УДК 532.529.5 + 629.7.036.54

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ С РАЗРУШАЮЩИМИСЯ СТЕНКАМИ

В. В. Крикливый, А. П. Трунев, В. М. Фомин

(*Новосибирск*)

В работе рассматривается задача о двухфазном течении в осесимметричном канале, стенки которого могут разрушаться путем эрозии. Двухфазные течения в каналах, сопровождающиеся эрозией отенок, изучались в [1—4]. Поскольку механизм передачи энергии к разрушаемой поверхности может быть различным в зависимости от условий на границах течения, каждое из перечисленных исследований представляет самостоятельный интерес. Здесь рассматривается эрозия при ударном воздействии твердых или жидких частиц [5], а основным механизмом передачи энергии предполагается конвективный перенос конденсированной фазы. Модель эрозии, описывающая этот случай, предложена в [6], что и легло в основу данной работы. Получены некоторые точные соотношения, связывающие параметры конденсированной фазы с параметрами контура осесимметричного канала. Показано, что процесс эрозии при конвективном выносе частиц на стенку развивается неустойчивым образом, и сделана оценка времени развития неустойчивости. Разработана численная квазиодномерная модель двухфазного течения в канале с разрушающимися стенками, позволяющая выполнить широкий круг параметрических исследований.

1. Определение траекторий частиц в двухфазном течении. Рассмотрим течение смеси газа и твердых частиц в осесимметричном канале с криволинейными стенками. Будем считать газ невязким и нетеплопроводным при его взаимодействии с твердой границей и будем пренебрегать собственным объемом частиц. Для описания течения введем цилиндрическую систему координат с началом во входном сечении канала, осевую координату обозначим через x, радиальную — через y. При стационарном движении частиц радиуса a вдоль траектории движения $y_a(x)$ выполняются уравнения [7]

$$u_a du_a/dx = \varphi_a(u - u_a),\ u_a dv_a/dx = \varphi_a(v - v_a),\quad dy_a/dx = v_a/u_a, \tag{1.1}$$

где u_a, v_a — соответственно осевая и радиальная компоненты скорости частиц; φ_a — параметр межфазного силового взаимодействия. Путем дифференцирования последнего из уравнений (1.1) и комбинирования результата с двумя первыми, получим уравнение

$$l_a y_a'' + y_a' - \frac{v}{u} = 0. \tag{1.2}$$

Здесь параметр $l_a = u_a^2/(\varphi_a u)$ имеет размерность длины и является мерой отличия траекторий частиц от линий тока несущего газа. В частности, при $l_a \to 0$ из (1.2) следует $y_a' = v/u$, т. е. траектории частиц в этом случае совпадают с линиями тока несущего газа, напротив, при $l_a \to \infty$ имеем $y_a'' = 0$, т. е. частицы в этом случае являются свободными и движутся вдоль прямых линий. Для идеального газа на твердой границе течения $y_w(x)$ выполняется условие непротекания $(u/v = y_w')$. Используя уравнение неразрывности, это условие можно продолжить во внутрь области течения. Тогда вблизи стенки будем иметь

$$v/u = y_w' + (y_w - y)\frac{d}{dx}\ln(\rho u y)_w + \ldots,$$

где индекс w означает, что указанная величина берется на стенке канала, а многоточием отмечены члены более высокого порядка малости в разложении отношения v/u. Подставляя это выражение в уравнение (1.2), окончательно имеем

$$l_a y_a'' + y_a' - y_w' + (y_a - y_w)\frac{d}{dx}\ln(\rho u y)_w = 0. \tag{1.3}$$

Уравнение (1.3) описывает пучок траекторий частиц, движущихся вблизи стенки канала и дающих основной вклад в поток энергии на разрушаемую поверхность. Ранее было установлено, что вынос частиц на стенку в одном случае обусловлен кривизной линий тока несущего газа, а в другом случае все определяется условиями на входе в канал и большой инерцией конденсированной фазы [1—4]. Видимо, на практике оба случая могут иметь значение, однако в данной работе будет рассмотрен лишь первый из них, что описывается уравнением (1.3).

