УДК 532.546

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО МНОГОФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В СРЕДЕ С ДВОЙНОЙ ПОРИСТОСТЬЮ И ХИМИЧЕСКИ АКТИВНЫМ СКЕЛЕТОМ

С. М. Базов*, И. Н. Завьялов*, А. В. Конюхов*,**

- * Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), 141700 Долгопрудный, Россия
- ** Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия E-mails: bazov.sm@phystech.edu, ivenzz@mail.ru, konyukhov_av@mail.ru

Исследуется процесс перехода фильтрационного реагирующего течения в среде с двойной пористостью в автоколебательный режим. Устойчивость течения изучается с использованием численных методов решения уравнений многофазной фильтрации. Исследуется область развития автоколебаний при различных значениях внешних параметров системы и свойств реагентов.

Ключевые слова: автоколебательный режим, пористая среда, кислотная обработка пласта, двойная пористость, численное моделирование.

DOI: 10.15372/PMTF20220510

Введение. В настоящее время увеличивается интерес к разработке нетрадиционных месторождений углеводородов. В целях увеличения дебитов скважин часто используется кислотная обработка пласта. Тем не менее задача о фильтрации химически активных флюидов до сих пор изучена не полностью. Особый научный и практический интерес представляет исследование низкопроницаемых коллекторов. Согласно современным представлениям многие низкопроницаемые коллекторы можно описывать с помощью модели двойной пористости, основанной на представлении о том, что пористая среда является суперпозицией двух взаимопроникающих континуумов, один из которых ассоциирован с высокопроницаемыми трещинами породы, а второй с матричными низкопроницаемыми блоками. При значительном различии проницаемостей считается, что фильтрация преимущественно происходит через высокопроницаемые трещины, а матричные блоки только обмениваются веществом с трещинами посредством различных физических процессов (капиллярной пропитки, диффузии, абсорбции-десорбции и др.). Таким образом, химически активный флюид может фильтроваться через высокопроницаемые трещины и диффундировать внутрь низкопроницаемой матрицы. Близким к химической обработке пласта процессом является внутрипластовое горение, главные отличия которого — высокое энерговыделение и неизотермичность процесса фильтрации.

Исследованию процессов кислотной обработки пласта посвящено большое количество работ, например, в [1, 2] приведены описание таких методов и оценка их эффективности. В работе [3] исследовались пальцевые неустойчивости в случае фильтрации с химической реакцией. Множество работ посвящено исследованию недостаточно изученного пластового горения на основе численного моделирования и эксперимента (см., например, [4–6]). В лабораторных экспериментах при фильтрации в пористой среде наблюдался неустойчивый автомодельный процесс, при этом отмечались квазипериодические колебания давления и волновое перемещение вытесняющего химически активного флюида [7–9]. Подобный колебательный процесс имел место в случае внутрипластового горения [10, 11]. На практике колебания давления могут оказывать негативное влияние на работу нагнетающего оборудования и приводить к его преждевременному выходу из строя. В настоящее время активно ведется поиск причин возникновения колебаний давления, так как механизм таких колебаний представляет интерес с научной и практической точек зрения. В работе [9] в случае фильтрации с химической реакцией возникновение колебаний связывалось со значением числа Дамкелера, в работе [10] в случае внутрипластового горения — со значениями чисел Дамкелера, Зельдовича и отношения концентрации окислителя и горючих компонентов. В [4] установлена связь развития неустойчивости течения с соотношением концентраций активных компонентов в твердом скелете и в вытесняющем флюиде. В [8] показано, что одной из причин появления волн давления может быть задержка протекания химической реакции, обусловленная влиянием инертного высоковязкого вытесняемого флюида, разделяющего химически активные компоненты флюида и твердого скелета. В работе [12] главной причиной возникновения неустойчивости считается задержка реакции относительно изменения осредненных концентраций химически активных компонентов в скелете и вытесняющем флюиде, при этом влияние числа Дамкелера не исследовалось. Следует отметить, что транспорт твердых частиц, возможно, оказывает определенное влияние на исследуемые процессы, однако в настоящее время транспорт твердых частиц в пористой среде изучен недостаточно (см., например, работу [13]) и его учет не представляется возможным.

