0$, формально описывает опытные результаты и для конечных значений ξ, углубляясь в заведомо переходную область течений. Для одиночного цилиндра область существования скользящего потока оценивается [10] как $0 \leqslant l / a \leqslant 0.2$.

4.° Постоянство вычисленных значений σ для модельных и реальных фильтров в области $0.0057 \leqslant \alpha \leqslant 0.05$ свидетельствует о правильной функциональной зависимости B от α в (1.8). Конкретные значения σ, равные 0.7 для лака и 0.78 для стекла, отличаются от соответствующих значений 0.79 и 0.89, приведенных в [10]. Это связано, во-первых, с тем, что модель Кувабара, вероятно, не дает подходящего линейного числового коэффициента при ξ в (1.6) и, во-вторых, с использованием различных числовых коэффициентов при определении самого ξ.

Для опытов отбирались наиболее однородные стекловолокнистые фильтры, имеющие наилучшее согласие между теоретическим и экспериментальным значениями A. Заметим, что согласно (1.9) параметр B менее чувствителен к неоднородности фильтров, чем параметр A, поэтому при оценке σ поправки на неоднородность не делалось.

Приложение 1. Экспериментальный результат (1.4) означает, что в модельном веерном полидисперсном фильтре волокна с разными диаметрами испытывают на единицу длины в среднем одинаковую силу со стороны потока. Иначе говоря, в задаче Кувабара [3], решаемой для полидисперсной системы цилиндров, отношение a / b должно оставаться постоянным при любом a, где b — радиус концентрического волокна мнимого цилиндра, на поверхности которого Кувабара ставил внешние граничные условия. Согласно (1.4) при $\xi = 0$

$$b = a\left(\pi \langle a \rangle^2 / 2\alpha \langle a^2 \rangle\right)^{1/2}$$

Распространим этот результат на течение со скольжением (при условии, что часть наиболее тонких волокон в фильтре не попадает в область промежуточного или молекулярного течения). Для $\alpha \ll 1$ условие равенства сил на волокна разного диаметра запишем в виде

$$k\left(\frac{a^2}{b^2}\right)\left[1 + 2\xi\varphi\left(\frac{a^2}{b^2}\right) \Big/ ak\left(\frac{a^2}{b^2}\right)\right] \approx -0.5 \ln\left(\frac{a^2}{b^2}\right) - 0.75 + \frac{\xi}{a} = \mathrm{const}$$

и условие постоянства геометрии фильтра — соответственно в виде

$$\langle b^2 (a, \xi) \rangle = \pi \langle a^2 \rangle^2 / 2\alpha \langle a \rangle^2$$

Раскрывая первое выражение относительно b, используя затем второе выражение для определения const и, наконец, суммируя полученную силу на всю длину волокон, приходящихся на единицу поверхности фильтра, получаем (1.6).

Приложение 2. Пусть дан тонкий фильтр с бесконечной поверхностью и параметрами h, $\langle \alpha \rangle$, $\langle a \rangle$, $\langle a^2 \rangle$. Выделим в нем объем V в виде шайбы с радиусом r и высотой h, основания которой параллельны поверхности фильтрующего материала. Если фильтр состоит из бесконечных прямолинейных волокон, то флуктуации плотности α в такой шайбе при условиях $(m_i - \langle m \rangle)^3 / \langle m \rangle^2 \to 0$ и $m \to \infty$ определяются выражением

$$\mathrm{Prob}\{\alpha_1 \leqslant \alpha < \alpha_2 \mid V, \langle \alpha \rangle\} = 0.5\left[\Phi\left(y_{m_2 \pm 0.5}\right) - \Phi\left(y_{m_1 - 0.5}\right)\right]$$

$$\Phi(y) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^y \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right) dx, \quad y_{m_i \pm 0.5} = \frac{m_i \pm 0.5 - \langle m \rangle}{\sqrt{\varkappa \langle m \rangle}}$$

$$m_i = 2\alpha_i V / \pi^2 r \langle a^2 \rangle$$

Здесь $\langle m \rangle$ — среднее количество волокон, пересекающих V, коэффициент $\varkappa = 1$ — для однородных фильтров и $\varkappa > 1$ — для фильтров с малым отклонением от однородности.

При заданном перепаде давления Δp на фильтре местная средняя скорость потока газа u' через шайбу устанавливается с учетом влияния скорости u соседнего потока газа через прилегающий к шайбе участок фильтра (это влияние существенно лишь при плотности упаковки шайбы $\alpha \to 0$). Для определения величины u' можно записать следующие выражения:

$$\Delta p = 8\mu h r^{-2} (u' - u) + 4\mu h \alpha u' / \langle \alpha^2 \rangle k(\alpha\gamma)$$

$$u = \Delta p \langle a^2 \rangle k(\langle \alpha \rangle \gamma) / 4\mu h \langle \alpha \rangle, \quad r \geqslant l'$$

$$l' = \pi^2 \langle a^2 \rangle (1 - \langle \alpha \rangle) / 4 \langle a \rangle \langle \alpha \rangle$$

Через l' здесь обозначен средний свободный пробег луча в порах фильтра в плоскости, параллельной волокнам. Подсчет показывает, что усредненная по всем флуктуациям α скорость потока через шайбу превышает величину u лишь на тысячные доли процента, если считать коэффициент $\varkappa = 1$.