Оценим численно величину l_a в уравнении (1.3). Для сферической частицы имеем

$$l_a \leqslant 8\rho_s u_a^2 a/(3\rho u\,|u - u_a|\,C_D),$$

где C_D — коэффициент сопротивления; ρ_s — плотность материала частицы. Полагая $u_a = 0{,}7\,u$, $C_D \approx 1$, что отвечает движению со значительным скоростным отставанием частиц, получаем при $\rho_s/\rho = 4\cdot 10^3$ оценку $l_a \leqslant 2\cdot 10^4\,a$. Для частиц микронного размера, движущихся в канале с характерным размером $L \approx 1$ м, будем иметь в уравнении (1.3) малый параметр при старшей производной, равный $\varepsilon = l_a/L \leqslant 10^{-1}$. Наличие малого параметра упрощает исследование задачи, которая, однако, является сингулярно возмущенной [8, 9], что налагает некоторые ограничения на класс функций $y_w(x)$, фигурирующих в анализе. Используя теорию возмущений, можно получить следующий результат: при попадании частиц на стенку канала наклон траекторий частиц определяется из уравнения (ср. с [9])

$$y_a' = y_w' - l_a y_w'' + O(\varepsilon^2), \quad \varepsilon \ll 1. \tag{1.4}$$

Здесь в качестве характерного размера выбран местный радиус кривизны. Анализ уравнения (1.4) позволяет сделать вывод, что выпадение частиц на стенку происходит на участке течения с отрицательной кривизной контура. Посредством теории возмущений можно установить и место выпадения частицы, начавшей движение в точке с координатами (x_0, y_0). В первом приближении из уравнения (1.3) имеем для траектории частицы выражение

$$y_a = y_g - (\rho u y)_w^{-1} \int\limits_{x_0}^{x} (\rho u y)_w\, l_a y_w'' dx + O(\varepsilon^2),$$

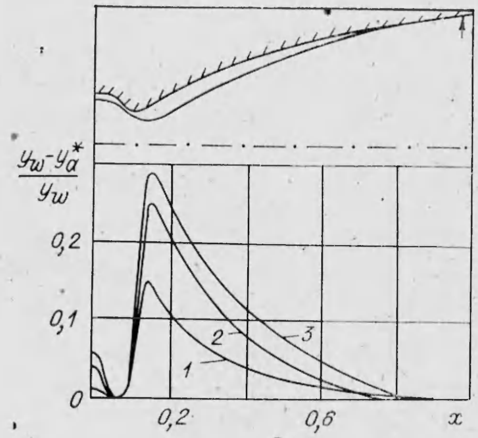
где y_g — линия тока газа, удовлетворяющая условию $y_g(x_0) = y_0$. В частности, существует траектория, для которой справедливо равенство $y_g(x_0) = y_w(x_0)$, и поэтому $y_g(x) = y_w(x)$. Эта линия отделяет пристеночную область чистого газа от области двухфазного течения. Сепарация частиц обычно наблюдается в соплах и является особенностью двухфазных течений [9]. Уравнение границы раздела имеет вид

$$y_a^* = y_w - (\rho u y)_w^{-1} \int\limits_{x_0}^{x} (\rho u y)_w\, l_a y_w'' dx + O(\varepsilon^2). \tag{1.5}$$

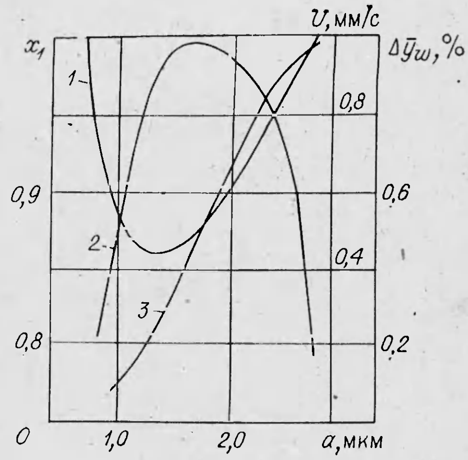
(Заметим, что если $(\rho u y)_w \neq \mathrm{const}$, то, вопреки [9], уравнение линии раздела (1.3) сводится к (1.4) только при $y_a = y_w$.) Полагая, что в некоторой точке x_1 $y_a^*(x_1) = y_w(x_1)$, получим из (1.5) условие выпадения частиц на стенку сопла в сверхзвуковой части в виде

