

нем ноеся подачу и геометрии начального участка камеры сгорания позволяло избежать срыва втекания воздуха в модель в течение всего времени работы трубы.

3. Тяговые характеристики модели соответствовали расчетным значениям, и их изменение от времени режима работы трубы (от  $T_n$ ) определялось изменением во времени относительного подогрева рабочего тела.

Следовательно, испытание модели с воздухозаборником внутреннего сжатия подтвердило результаты, полученные на модели [1] и на модели, представленной на фиг. 1.

Таким образом, проведенные расчетные исследования и эксперименты в импульсной аэродинамической трубе на трех газодинамических моделях с горением (на одной модели с  $d_0 = 72$  мм при  $M_n = 7,3$  [1] и двух моделях с  $d_0 = 23-24$  мм при  $M_n = 4,9$ ) показали следующее:

во всех испытанных моделях характер течения рабочего тела во внутреннем тракте моделей и его зависимость от  $T_n$  набегающего воздуха одни и те же (этот характер определяется относительным подогревом рабочего тела);

организация рабочего процесса с подачей водорода навстречу потоку и с небольшой рециркуляционной зоной позволила получить на сравнительно небольшой длине камеры сгорания 130—180 мм высокую полноту сгорания водорода в дозвуковом потоке воздуха (до  $\xi = 0,9-0,95$ ) и без отрицательного влияния работы камеры сгорания на работу воздухозаборника;

силовые характеристики, полученные в экспериментах, соответствуют расчетным, т. е. показана сходимость расчетной методики с экспериментальными данными.

*Поступила 22 XII 1982*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Баев В. К., Шумский В. В., Ярославцев М. И. Исследование работы двухрежимной камеры сгорания при дозвуковом режиме подвода тепла.— В кн.: Газодинамика течений в соплах и диффузорах. Новосибирск, 1982; Исследование газодинамики модели с горением в импульсной аэродинамической трубе.— ПМТФ, 1983, № 6.
2. Королев А. С., Бошнятов Б. В., Друкер И. Г., Затолока В. В. Импульсные трубы в аэродинамических исследованиях. Новосибирск: Наука, 1978.
3. Белоусов С. В., Голод В. В., Пронин Ю. А., Ярославцев М. И. Весовые испытания тяжелых моделей в импульсном режиме при гиперзвуковых скоростях.— В кн.: Методы и техника аэродинамических исследований. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978.
4. Баев В. К., Бошнятов Б. В., Пронин Ю. А., Шумский В. В. Экспериментальное исследование воспламенения водорода, вдуваемого в сверхзвуковой поток горячего воздуха.— В кн.: Газодинамика горения в сверхзвуковом потоке. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1979.
5. Гурьев В. Г., Пиотрович Е. В. Срыв течения на входе сверхзвукового воздухозаборника.— Учен. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 3.
6. Сарен Ю. А., Шумский В. В. Характеристики ГПВРД с двухрежимной камерой сгорания.— В кн.: Газодинамика течений в соплах и диффузорах. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1982.
7. Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П., Худяков В. А. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Т. 1. М.: Наука, 1971.
8. Коваленко В. М. Расчет коэффициентов турбулентного течения и теплоотдачи гладкой пластины при сверхзвуковых скоростях и наличии теплообмена.— Тр. ЦАГИ, 1967, вып. 1084.

УДК 534.222.2

### АВТОМОДЕЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЗА ФРОНТОМ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

*В. Н. Охитин*

*(Москва)*

Автомодельная задача о распределении параметров за фронтом стационарной детонационной волны в совершенном газе имеет аналитическое решение лишь в плоском случае [1]. Для волн сферической и цилиндрической симметрии неоднократно получены численные решения с использованием различных уравнений состояния про-