Поступила 13 II 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Stern S. C., Zeller H. W., Schekman A. I. The aerosol efficiency and pressure drop of a fibrous filter at reduced pressures. J. Colloid Sci., 1960, vol. 15, No. 6, p. 546.
2. Петрянов И. В. Огородников Б. И., Сунцов А. С. О некоторых свойствах волокнистых фильтров ФП в разреженном воздухе. В сб. «Радиоактивные изотопы в атмосфере и их использование в метеорологии», М., Атомиздат, 1965.
3. Kuwabara S. The forces experienced by randomly distributed parallel circular culinders or spheres in a viscous flow at small Reynolds numbers. J. Phys. Soc. Japan, 1959, Vol. 14, No. 4, p. 524—532.
4. Фукс Н. А., Стечкина И. Б. К теории волокнистых аэрозольных фильтров. Докл. АН СССР, 1962, т. 147, № 5, стр. 1144.
5. Кирш А. А., Фукс Н. А. Исследования в области волокнистых аэрозольных фильтров. Коллоидн. ж., 1968, т. 30, вып. 6, стр. 836.
6. Натансон Г. Л. Влияние скольжения на эффект касания при захвате амикроскопических аэрозольных частиц цилиндром из потока. Коллоидн. ж., 1962, т. 24, вып. 1, стр. 52.
7. Pich J. Die Filtrationstheorie hochdisperser Aerosole. Staub, 1965, Bd 25, H. 5, S. 186.
8. Ziering S. Flow of a gas near a solid surface. AJAA Journal, 1963, vol. 1, No. 3, p. 661.
9. Albertoni S., Cercignani C., Gotusso L. Numerical evalution of the slip coefficient. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 6.
10. Девиен М. Течение и теплообмен разреженных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
11. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1960.

РАСЧЕТ ОСТАТОЧНОЙ НАСЫЩЕННОСТИ В НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ ПРИ ВЗАИМНОМ ВЫТЕСНЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ С ВЯЗКО-ПЛАСТИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

Г. В. Кудрявцев, А. Х. Фаткуллин

(*Бугульма*)

В связи с существованием нефтей, обладающих в пластовых условиях предельным напряжением сдвига [1], практический интерес представляет оценка остаточной нефтенасыщенности при вытеснении их жидкостями с вязко-пластическими свойствами из пористой среды. На примере линейного пласта, состоящего их двух участков различной проницаемости, исследуется влияние вязко-пластических свойств жидкостей, капиллярных и гидродинамических сил на распределение остаточной насыщенности в неоднородном пласте. Уравнения движения для каждой фазы записаны с учетом предельного градиента давления сдвига. По полученным соотношениям проведены расчеты. Приводится обсуждение результатов вычислений.

Пусть одна вязко-пластическая жидкость вытесняет другую в горизонтальном пласте длиной L, состоящем их двух участков. На каждом участке абсолютная проницаемость k_i и пористость m_i постоянны, при переходе через границу участков — меняются скачком ($i = 1, 2$ — номер участка, отсчитываемый от входа в пласт).

Одномерная фильтрация двух несмешивающихся и несжимаемых вязко-пластических жидкостей может быть описана уравнением типа Дарси с поправкой на градиент давления сдвига [2]. В общем случае относительные фазовые проницаемости и капиллярное давление предполагаются зависимыми от насыщенности, скорости течения и реологических свойств жидкостей

$$v_{ji} = -k_i \frac{k_{ji}(\rho_i, \pi_i)}{\mu_j}\left(\frac{\partial p_{ji}}{\partial x} + \tau_{ji}\right), \quad \pi_i = \frac{k_i \Delta\tau_i}{v\mu_1}, \quad p_{ci}(\rho_i, \pi_i) = p_{1i} - p_{2i} \qquad (1)$$

Здесь x — координата в направлении движения; v_{ji} — скорость фильтрации фазы j на участке i; μ_i — вязкость, k_{ji} — относительная фазовая проницаемость; ρ_i — насыщенность среды вытесняемой жидкостью; τ_{ji} — градиент давления сдвига; π_i — безразмерный параметр, выражающий соотношение сил пластичности и гидродинамических сил; $\Delta\tau_i = \tau_{2i} - \tau_{1i}$, $V = V_{1i} + V_{2i}$ — суммарная скорость фильтрации; p_{ji} — давление в фазе; p_{ci} — капиллярное давление. Считается, что индекс $j = 1$ относится к вытесняющей, а $j = 2$ — к вытесняемой жидкости.