$$\int\limits_{x_0}^{x_1} (\rho u y)_w\, l_a y_w' dx = (\rho u y)_w\, O(\varepsilon^2). \tag{1.6}$$

Из (1.6) следует, что для нахождения зависимостей $x_0(a)$, $x_1(a)$ необходимо исследовать второй порядок теории возмущений для решения уравнения (1.3). Таким образом, с точностью $\sim \varepsilon$ координаты выпадения частиц на стенку $x_0(a)$, $x_1(a)$ не зависят от размера частиц. Численные расчеты траекторий частиц подтверждают эти выводы. На фиг. 1 показана отно-



Фиг. 1



Фиг. 2

сительная величина предельных траекторий $(y_w - y_a^*)/y_w$ — кривые *1—3* для частиц с диаметром 1,5; 2,8; 4,0 мкм соответственно. В верхней части фиг. 1 изображены общий вид контура сопла и одна из траекторий частиц. Можно видеть, что наиболее мелкие частицы находятся всюду ближе к стенке, за исключением области эрозии в сверхзвуковой части сопла, где более крупные частицы (кривые *2*, *3*) выпадают раньше, нежели мелкие (кривая *1*). Из анализа предельных случаев $l_a \to 0, \infty$ для решения уравнения (1.3) следует, что зависимость точки выпадения от размера частиц $x_1(a)$ имеет немонотонный характер. Это подтверждается численными расчетами. На фиг. 2 нанесена зависимость $x_1(a)$ (кривая *1*) для сопла с параболической образующей в концевом участке. Здесь наблюдается отчетливый минимум на кривой $x_1(a)$.

Обычно точка x_0 соответствует части контура в дозвуковой области течения, где вторая производная контура y_w'' меняет знак (возможно, скачком). На участке горловины сопла, где $y_w'' > 0$, интеграл (1.6) возрастает, поэтому необходимое условие выноса частиц в сверхзвуковой части состоит в наличии участка контура с отрицательной кривизной, $y_w'' < 0$. Так, в коническом сопле $y_w'' = 0$, вынос частиц здесь не является возможным, что и было установлено в [10] путем численного анализа. С другой стороны, у сопла с параболической образующей $y_w'' < 0$, поэтому может реализоваться вынос частиц на стенку. Другое необходимое условие выноса для сопла конечной длины L состоит в наличии фракций частиц, размер которых удовлетворяет условию $x_1(a) < L$.

Итак, ускорения, порождаемые кривизной линий тока несущего газа и действующие на инерционные частицы, являются основной причиной выноса частиц на границу двухфазного течения в канале с достаточно большими размерами. Однако если параметр релаксации l_a велик ($l_a \gtrsim L$), то вынос частиц на стенку будет определяться условиями на входе в канал, в основном начальной величиной наклона траекторий частиц $y_a'(0)$ [4].

2. Модель эрозионного разрушения. Частицы, достигающие стенки канала, обладают значительным запасом кинетической энергии. При выпадении в сверхзвуковой части сопла скорость частицы может превышать 1 км/с. При соударении с высокой скоростью в точке контакта развиваются значительные напряжения и происходит разрушение материала стенки. Эффект разрушения становится еще более заметным при соударении с потоком частиц. В этом случае происходит массовый унос материала стенки, что математически можно описывать зависимостью $y_w = y_w(x,t)$. Согласно [6], будем иметь для функции $y_w(x,t)$ уравнение (ниже всюду полагаем $y_a' > y_w'$, в противном случае считаем $\partial y_w/\partial t = 0$)

$$\rho^* \frac{\partial y_w}{\partial t} = \sum_a E_a \rho_a u_a (y_a' - y_w'). \tag{2.1}$$

