УДК 532.593+532.529+532.528+532.787+550.3

ДИНАМИКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ МАГМАТИЧЕСКОГО РАСПЛАВА В ЩЕЛЕВОМ СЕЧЕНИИ ВУЛКАНА ПРИ МГНОВЕННОЙ ДЕКОМПРЕССИИ

М. Н. Давыдов, В. К. Кедринский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
E-mails: davydov@hydro.nsc.ru, kedr@hydro.nsc.ru

Рассматривается задача о динамике состояния магматического расплава, насыщенного сильно сжатым газом и находящегося при высокой температуре между двумя жесткими границами, расположенными симметрично относительно вертикальной оси. На дне канала поддерживается постоянное давление, в среде давление в начальный момент времени распределено по гидростатическому закону. Сверху канал герметично закрыт пробкой, на которую действует постоянное давление, равное атмосферному. Исследуется состояние расплава при мгновенном исчезновении пробки.

Ключевые слова: щелевое сечение вулкана, магматический расплав, декомпрессия.

DOI: 10.15372/PMTF20160604

Постановка задачи. Концентрация растворенного газа полагалась равновесной в соответствии с законом Генри $C_S = K_{\rm H}\sqrt{p}$, где $K_{\rm H}$ — постоянная Генри. Описывающая течение среды система уравнений [1] для средних характеристик (давления p, плотности ρ и компонент скорости u, v) принимает вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial\,(\rho v)}{\partial x} + \frac{\partial\,(\rho u)}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\,\frac{\partial v}{\partial x} + u\,\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\rm Eu}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{{\rm Re}\,\rho}\Big[\frac{\partial}{\partial x}\Big(\mu\,\frac{\partial v}{\partial x}\Big) + \frac{\partial}{\partial z}\Big(\mu\,\frac{\partial v}{\partial z}\Big)\Big],$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v\,\frac{\partial u}{\partial x} + u\,\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\rm Eu}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\rm Fr} + \frac{1}{{\rm Re}\,\rho}\Big[\frac{\partial}{\partial x}\Big(\mu\,\frac{\partial u}{\partial x}\Big) + \frac{\partial}{\partial z}\Big(\mu\,\frac{\partial u}{\partial z}\Big)\Big],$$

где Eu, Re, Fr — числа Эйлера, Рейнольдса, Фруда; μ — динамическая вязкость.

В данной работе в качестве уравнения состояния принимается линейное уравнение состояния для плотности жидкого компонента, которое с использованием уравнения Тэта записывается в виде

$$\rho_l = \rho_0(1 + (p_l - p_0)/(\rho_0 c_0^2)),$$

уравнение смеси $\rho = \rho_l(1 - k)$ принимает вид

$$\rho = \rho_0(1 + (p - p_0)/(\rho_0 c_0^2))(1 - k).$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-05-03336).

Здесь индекс l у величины p отсутствует, поскольку второе слагаемое в первых скобках достаточно мало и давление может рассматриваться как среднее. В начальный момент времени верхняя граница мгновенно становится свободной ($p|_{z=H} = p_0$), и на ней формируется волна декомпрессии, распространяющаяся вниз, к очагу вулкана. За фронтом этой волны расплав оказывается в пересыщенном состоянии, что приводит к развитию в нем диффузии, увеличению плотности ядер кавитации в потоке, развитию кавитации, увеличению размеров газовых пузырьков и вязкости расплава. Основная система включает дополнительную систему уравнений, содержащих частоту нуклеации J, плотность ядер кавитации N, ширину кавитационной зоны $\varkappa$ [2]:

$$J = J^* \exp\Big(-\frac{16\pi\sigma^3}{3k_{\rm B}T\Delta p^2}\Big), \quad N \approx 0{,}6\Big(\frac{\varkappa^3 - 1}{\varkappa^5}\,\frac{J}{D}\Big)^{3/5}, \quad \varkappa = 1 + 3\int\limits_1^\infty [1 - J(\chi)]\chi^2\,d\chi \qquad (1)$$