С практической точки зрения представляет интерес исследование возможности возникновения колебаний давления при кислотной обработке пластов с двойной пористостью. В работах [14, 15] на основе модели среды Уорена — Рута построена математическая модель, в рамках которой рассматривается диффузионное проникновение химически активных компонентов флюидов внутрь блоков и фильтрация в трещинах. Численная реализация такой модели требует решения в каждом узле расчетной сетки вычислительнозатратной задачи фильтрации в ячейке для определения массообмена между блоками и трещинами. Для уменьшения вычислительной сложности задачи о фильтрации кислоты через среду с двойной пористостью необходимо упростить математическую модель для описания диффузионного течения в матричных блоках. В настоящей работе модель упрощается за счет задержки реакции и обосновывается возможность использования такого подхода.

Постановка задачи. Рассматривается задача о введении окислительного раствора в среду с двойной пористостью и химически активным скелетом, изначально насыщенную инертной жидкостью. Скелет содержит химически активный компонент, который вступает в реакцию с компонентом, содержащимся в закачиваемой жидкости, однако химически активная часть скелета на поверхности блоков быстро расходуется, и для продолжения реакции вытесняющий флюид должен диффундировать внутрь матричных блоков.

В ходе химической реакции активные компоненты флюида и скелета взаимодействуют с выделением газовой фазы: A + B = W + G (A — активный компонент жидкости; B активный компонент скелета; W — вода; G — газ), при этом проницаемость среды считается неизменной. В процессе реакции поверхностный слой блоков постепенно утрачивает химически активный реагент, и для продолжения реакции окислитель должен проникать более глубоко внутрь блока. Продукты реакции и не вступающие в реакцию компонен-



Рис. 1. Схема процесса фильтрации химически активного флюида через среду с двойной пористостью:

1 — матричные блоки, 2 — фронт течения химически активного флюида, 3 — зона в блоках, где химическая реакция завершилась, 4 — зона в блоках, где химическая реакция еще не началась; I — направление диффузионного проникания химически активных компонентов внутрь матричных блоков, II — направление диффузионного выхода продуктов реакции из матричных блоков в трещиноватый континуум, III — направление фильтрации химически активных компонентов в трещиноватом континууме, IV — направление фильтрации продуктов реакции и химически неактивного флюида в трещиноватом континууме

ты блоков образуют на их поверхности некоторый инертный слой, препятствующий продолжению реакции. Задержка реакции происходит вследствие того, что время диффузии флюидов внутрь блоков к оставшемуся химически активному компоненту сквозь инертный слой не равно нулю. Таким образом, в начале реакции на поверхности блока, когда химически активный реагент еще не начал расходоваться, время задержки реакции равно нулю. В дальнейшем блок утрачивает химически активный реагент на поверхности, который остается только в глубине блока, и время задержки увеличивается. Схема описанного физического процесса представлена на рис. 1.

Математическая постановка задачи. Математическая модель течения сформулирована с использованием ряда упрощающих предположений (изотермичность течения, несжимаемость флюидов, независимость вязкости и плотности раствора от его состава).

С учетом сделанных допущений описывающие рассматриваемое течение уравнения, представляющие собой уравнения неразрывности с источниковыми членами, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi s \rho_s) + \frac{\partial}{\partial x} (W_s \rho_s) = -\xi_A r + \xi_w r, \qquad \frac{\partial}{\partial t} (\varphi s \rho_s c) + \frac{\partial}{\partial x} (W_s \rho_s c) = -\xi_A r, \\
\frac{\partial}{\partial t} (\varphi s_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (W_g \rho_g) = \xi_g r, \qquad \frac{\partial m}{\partial t} = -\xi_B r.$$
(1)

Здесь φ — пористость; s, s_g — водо- и газонасыщенность; ρ_s, ρ_g — молярные плотности раствора кислоты и газа; c — концентрация кислоты в растворе; $\xi_A, \xi_B, \xi_w, \xi_g$ — сте-

хиометрические коэффициенты; m — концентрация химически активной части твердого скелета в единице объема; r — скорость химической реакции, моль/(м³ · c):

$$r = \frac{1}{t_{chem}} mSc.$$
⁽²⁾

Скорость реакции считается пропорциональной произведению молярных концентраций реагентов, коэффициент пропорциональности t_{chem}^{-1} — величина, обратная характерному времени реакции. Скорости фильтрации раствора W_s и газа W_g определяются по закону Дарси:

$$W_s = -\frac{k_0 f_s}{\mu_s} \nabla p, \qquad W_g = -\frac{k_0 f_g}{\mu_g} \nabla p$$

 $(\mu_s, \mu_g - вязкости раствора и газа). Полагается, что зависимости коэффициентов отно$ $сительной фазовой проницаемости <math>f_s$ и f_g от фазовых насыщенностей являются квадратичными:

$$f_s = s^2, \qquad f_g = (1-s)^2.$$

Изменение зависимости относительной фазовой проницаемости от насыщенностей, вероятно, не приведет к принципиальному изменению результатов.