Здесь ρ^* — плотность эродируемого материала (стенки); E_a — коэффициент эрозии, являющийся функцией параметров соударения; ρ_a — плотность потока дискретной фазы. Для течения с монодисперсными частицами достаточно сохранить одно слагаемое в правой части (2.1). Анализ многочисленных данных по эрозии [2, 5, 11], а также данных по высокоскоростному удару [12] приводит к выводу, что в области малых углов соударения коэффициент эрозии можно представить в виде

$$E_a = (V_a^2/\sigma_{\text{эр}})(\sin\alpha_a)^q, \quad \alpha_a \leqslant 20°,$$

где $\sigma_{\text{эр}}$ — параметр, характеризующий сопротивление материала эрозионному разрушению; q — показатель степени, могущий меняться в широких пределах для различных материалов. Так, согласно [11], при средней скорости соударения $q = 0{,}802$ для графита и $q = 1{,}63$ для стекла. Угол соударения удобно выразить через наклон траектории и местный наклон стенки по формуле

$$\alpha_a = \operatorname{arctg}\left(\frac{y_a' - y_w'}{1 + y_a' y_w'}\right)$$

и, кроме того, положить $V_a^2 = u_a^2 (1 + y_a'^2)^{q+1}$.

Тогда при эрозии монодисперсными частицами уравнение износа стенки будет иметь вид

$$\frac{\partial y_w}{\partial t} = G \frac{1 + y_a'^2}{(1 + y_a' y_w')^q} (y_a' - y_w')^{q+1}, \tag{2.2}$$

где G — характерная скорость эрозии $(G = \rho u_a^3/(\rho^* \sigma_{\text{эр}}))$. При выводе уравнения (2.1) предполагалось, что влияние продуктов эрозии на течение смеси является незначительным. Это заведомо выполняется при малом расходе конденсированной фазы ($\rho_a/\rho < 1$). При $\rho_a \geqslant \rho$ вдув продуктов эрозии с разрушаемой поверхности может изменить параметры двухфазного погранслоя. Поскольку в данной работе течение предполагается невязким, будем пренебрегать и влиянием продуктов эрозии. В используемой модели не учитывается также тепловое разрушение материала стенки. Оценки показывают, что в исследуемой области параметров ($u_a \geqslant 1$ км/с) скорость эрозии более чем на порядок превышает скорость теплового разрушения. Влияние же температуры стенки на скорость эрозии может быть учтено путем определения зависимости $\sigma_{\text{эр}} = \sigma_{\text{эр}}(T_w)$ [13], однако в данной работе влияние температуры не принимается во внимание.

3. Замечание об устойчивости процесса эрозии сопел. Воспользуемся приближением малого скольжения конденсированной фазы ($\varepsilon \ll 1$). Подставляя выражение (1.4) в (2.2), получим уравнение

$$\frac{\partial y_w}{\partial t} = -D(x, y_w') \left| \frac{\partial^2 y_w}{\partial x^2} \right|^q \frac{\partial^2 y_w}{\partial x^2}, \tag{3.1}$$

где $D(x, y_w') = l_a^{q+1} G (1 + y_w'^2)^{1-q}$ — неотрицательная функция. Анализируя уравнение (3.1), приходим к выводу, что процесс эрозии при конвективном выносе частиц развивается подобно системе с отрицательной вязкостью [14]. Следовательно, система уравнений (1.3), (2.2) является асимптотически неустойчивой. Физические причины, способствующие развитию неустойчивости в системе двухфазное течение — разрушаемая ограничивающая поверхность, достаточно очевидны. Согласно уравнению (2.2), скорость эрозии тем выше, чем больше угол соударения, который, как это следует из приближенного выражения (1.4), увеличивается с ростом локальной кривизны стенки. Если в области эрозии образуется небольшая лунка, то скорость эрозии в окрестности лунки несколько возрастет, что приведет к увеличению локальной кривизны. Уравнение (3.1) предсказывает, что эта тенденция будет усиливаться. Для нахождения наиболее неустойчивой моды возмущения необходимо рассмотреть систему уравнений (1.3), (2.2), так как (3.1) справедливо лишь для возмущений с длиной волны $\lambda \gg l_a$. Учитывая, что указанные уравнения имеют переменные коэффициенты, решить эту задачу в общем случае не представляется возможным. Однако анализ системы, описывающей эрозию тонкого профиля [6], позволяет оценить время развития неустойчивости как