($k_{\rm B}$ — постоянная Больцмана; D — коэффициент диффузии; σ — поверхностное натяжение; χ — работа, затраченная на образование критического зародыша в гомогенном процессе), закон изменения массы газа в пузырьке, уравнение Рэлея и уравнение состояния газа в пузырьке:

$$\frac{dm_g}{dt} = 4\pi R^2 D\rho\Big(\frac{dC}{dr}\Big)\Big|_{r=R}, \quad R\ddot{R} + \frac{3}{2}\,\dot{R}^2 = \frac{p_g - p}{\rho} - \frac{4\mu\dot{R}}{\rho R}, \quad p_g = \frac{3m_g k_{\rm B}T}{4\pi R^3}$$

(m_g — масса газа в пузырьке; R — радиус пузырька), а также выражение для концентрации газовой фазы

$$k = k_0(R/R_0)^3.$$

Дегазация расплава приводит к существенному увеличению его вязкости (часто на несколько порядков):

$$\mu = \mu^* \exp\Big(\frac{E_\mu^*(1 - k_\mu C)}{k_{\rm B}T}\Big).$$

Здесь E_μ^* — энергия активации "сухого" расплава.

Приведенная выше система уравнений дополнялась следующими граничными условиями. На стенке канала задавалось условие частичного проскальзывания

$$u\big|_{x=X} = u\big|_{x=-X} = u_{av}k/(1 - k),$$

где u_{av} — средняя скорость в соответствующем горизонтальном ($z = \text{const}$) слое; X — координата полупространства. На нижней границе задано постоянное давление p_{ch}, на свободной поверхности G — условие $p = p_0$ и уравнение движения границы $d\boldsymbol{r}_G/dt = \boldsymbol{u}$. В плоскости симметрии ($x = 0$) ставились условия $\partial u/\partial x = 0$, $v = 0$.

Обсуждение результатов. На рис. 1 представлены распределения плотности ядер кавитации N и объемной концентрации газовой фазы k вдоль плоскости симметрии в моменты времени $t = 0{,}2$; $0{,}6$; $1{,}0$; $1{,}5$ с. Видно, что начиная с момента времени, близкого к $t = 0$, определена плотность зародышей пузырьков N, имеющая максимальное значение $N = 2{,}2 \cdot 10^{12}$ м$^{-3}$ и в момент $t = 0{,}2$ с уменьшающаяся до значения $N = 7 \cdot 10^{11}$ м$^{-3}$ на фронте волны декомпрессии, в момент $t = 1{,}5$ с распределение плотности ядер кавитации описывается кривой, состоящей из двух участков *1, 2* (см. рис. 1,*б*). Максимальное значение объемной концентрации $k = 0{,}75$ было достигнуто при $t = 0{,}2$ с. К моменту времени $t = 1{,}5$ с в верхнем слое со свободной границей, толщина которого превышает 200 м, объемная концентрация k была равна предельному значению (см. рис. 1,*б*).

По распределениям давления и массовой скорости (рис. 2,*а*) вдоль плоскости симметрии при $t = 0{,}2$; $0{,}6$ с можно определить структуру волны декомпрессии. В первый момент