Введем масштабы длины L (толщина пористого слоя), давления Δp (перепад давления между границами входа и выхода), времени t_{phys} (характерное время фильтрации), молярной плотности компонента B_{m0} . Переходя к безразмерным переменным, получаем

$$\tilde{t} = \frac{t}{t_{phys}}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{L}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\Delta p}, \quad \tilde{m} = \frac{m}{m_0}, \quad \tilde{r} = \operatorname{Da} \tilde{m} Sc, \quad \operatorname{Da} = \frac{t_{phys}}{t_{chem}}.$$

Далее знак "~" над безразмерными переменными опускается. При этом вид дифференциальных уравнений (1) сохраняется.

Начальные и граничные условия имеют вид

$$p(0,t) = 1$$
, $c(x,0) = 10^{-3}$, $s(x,0) = 10^{-3}$, $c(0,t) = 1$, $s(0,t) = 1$, $\tilde{m}(x,0) = 1$.

Постановка задачи для системы (1), (2) не требует задания начальных значений давления, так как в приближении несжимаемости флюидов уравнение для давления, являющееся следствием уравнений системы, представляет собой уравнение эллиптического типа.

Принцип задержки реакции реализован следующим образом: мгновенная скорость реакции r релаксирует за время τ от нуля до равновесной скорости реакции r_{eq} , определяемой произведениями концентраций реагирующих флюидов в соответствии с формулой (2):

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r_{eq} - r}{\tau}.$$

В условиях замороженной химической реакции система (1), (2) сводится к переносу пассивной примеси потоком фильтрации. В свою очередь, химическая реакция не приводит к отрицательности концентраций. При равенстве нулю конвективных потоков система имеет вид $d\mathbf{Y}/dt = \mathbf{b}r$ ($\mathbf{Y} = (s, c, m)$; \mathbf{b} — постоянный вектор). С учетом (2) траектории в фазовом пространстве не пересекают плоскости s = 0, c = 0, m = 0, в силу обращения в нуль производных по времени.

Будем полагать, что в системе с двойной пористостью время задержки реакции пропорционально времени диффузии через внешний прореагировавший слой каждого блока (при этом зона реакции внутри блока полагается узкой). Время диффузии пропорционально квадрату толщины прореагировавшего (инертного) слоя d. Зависимость d(m) определяется геометрическими размерами непроницаемых блоков (полагается, что в одной расчетной ячейке содержится множество блоков). Будем считать, что диффузионное проникание флюида в блок описывается с помощью одномерного приближения $d/h = 1 - m/m_{init}$, где h — половина ширины блока. Учитывая, что при толщине слоя d время диффузии $\tau \sim d^2/D$, находим

$$\tau = C \frac{h^2}{D} \left(1 - \frac{m}{m_{init}} \right)^2,\tag{3}$$

где D — коэффициент диффузии; m_{init} — начальное значение концентрации химически активного реагента; C — константа.

Численный метод. После неявной аппроксимации уравнений (1) система дискретных уравнений для определения решения на временном слое n + 1 принимает вид $R_i(U_{i-1}^{n+1}, U_i^{n+1}, U_{i+1}^{n+1}, U_i^n) = 0$. Полученная невязка в терминах сеточных функций имеет вид вид

$$\begin{aligned} R_{i}(U_{i-1}^{n+1}, U_{i}^{n+1}, U_{i+1}^{n+1}, U_{i}^{n}) &= -k_{0}(\lambda_{ci+1/2}f_{p} - \lambda_{ci-1/2}f_{m}) - \\ &- \left(\frac{\xi_{A}}{\rho_{s}} + \frac{\xi_{W}}{\rho_{s}} + \frac{\xi_{G}}{\rho_{g}}\right)r_{i}^{n+1}(s_{i}^{n+1} - s_{i}^{n})\varphi - k_{0}\frac{dt}{dx^{2}}\left(\lambda_{si+1/2}f_{p} - \lambda_{si-1/2}f_{m}\right) - \\ &- dt\left(\frac{\xi_{A}}{\rho_{s}} + \frac{\xi_{W}}{\rho_{s}}\right)r_{i}^{n+1}(s_{i}^{n+1}c_{i}^{n+1} - s_{i}^{n}c_{i}^{n})\varphi - k_{0}\frac{dt}{dx^{2}}\left(\lambda_{hi+1/2}f_{p} - \lambda_{hi-1/2}f_{m}\right) - dt\frac{\xi_{A}}{\rho_{s}}r_{ij}\end{aligned}$$

(i -пространственный индекс; n -временной индекс; $U = (p, s, c)^{T}$).