$$\tau \approx (R/l_p)^q l_p/G, \tag{3.2}$$

где R — местный радиус кривизны стенки. Используя оценку (3.2) в расчетах, следует учитывать, что это может оказаться неприменимым в ситуациях, где нелинейные эффекты имеют значение. Наконец, любопытно отметить, что при напылении частиц на поверхность процесс будет развиваться устойчивым образом, поскольку в этом случае также будет справедливо уравнение типа (3.1), но с иным знаком в правой части.

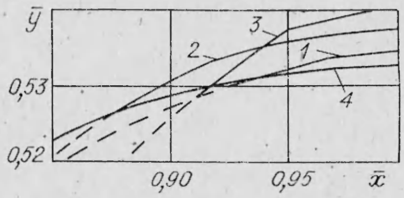
4. Численная модель и некоторые результаты расчетов. При разработке численной модели двухфазного течения в канале с разрушающимися стенками учитывалось многообразие параметров, способных влиять на процесс эрозии. На первом этапе исследования была разработана квазиодномерная модель, позволяющая выполнить широкий круг параметрических исследований.

Для расчета параметров двухфазного течения в осесимметричном канале использовалась модель Клигеля — Никерсона, подробно описанная в [15]. Начальный контур сопла задавался набором семи параметров, его общий вид приведен на фиг. 1. В рамках квазиодномерной теории рассчитывались параметры конденсированной фазы ρ_a, u_a, l_a, и затем это использовалось при численном интегрировании уравнений (1.3) и (2.2). Стремясь получить качественные результаты о развитии процесса эрозии сопел, полагали расход $(\rho uy)_w$ равным среднему расходу в канале, т. е. $(\rho uy)_w = \mathrm{const}/y_w$.

По уравнению (1.3) определялся пучок траекторий, вычислялось локальное значение угла и скорости соударения, осуществлялось интегрирование уравнения (2.2) на один шаг по времени, уточнялось положение твердой границы $y_w(x, t)$, а затем производился расчет пучка траекторий для изменившихся условий. Процедура повторялась необходимое число раз. Полное время интегрирования не превышало время развития неустойчивости в системе, определенное по (3.2) ($T < \tau$). Для изучения развития неустойчивости требуются специальные методы расчета, что является задачей дальнейшего исследования.

На фиг. 2 приведены результаты расчета максимальной глубины износа, отнесенной к радиусу проходного сечения (кривая *2*), $\Delta\bar{y}_w = [y_w(x, t) - y_w(x, 0)]_{\max}/y_w(x_{\max}, 0)$ в зависимости от размера эродирующих частиц. Можно видеть, что существует фракция частиц, представляющих наибольшую опасность при разрушении сопла с заданной геометрией стенок. Отметим одну особенность в расчете области разрушения при эрозии монодисперсными частицами. В этом случае левая граница расчетной области x_1 является подвижной, поэтому геометрия кратера эрозии справа от точки x_1 определяется наклоном предельной траектории $dy_a^*(x_1)/dx$. На фиг. 3 показано, как работает расчетный алгоритм с учетом этого обстоятельства. Кривые *1*—*3* обозначают положение контура сопла при эрозии частицами с диаметром 2,0; 3,3; 4,3 мкм соответственно, кривая *4* — положение контура сопла до начала эрозии. Можно видеть, что кривые *1*—*3* составлены из кусков предельных траекторий $y_a^*(x)$ (обозначены штрихами) и продолжены контуром $y_w(x, t)$ правее точки $x^*(t)$, удовлетворяющей условию $y_w(x^*, t) = y_a^*(x^*, t)$.