дуктов детонации (ПД) [2—4]. Известны также аналитические аппроксимации распределения параметров за фронтом симметричных детонационных волн (ДВ) в конденсированных ВВ [4, 5], интересные с точки зрения использования их в качестве начальных условий при решении более сложных задач детонации. Численные расчеты показывают, что как в газообразных [6], так и в конденсированных ВВ различной плотности [4, 5] поведение ПД с достаточной точностью может быть описано изэнтропической связью между давлением  $p$  и плотностью  $\rho$  для совершенного газа с различным значением показателя адиабаты  $\gamma$ . Поэтому представляет интерес получение обоснованных аналитических зависимостей для автомодельного распределения параметров за фронтом стационарной ДВ различного вида симметрии, подчиняющихся уравнению состояния совершенного газа с показателем адиабаты, меняющимся в широком диапазоне значений. При этом к аналитическим зависимостям предъявляются повышенные требования, накладываемые возможностью использования их в дальнейших численных расчетах. В частности, они должны удовлетворять асимптотическим решениям в окрестности фронта ДВ и границы с центральной областью покоя, а также описывать численные решения с достаточно высокой точностью.

Данная работа посвящена получению аналитических соотношений для автомодельного распределения параметров за фронтом стационарной ДВ в режиме Чепмена — Жуге различного вида симметрии, удовлетворяющих указанным требованиям.

Распределение параметров среды за фронтом стационарной ДВ описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений относительно автомодельной переменной  $\zeta = r/t$  [7]:

$$\frac{du}{d\zeta} \left[ \frac{(\zeta - u)^2}{c^2} - 1 \right] = \frac{vu}{\zeta}, \quad (\zeta - u) \frac{du}{d\zeta} = \frac{c^2}{\rho} \frac{d\rho}{d\zeta},$$

где  $\rho$ ,  $u$ ,  $c$  — плотность, массовая скорость и скорость звука среды;  $r$ ,  $t$  — независимые переменные расстояние от места инициирования детонации и время;  $v$  — параметр симметрии задачи, равный 0; 1; 2 соответственно для плоской, цилиндрической и сферической ДВ.

Вводя безразмерную линейную координату  $r/R$ , где  $R$  — координата фронта ДВ, и учитывая, что для совершенного газа  $c \sim \rho^{(\gamma-1)/2}$ , эту систему можно привести к виду

$$(1) \quad \frac{du}{d(r/R)} \left[ \frac{(Dr/R - u)^2}{c^2} - 1 \right] = \frac{vu}{r/R}, \quad \frac{Dr/R - u}{c} \frac{du}{d(r/R)} = \frac{2}{\gamma - 1} \frac{dc}{d(r/R)},$$

где  $D = R/t$  — скорость распространения фронта ДВ.

В плоском случае  $v = 0$  и из первого уравнения системы (1) следует  $(Dr/R - u)/c = 1$ , откуда  $c = Dr/R - u$ .

При этом из второго уравнения (1) получается известное аналитическое решение для плоской ДВ

$$u = u_2 - 2(c_2 - c)/(\gamma - 1),$$

где индекс 2 относится к значениям параметров на фронте ДВ.

На границе с центральной областью стационарных параметров  $u = 0$  и для скорости звука в ней получаем

$$c_3 = c_2 - (\gamma - 1)u_2/2.$$

Так как границей области покоя является линия слабого разрыва, то с учетом детонационных параметров [7]

$$c_2 = D \frac{\gamma}{\gamma + 1} \left[ 1 + \frac{p_1}{\rho_1 D^2} \right], \quad u_2 = D \frac{1}{\gamma + 1} \left[ 1 - \gamma \frac{p_1}{\rho_1 D^2} \right]$$

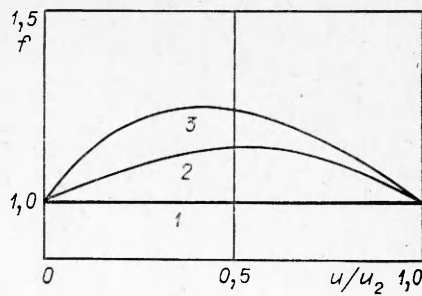
для координаты стационарной зоны в плоской ДВ можно получить

$$(2) \quad \frac{r_3}{R} = \frac{c_3}{D} = \frac{1}{2} \left( 1 + \gamma \frac{p_1}{\rho_1 D^2} \right).$$

Здесь  $p$  — давление, а индексы 1 и 3 относятся к исходным параметрам среды перед фронтом ДВ и к границе области покоя.