Для определения величин на границах ячеек (этим величинам соответствует полуцелый индекс) используется противопоточная аппроксимация:

$$\lambda_{si+1/2} = \begin{cases} (s_i^{n+1})^2 / \mu_s, & f_p \leq 0, \\ (s_{i+1}^{n+1})^2 / \mu_s, & f_p > 0, \end{cases} \lambda_{si-1/2} = \begin{cases} (s_i^{n+1})^2 / \mu_s, & f_m \geq 0, \\ (s_{i-1}^{n+1})^2 / \mu_s, & f_m < 0, \end{cases}$$

$$\lambda_{ci+1/2} = \begin{cases} (s_i^{n+1})^2 / \mu_s + (1 - s_i^{n+1})^2 / \mu_g, & f_p \leq 0, \\ (s_{i+1}^{n+1})^2 / \mu_s + (1 - s_{i+1}^{n+1})^2 / \mu_g, & f_p > 0, \end{cases}$$

$$\lambda_{ci-1/2} = \begin{cases} (s_i^{n+1})^2 / \mu_s + (1 - s_i^{n+1})^2 / \mu_g, & f_m \geq 0, \\ (s_{i-1}^{n+1})^2 / \mu_s + (1 - s_{i-1}^{n+1})^2 / \mu_g, & f_m \geq 0, \end{cases}$$

$$\lambda_{hi+1/2} = \begin{cases} c_i^{n+1} \lambda_{si+1/2}, & f_p \leq 0, \\ c_{i+1}^{n+1} \lambda_{si+1/2}, & f_p > 0, \end{cases}$$

$$\lambda_{hi-1/2} = \begin{cases} c_i^{n+1} \lambda_{si-1/2}, & f_m \geq 0, \\ c_{i+1}^{n+1} \lambda_{si+1/2}, & f_p > 0, \end{cases}$$

$$f_p = p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}, \qquad f_m = p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1}. \end{cases}$$

$$(4)$$

Для интегрирования дискретной системы (4) использовался полностью неявный метод, структура которого представлена в виде блок-схемы на рис. 2 (k — индекс итераций). В первую очередь задаются пространственный шаг и начальный шаг по времени, затем в процессе работы алгоритма либо временной шаг итерационно дробится, до тех пор пока не будет достигнута необходимая малость невязки (использовалась величина 10^{-6}), либо расчет переходит на следующий временной слой. Поскольку система уравнений (4) имеет трехдиагональную матрицу, коэффициенты которой определялись якобианом, для решения системы уравнений использовался метод векторной прогонки (алгоритм Томпсона).

Численное решение исследовалось на сеточную сходимость. Результаты расчетов на сетках, состоящих из 125, 250, 500, 1000 ячеек, показали сходимость численного решения к решению дифференциальной задачи. Все представленные расчеты проводились на сетках с числом ячеек 500.



Рис. 2. Блок-схема используемого алгоритма

Численное обоснование задержки реакции. Для обоснования формулы (3) рассмотрим течение в блоке при заданной зависимости от времени концентрации кислоты на границе блока. Уравнения фильтрации в блоке учитывают диффузионный поток окислителя и после обезразмеривания (в качестве масштаба длины L используется полуширина блока h, а в качестве масштаба времени — характерное время диффузии $t_{phys} = h^2/D$) записываются в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi_m s \rho_s) + \frac{\partial}{\partial x} (W_s \rho_s) = -\xi_A r_m + \xi_w r_m,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi_m s \rho_s c) + \frac{\partial}{\partial x} (W_s \rho_s c) = -\xi_A r_m + \rho_s \frac{\partial}{\partial x} \left(\varphi_m s D \frac{dc}{dx}\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi_m s_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (W_g \rho_g) = \xi_g r_m, \qquad \frac{\partial m}{\partial t} = -\xi_B r_m,$$

где φ_m — пористость блока; r_m — скорость реакции в блоке. Соответственно скорость фильтрации воды и газа определяется из соотношений

$$W_s = -\frac{k_{0m}s^2}{\mu_s}\nabla p, \qquad W_g = -\frac{k_{0m}(1-s)^2}{\mu_g}\nabla p$$

(k_{0m} — проницаемость блока).