На фиг. 2 показана зависимость скорости эрозии U при $x = 0{,}98$ (на фиг. 1 указана стрелкой) от размера эродирующих частиц (кривая 3). Видно, что скорость эрозии монотонно возрастает с увеличением диаметра частиц, что непосредственно следует и из выражения (1.4) для разности наклонов $y'_a - y'_w$.



Фиг. 3

Заметим, что при эрозии полидисперсными частицами следует использовать уравнения (2.1) для расчета результирующих повреждений. Из анализа данных, приведенных на фиг. 2, 3, следует, что в этом случае необходимо знать функцию распределения частиц по размерам. Вид кривой распределения имеет более существенное влияние на эрозию, чем на другие параметры двухфазного течения, что согласуется с выводами [16].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Neilson J. H., Gilchrist A.** An analytical and experimental investigation of the trajectories of particles entrained by the gas flow in nozzles.— J. Fluid Mech., 1968, vol. 35, p. 549.
2. **Neilson J. H., Gilchrist A.** An experimental investigation into aspects of erosion in rocket motor tall nozzles.— Wear, 1968, N 11.
3. **Рафиков Р. В., Зауличный Е. Г. и др.** Численное исследование двухфазного течения в осесимметричном канале с учетом реальных механизмов разрушения его стенок.— Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1981, № 3, вып. 1.
4. **Шелдон, Маджи, Кроу.** Эрозия трубы в газовом потоке, содержащем частицы.— Теор. основы инж. расчетов, 1977, № 2.
5. **Рафф А. У., Видерхорн С. М.** Эрозия при ударе твердых частиц.— В кн.: Эрозия. М.: Мир, 1982.
6. **Трунев А. П., Фомин В. М.** Обтекание тел двухфазным потоком типа газ — твердые частицы с учетом эрозии.— ПМТФ, 1983, № 1.
7. **Стернин Л. Е.** Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974.
8. **Marble F.** Dynamics of dusty gases.— Ann. Rev. of Fluid Mech., 1970, vol. 2, N 4.
9. **Крайко А. Н., Ткаленко Р. А.** К решению прямой задачи теории сопла Лаваля для двухфазной смеси при малом отставании частиц.— ПМТФ, 1973, № 4.
10. **Кам олов В. Н., Маслов Б. Н., Пирумов У. Г.** Исследование траекторий частиц в соплах Лаваля.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 5.
11. **Шелдон.** Сходства и различия в эрозионном поведении материалов.— ТОИР, 1970, № 3.
12. **Wakeman T., Tabakoff W.** Erosion behaviour in a simulated jet engine environment.— J. Aircraft, 1979, vol. 16, N 12.
13. **Bryan G. M., Pugh F. M.** Cratering of lead by oblique impacts of hypervelocity steel pellets.— J. Appl. Phys., 1962, vol. 33, N 2.
14. **Старр В.** Физика явлений с отрицательной вязкостью. М.: Мир, 1971.
15. **Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. Н., Фомин В. М.** Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980.
16. **Ketner D. M., Hess K. S.** Particle impingement erosion. AIAA Pap. N 1250, 1979.

Поступила 27/XII 1983 г.

УДК 54—138

МЕТОД ПОТОКОВ В КИНЕТИКЕ КОАГУЛЯЦИИ

А. А. Ликальтер

(*Москва*)

Изменения концентрации и распределения по размерам частиц аэрозоля в широком диапазоне условий вызваны коагуляцией [1]. Измеренные распределения частиц по радиусам имеют куполообразный вид. Верхняя часть купола обычно описывается так называемым нормальным логарифмическим распределением. Правое крыло может спадать значительно медленнее, по степенному закону [2]. Степенной спектр частиц атмосферного аэрозоля обнаружен в [3]. Впоследствии он был объяснен на основе представления о постоянном потоке массы по спектру частиц. С точностью до коэф-