Вторым членом в скобке уравнения (2) из-за его малости, как правило, пренебрегают, однако при газовой детонации он может иметь заметную величину.

В плоской ДВ комплекс  $f = \frac{(Dr/R-u)}{c}$  в системе (1) равен единице и не зависит от свойств ПД, т. е. от показателя адиабаты. Можно предположить, что в случае симметричной ДВ эта функция также не будет зависеть от  $\gamma$ . Анализ результатов численного решения задачи для ДВ различной симметрии с показателем адиабаты ПД, менявшимся в диапазоне от 1,1 до 3, показывает, что функция  $f(u)$  практически не зависит от  $\gamma$ . Вид ее для различных типов симметрии представлен на фиг. 1 ( $\nu = 0; 1; 2$  — линии 1—3 соответственно).



Ф и г. 1

В этом случае не представляет труда проинтегрировать второе уравнение системы (1) в пределах от фронта ДВ до границы области покоя, вычисляя интеграл  $\int f(u)du$  графически, и получить выражение для скорости звука в области стационарных параметров  $c_3 = c_2 - (\gamma - 1)\bar{f}u_2/2$ .

Среднее значение функции  $\bar{f}$  в цилиндрическом и сферическом случаях равно 1,105 и 1,174 соответственно и для любого типа симметрии хорошо описывается зависимостью

$$\bar{f} = (6\nu + 15)/(4\nu + 15).$$

Тогда для параметров стационарной области получаем

$$\frac{r_3}{R} = \frac{c_3}{D} = \frac{1}{D} \left[ c_2 - \frac{\gamma - 1}{2} \frac{6\nu + 15}{4\nu + 15} u_2 \right]$$

или с использованием выражений для  $c_2$  и  $u_2$

$$\frac{r_3}{R} = \frac{c_3}{D} = \left( \frac{r_3}{R} \right)_{\nu=0} \left[ 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{2\nu}{4\nu + 15} \frac{1 - \gamma p_1 / \rho_1 D^2}{1 + \gamma p_1 / \rho_1 D^2} \right],$$

где  $(r_3/R)_{\nu=0}$  — радиус стационарной зоны в плоском случае, определяемый соотношением (2). Учитывая малость величины  $p_1/\rho_1 D^2$ , последнее выражение можно переписать в виде

$$(3) \quad \frac{r_3}{R} = \frac{c_3}{D} = \left( \frac{r_3}{R} \right)_{\nu=0} \left[ 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{2\nu}{4\nu + 15} \left( 1 - 2\gamma \frac{p_1}{\rho_1 D^2} \right) \right].$$

Зависимость (3) дает аппроксимацию результатов численного решения с точностью порядка 0,5% во всем диапазоне изменения  $\gamma$ .

Если введенная функция  $f(u)$  не зависит от показателя  $\gamma$ , то из первого уравнения системы (1) следует, что распределение массовой скорости в ДВ также не зависит от свойств ПД и может быть представлено в виде

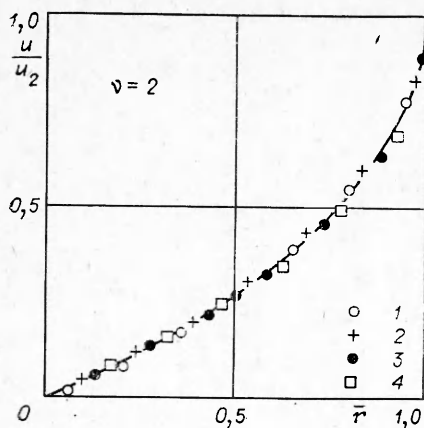
$$u/u_2 = \varphi(\bar{r}),$$

где  $\bar{r} = (r - r_3)/(R - r_3)$  — безразмерный относительный радиус в тейлоровской волне разгрузки за фронтом ДВ, меняющийся в пределах 0—1.