Рис. 3. Зависимость безразмерного времени задержки от концентрации реагента в блоке:

пунктирная линия — аппроксимирующая зависимость (2)

Поровое давление на границах блока считается постоянным: p(0,t) = p(L,t) = 1. Водонасыщенность в начальный момент времени равна $s(x,0) = 10^{-3}$, граничные условия при x = 0, x = L описывают выход потока из блока: $(\partial s/\partial x)(0,t) = (\partial s/\partial x)(L,t) = 0$, концентрация кислоты в блоке в начальный момент времени полагается равной нулю: c(x,0) = 0, плотность твердого реагента равна $m(x,0) = m_{init}$.

Время задержки реакции τ определяется как сдвиг по времени между пиками концентрации кислоты и интегральной (по объему) скорости реакции в блоке в условиях заданного гармонического изменения концентрации кислоты на границе блока:

$$c(0,t) = c(L,t) = a + b\sin(\omega t), \qquad a > b > 0, \quad a + b < 1.$$

В процессе фильтрации твердый химически активный реагент расходуется, а время задержки увеличивается, при этом коэффициент диффузии D и размер блока h не изменяются.

Результаты моделирования представлены на рис. 3. Видно, что с достаточной точностью безразмерное время задержки зависит от квадрата относительной концентрации твердого реагента в блоке. Зависимость времени задержки от D и h следует из анализа размерностей. Таким образом, оценка (3) подтверждается результатами вычислительного эксперимента.

Результаты исследования. Было проведено несколько вычислительных экспериментов при различных значениях времени задержки реакции: 1) $\tau = 0$ (задержка отсутствует); 2) $\tau = h^2 c/D$ (задержка реакции не зависит от времени); 3) время задержки реакции определяется зависимостью (2), учитывающей постепенный расход твердого химически активного компонента и образование в матричных блоках инертного слоя, препятствующего продолжению реакции. На рис. 4 представлена зависимость порового давления в центре ячейки от времени. В случае $\tau = 0$ автоколебания не наблюдаются, в случае $\tau = \text{const}$ имеет место автоколебательный режим распространения фронта реакции, что согласуется с результатами [5]. Если значение τ взять из (2), то автоколебания также развиваются, при этом амплитуда и частота колебаний изменяются.

Проводились расчеты области устойчивого развития автоколебаний при различных значениях числа Дамкелера Da и безразмерного времени задержки реакции τ/t_{phys} (рис. 5).

Задача о многофазной фильтрации содержит большое количество параметров, которые могут изменить характер течения, и в общем виде область развития автоколебаний при различных значениях этих параметров представляет собой многомерную поверхность. Поскольку в полном виде определить форму и размер такой гиперповерхности за приемлемое вычислительное время невозможно, приведены сечения такой поверхности по неко-



Рис. 4. Зависимость давления в центре ячейки от времени: штрихпунктирная линия — $\tau = \text{const}$, сплошная — $\tau = f(m)$, штриховая — $\tau = 0$



Рис. 5. Область развития автоколебаний: 1 — наличие колебаний, 2 — отсутствие колебаний

торым значениям параметров. В тех случаях, когда это возможно, вместо параметров использовались их безразмерные отношения.

Результаты расчетов показали, что на появление неустойчивости в зоне реакции и возникновение автоколебаний оказывает влияние множество параметров. Повышенное значение молярной плотности газа свидетельствует о более существенном газовыделении, что в свою очередь стимулирует переход в колебательный режим (рис. 6). Большее значение молярной плотности твердого реагента способствует развитию автоколебаний (рис. 7), что объясняется увеличением скорости реакции. Отношение вязкостей также оказывает влияние на устойчивость течения (рис. 8). Следует отметить, что автоколебания возникают в случае, если значения Da и обезразмеренной задержки реакции находятся в некотором диапазоне значений. При этом время задержки изменяется от нуля до некоторого максимального значения, что может приводить к появлению автоколебаний не только в начале и конце фильтрационного процесса, но и при некоторых промежуточных условиях.