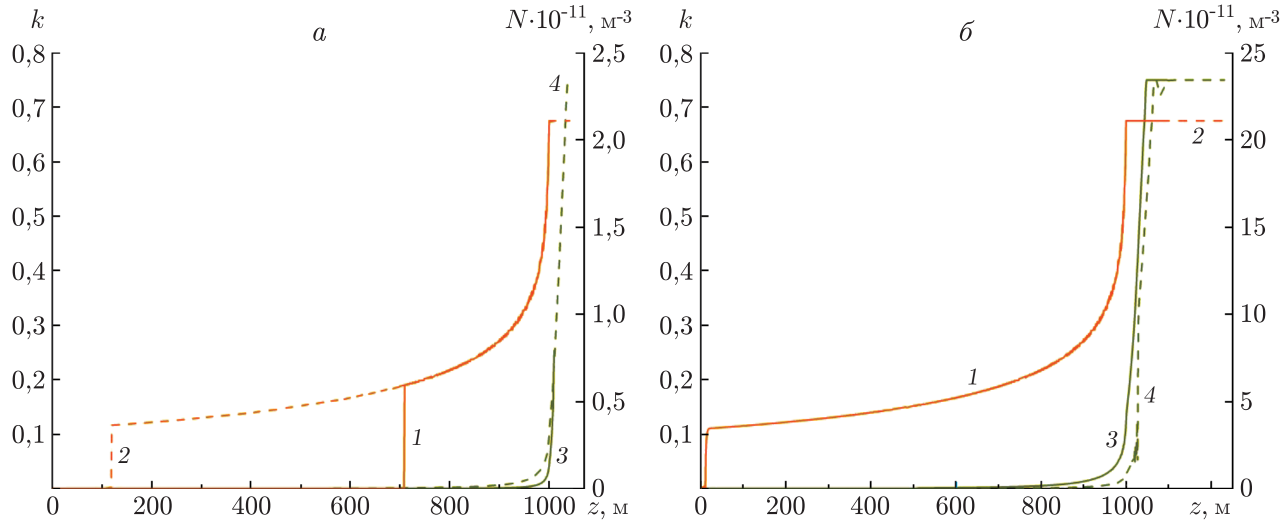

Рис. 1. Распределения плотности зародышей пузырьков (*1, 2*) и концентрации газовой фазы (*3, 4*) в плоскости симметрии:
а — *1, 3* — $t = 0{,}2$ с, *2, 4* — $t = 0{,}6$ с; *б* — *1, 3* — $t = 1{,}0$ с, *2, 4* — $t = 1{,}5$ с

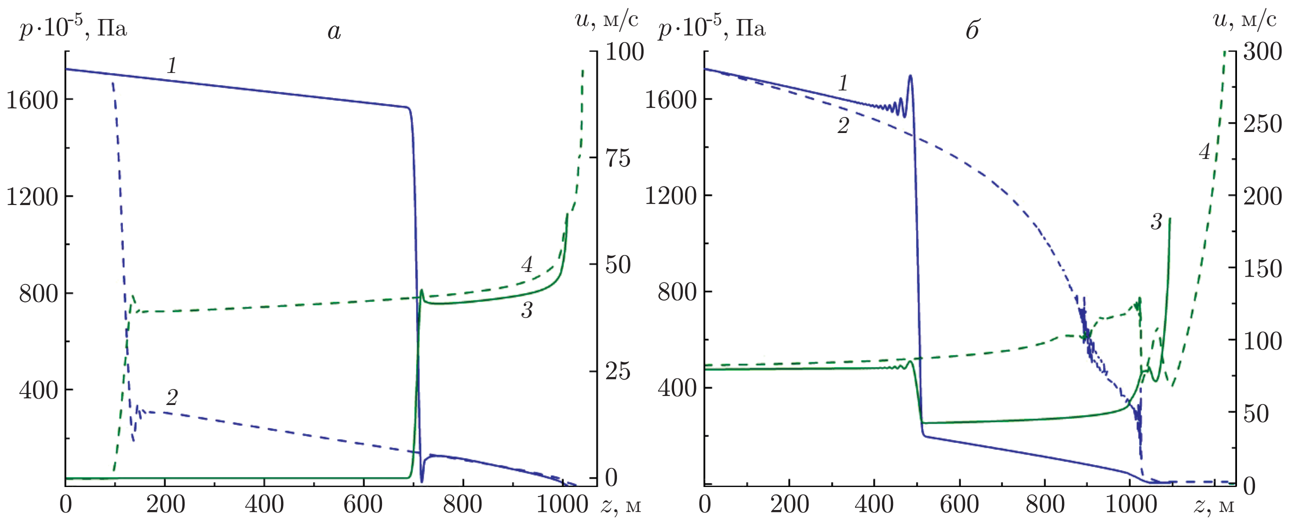

Рис. 2. Распределения давления (*1, 2*) и скорости (*3, 4*) в плоскости симметрии:
а — *1, 3* — $t = 0{,}2$ с, *2, 4* — $t = 0{,}6$ с; *б* — *1, 3* — $t = 1{,}0$ с, *2, 4* — $t = 1{,}5$ с

времени ($t = 0{,}2$ с) эта волна представляет собой стандартный фронт, затем давление падает до значения $p = p_0$, и форма фронта не меняется до момента $t = 0{,}6$ с (кривая *2* на рис. 2,*а*).

К моменту времени $t = 0{,}6$ с массовая скорость резко увеличивается с 50 до 100 м/с. К моменту $t = 1{,}0$ с отраженная волна декомпрессии сохраняет свою форму, после столкновения волны со встречным потоком распределение давления существенно меняется, а скорость потока скачкообразно возрастает до значения $u = 300$ м/с (при $t = 1{,}5$ с) (рис. 2,*б*).