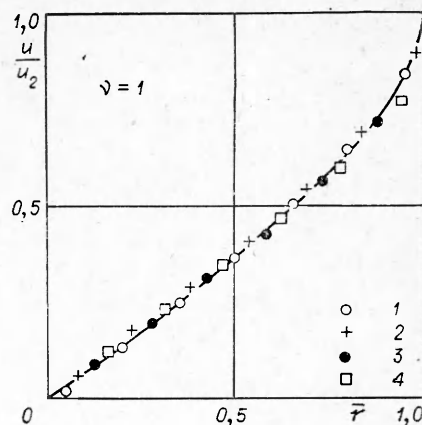
На фиг. 2, 3 для сферического и цилиндрического случаев соответственно приведены результаты численного решения задачи в виде распределения массовой скорости в ПД для  $\gamma = 1,1; 1,5; 2; 3$  (точки 1—4 соответственно). Видно, что для всех  $\gamma$  расчеты ложатся практически на одни кривые.

Анализ системы (1) показывает (см., например, [2]), что в окрестностях фронта ДВ в сферическом и цилиндрическом случаях  $du/dr \rightarrow \infty$ , а при приближении к центральной стационарной области  $du/dr = 0$  и все более высокие производные стремятся к бесконечности. Всем указанным условиям удовлетворяет функция

$$\varphi(\bar{r}) = u/u_2 = 1 - (1 - \bar{r}^\alpha)^\beta \text{ при } 1 < \alpha < 2 \text{ и } 0 < \beta < 1.$$



Ф и г. 2



Ф и г. 3

Обработка результатов численных расчетов дает возможность подобрать значения показателей  $\alpha$  и  $\beta$ , которые равны

$$\alpha = 1,05, \quad \beta = 2/3 \quad \text{для } \nu = 1,$$

$$\alpha = 1,1, \quad \beta = 1/2 \quad \text{для } \nu = 2.$$

Распределения массовой скорости ПД, построенные с использованием найденных  $\alpha$  и  $\beta$ , представлены на фиг. 2, 3 сплошными линиями.

При  $\alpha = \beta = 1$  выбранная функция  $\varphi(\bar{r})$  приводит к известному аналитическому решению для плоской ДВ. Это дает возможность для произвольного типа симметрии предложить для показателей  $\alpha$  и  $\beta$  соотношения

$$\alpha = (20 + \nu)/20, \quad \beta = 2/(\nu + 2).$$

Тогда для распределения скорости среды в стационарной ДВ можно записать общую зависимость

$$(4) \quad u = u_2 \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{r - r_3}{R - r_3} \right)^{(20 + \nu)/20} \right]^{2/(\nu + 2)} \right\} \quad \text{при } r_3 \leq r \leq R.$$

Из фиг. 1 видно, что функция  $f(u)$  в ПД меняется незначительно (максимальное изменение  $f(u)$  наблюдается в сферическом случае и составляет порядка 20%). Поэтому в первом приближении ее можно считать постоянной и равной среднему значению  $\bar{f}$ . Тогда, интегрируя второе уравнение системы (1) в пределах от  $r_3$  до текущего радиуса  $r$  и от  $r_3$  до  $R$ , получим

$$\bar{f}u = 2(c - c_3)/(\gamma - 1), \quad \bar{f}u_2 = 2(c_2 - c_3)/(\gamma - 1).$$

Откуда следует

$$u/u_2 = (c - c_3)/(c_2 - c_3).$$

В этом случае с учетом (4) для скорости звука в ПД можно записать приближенное соотношение

$$(5) \quad c = c_3 + (c_2 - c_3) \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{r - r_3}{R - r_3} \right)^{(20 + \nu)/20} \right]^{2/(\nu + 2)} \right\} \quad \text{при } r_3 \leq r \leq R.$$

Давление и плотность ПД определяются через скорость звука по изэнтропе среды. Точность описания численных расчетов с помощью полученных зависимостей по самому чувствительному параметру — давлению — составляет порядка 1%.

Таким образом, аналитические зависимости (2)—(5) с достаточно высокой точностью описывают численное решение задачи о распределении параметров за фронтом стационарной детонационной волны в совершенном газе и удовлетворяют асимптотикам точного решения.