Заключение. В работе показана возможность использования подхода, основанного на задержке реакции, при исследовании фильтрационного реагирующего течения. Исследовано влияние параметров течения на устойчивость фильтрационного течения при использовании данного подхода. Установлено, что при наличии определенных условий ав-



Рис. 6. Область развития автоколебаний: 1, 2 — точки, в которых имеют место осцилляции $(1-\rho_s/\rho_g=200,\,2-\rho_s/\rho_g=20)$



Рис. 7. Область развития автоколебаний: 1, 2 — точки, в которых имеют место осцилляции $(1-m_0=0.5,\,2-m_0=0.05)$



Рис. 8. Область развития автоколебаний: 1, 2 — точки, в которых имеют место осцилляции $(1-\mu_s/\mu_g=2,\,2-\mu_s/\mu_g=10)$

токолебания могут развиться не в начале и конце процесса фильтрации, а в некоторый промежуточный момент.

ЛИТЕРАТУРА

- Иконникова Л. Н., Золотухин А. Б. Оценка эффективности мероприятий по интенсификации добычи нефти при соляно-кислотной обработке. Ч. 1 // Нефтепромысловое дело. 2019. № 5. С. 33–38.
- Карпунин Н. А., Рязанов А. А., Хромых Л. Н., Щукин Н. А. Современный опыт обработки призабойной зоны терригенного пласта кислотными композициями // Вестн. евраз. науки. 2018. Т. 10, № 4.
- Rana C., De Wit A. Reaction-driven oscillating viscous fingering // Chaos: Interdisciplinary J. Nonlinear Sci. 2019. V. 29, N 4. 043115.
- Krikunova A. I. M-shaped flame dynamics: Numerical simulation results // AIP Conf. Proc. 2020. V. 2304, N 1. 020023.
- 5. Arefyev K. Y., Krikunova A. I., Panov V. A. Experimental study of premixed methane air flame coupled with an external acoustic field // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1147, N 1. 012050.
- Tairova A. A., Belyakov G. V., Chervinchuk S. Y. Ablation in the slit in combustion // AIP Conf. Proc. 2017. V. 1909, N 1. 020216.
- Zavialov I. N., Konyukhov A. V., Plavnik R. A., Plyashkov E. V. Laboratory study of oscillatory multiphase flow in porous medium with chemically active skeleton // Phys. Scripta. 2019. V. 94, N 4. 044005.
- Zavialov I., Varov A., Salikhov R., et al. Laboratory modeling of flow with gas-producing reaction in porous media // J. Porous Media. 2018. V. 21, N 10. P. 887–893.
- Konyukhov A. V., Zavialov I. N. Numerical investigation of oscillatory multiphase flow in porous medium with chemically active skeleton // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. V. 774, N 1. 012059.
- Zhouyuan Z., Yanni L., Canhua L., et al. In-situ combustion frontal stability analysis // Soc. Petrol. Engrs. 2019. V. 26, N 4. P. 2271–2286.
- 11. Bazargan M., Kovscek A. R. Pulsating linear in situ combustion: why do we often observe oscillatory behavior? // Comput. Geosci. 2018. V. 22, N 4. P. 1115–1134.
- Плавник Р. А., Завьялов И. Н., Конюхов А. В., Ветошкин Д. С. Определение кривой перехода между режимами течения при фильтрации раствора кислоты сквозь химически активную пористую среду // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Математика. Механика. Астрономия. 2021. Т. 8, № 2. С. 349–358.
- 13. Baryshnikov A., Belyakov G. V., Tairova A. A., Filippov A. N. Filtration of suspension of heavy particles through a porous medium // Petrol. Chem. 2016. V. 56, N 4. P. 360–366.
- Koldoba A., Konyukhov A., Pankratov L. Upscaling of two-phase flow with chemical reactions in double porosity media // Recueil des Actes 24 Congr. Français de Mécanique, Brest (France), 26–30 Août 2019. S. l., 2019. P. 2455–2474.
- 15. Konyukhov A., Pankratov L., Voloshin A. Appearance of the instability from the inhomogeneity in two-phase flow with gas-producing reaction in fractured porous medium // Phys. Fluids. 2021. V. 33, N 1. 016604.

Поступила в редакцию 28/XII 2021 г., после доработки — 15/III 2022 г. Принята к публикации 25/IV 2022 г.