Динамика потери газа расплавом представлена на рис. 3. За промежуток времени $t = 0{,}2 \div 1{,}5$ с в результате диффузии газа из расплава концентрация газа уменьшилась с 0,057 до 0,050, соответственно вязкость расплава уменьшилась в несколько раз до значения $\mu = 11\,000$ Па $\cdot$ с.

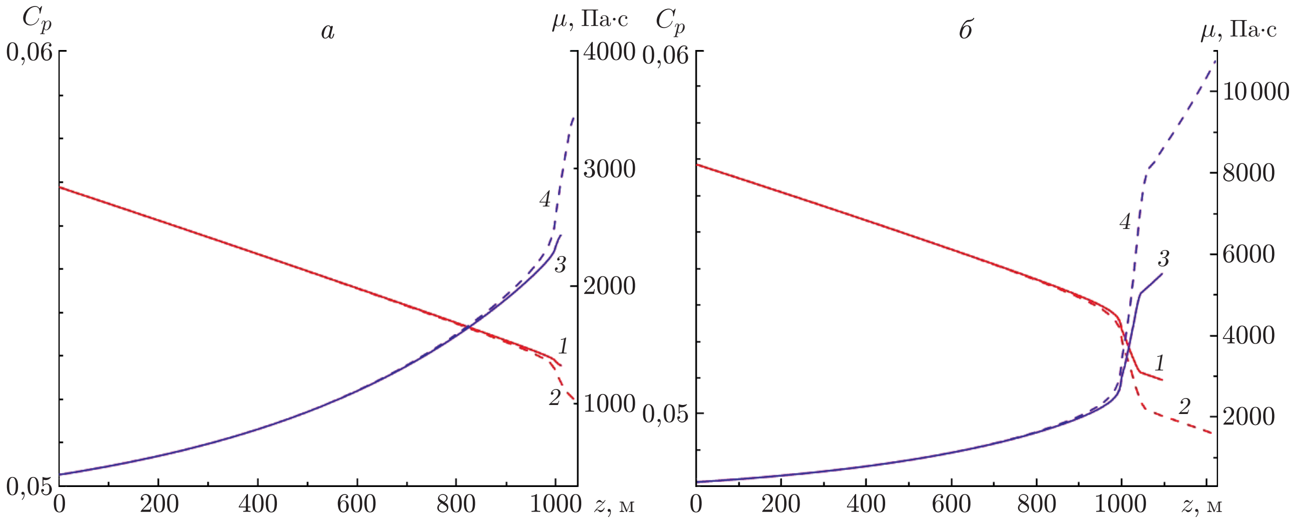

Рис. 3. Распределения концентрации растворенного газа (*1*, *2*) и вязкости среды (*3*, *4*) в плоскости симметрии:
а — *1*, *3* — $t = 0{,}2$ с, *2*, *4* — $t = 0{,}6$ с; *б* — *1*, *3* — $t = 1{,}0$ с, *2*, *4* — $t = 1{,}5$ с

Заключение. В результате численного анализа течения магматического расплава для интервала времени $t = 1{,}5$ с получена информация о шести основных характеристиках щелевого потока, текущего вдоль плоскости симметрии, при взрывном характере декомпрессии. Построены распределения во времени давления и массовой скорости, объемной концентрации газовой фазы и плотности кавитационных зародышей, концентрации растворенного газа в результате диффузионных процессов и увеличения вязкости. Исследования показали, что к моменту времени $t = 1{,}5$ с в верхнем слое расплава толщиной более 200 м имеют место предельно высокая объемная концентрация газа $k \approx 0{,}75$ и большая массовая скорость $u = 300$ м/с.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кедринский В. К., Давыдов М. Н., Пильник А. А., Чернов А. А.** Раскрытие системы трещин — к механизму цикличности бокового извержения вулкана Св. Елены в 1980 г. // ПМТФ. 2016. Т. 57, № 4. С. 3–15.
2. **Chernov A. A., Kedrinsky V. K., Pil'nik A. A.** Kinetics of gas bubble nucleation and growth in magmatic melt at its rapid decompression // Phys. Fluids. 2014. V. 26, N 11. 116602.

Поступила в редакцию 14/XI 2016 г.