Поступила 1 XII 1982

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гриб А. А. Влияние места инициирования на параметры воздушной ударной волны при детонации газовых смесей.— ПММ, 1944, № 8.
2. Зельдович Я. Б., Компанеев А. С. Теория детонации. М.: ГИТТЛ, 1955.
3. Баничук Н. В. Расчет цилиндрической детонационной волны, расходящейся от линии взрыва.— ПМТФ, 1969, № 5.
4. Каширский А. В., Орленко Л. П., Охитин В. Н. Влияние уравнения состояния на разлет продуктов детонации.— ПМТФ, 1973, № 2.
5. Охитин В. Н. Влияние плотности ВВ на параметры детонации.— Вопросы физики взрыва и удара, 1981, вып. 3.
6. Ждан С. А. Расчет взрыва газового сферического заряда в воздухе.— ПМТФ, 1975, № 6.
7. Физика взрыва/Под ред. К. П. Станюковича. М.: Наука, 1975.

УДК 532.5 : 532.593

## ОПИСАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ДВУХФАЗНЫХ СРЕДАХ, СОДЕРЖАЩИХ НЕСЖИМАЕМУЮ ФАЗУ

В. А. Вахненко, Б. И. Паламарчук

(Киев)

Известно, что в рамках односкоростной модели, когда объемная доля конденсированной фазы мала [1—3], движение двухфазной среды аналогично движению совершенного газа с некоторым эффективным показателем адиабаты. Когда же на величину объемной доли не накладываются ограничения, основные гидродинамические уравнения содержат ее в качестве дополнительной переменной по сравнению с аналогичными газодинамическими уравнениями. В этом случае решение нестационарных гидродинамических уравнений существенно усложняется и приводит к необходимости разработки методов их решения, представленных в [4, 5].

В данной работе предложен метод преобразования переменных, приводящий к полной аналогии по виду математической записи определяющих уравнений для совершенного газа и двухфазной среды с произвольным объемом, занимаемым конденсированной фазой. Доказано, что движение двухфазной среды в преобразованной системе координат полностью аналогично движению совершенного газа, что позволяет для решения ударно-волновых задач использовать разработанные методы газодинамики совершенного газа.

На примере решения задачи о сильной стадии взрыва в двухфазной среде продемонстрированы возможности разработанного метода.

**1. Основные положения.** Рассмотрим однородную двухфазную среду, состоящую из равномерно распределенных в объеме конденсированной и газовой фаз. Будем считать, что в процессе движения: 1) конденсированная фаза несжимаема; 2) газ подчиняется уравнению состояния совершенного газа с постоянными значениями удельных теплоемкостей; 3) парциальное давление конденсированной фазы пренебрежимо мало; 4) скорости конденсированной фазы и газа равны; 5) реакции между компонентами отсутствуют.

Введем следующие обозначения:  $p$ ,  $\rho$ ,  $u$ ,  $\Gamma_0$ ,  $a_0$ ,  $E$  — давление, плотность, скорость, отношение удельных теплоемкостей, равновесная скорость звука и внутренняя энергия двухфазной среды;  $\gamma$ ,  $\rho_g$  — отношение удельных теплоемкостей и плотность газа;  $\varepsilon$ ,  $d$  — объемная доля и плотность конденсированной фазы;  $r$  — пространственная переменная;  $t$  — время;  $\nu$  — параметр, принимающий значения 1, 2, 3 соответственно в случаях плоской, цилиндрической или сферической симметрии, индексы 0, 1 указывают на значения параметров перед и на фронте ударной волны соответственно.

При сделанных предположениях законы сохранения массы, импульса и энергии приводят к следующей системе уравнений для одномерного неустановившегося движения двухфазной среды:

$$(1.1a) \quad \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) \rho + \frac{\rho}{r^{\nu-1}} \frac{\partial r^{\nu-1} u}{\partial r} = 0;$$

$$(1.1b) \quad \rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) u + \frac{\partial p}{\partial r} = 0;$$