НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОГО ГАЗА С РОЖДЕНИЕМ ЧАСТИЦ

В. А. Левин *(Москва)*

В работе рассматривается разлет сгустка заряженных частиц одного сорта, внутри которого рождаются частицы того же сорта.

Пусть в начальный момент $t = 0$ имеется облако заряженных частиц одного сорта, занимающее область $r \leqslant R$ с плотностью $n_0(r)$ и распределением скоростей $u_0(r)$. Предположим, что скорость рождения частиц пропорциональна плотности частиц в данной точке (что имеет место в лавинных процессах) и что рождаются частицы одного и того же сорта, скорость которых в момент рождения равна нулю. Тогда движение такого газа описывается системой уравнений

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r^{\nu-1}}\frac{\partial r^{\nu-1} nu}{\partial r} = \alpha n \qquad (\alpha = \alpha(t),\ g = \text{const})$$

$$\frac{\partial nu}{\partial t} + \frac{1}{r^{\nu-1}}\frac{\partial r^{\nu-1} nu^2}{\partial r} = \frac{nq}{m}E + ng, \qquad \frac{1}{r^{\nu-1}}\frac{\partial r^{\nu-1}E}{\partial r} = 4\pi q n \tag{1}$$

Здесь u — скорость, n — плотность, E — напряженность электрического поля, q — заряд частицы, m — ее масса, g — массовая сила на единицу массы (сила тяжести), $\nu = 1, 2, 3$ соответственно для движений с плоской, цилиндрической и сферической симметрией.

Введем новые независимые переменные (переменные Лагранжа) по формулам

$$\frac{\partial r_0}{\partial t} + u\frac{\partial r_0}{\partial r} = 0, \qquad \tau = t \tag{2}$$

В этих переменных система (1) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \tau} r^{\nu-1} n \frac{\partial r}{\partial r_0} = \alpha(\tau)\, n r^{\nu-1}\frac{\partial r}{\partial r_0}, \qquad \frac{\partial r^{\nu-1}E}{\partial r_0} = 4\pi q n r^{\nu-1}\frac{\partial r}{\partial r_0}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = -\alpha u + \frac{q}{m}E + g, \qquad \frac{\partial r}{\partial \tau} = u \tag{3}$$

Проинтегрируем эту систему для случая $\nu = 1$.

Решение этой системы с учетом начальных данных выражается следующим образом:

$$n = n_0 e^{\Omega(\tau)}\left[1 + \frac{4\pi q^2 n_0}{m}\int_0^\tau \frac{\operatorname{sh}\Omega(\xi)}{\alpha(\xi)}d\xi + \frac{du_0}{dx_0}\int_0^\tau e^{-\Omega(\xi)}d\xi\right]^{-1} \tag{4}$$

$$u = u_0 e^{-\Omega(\tau)} + \frac{4\pi q^2}{m\alpha}\int_0^{x_0} n_0 dx_0 \operatorname{sh}\Omega(\tau) + g e^{-\Omega(\tau)}\int_0^\tau e^{\Omega(\xi)}d\xi \tag{5}$$

$$x = x_0 + u_0\int_0^\tau e^{-\Omega(\xi)}d\xi + \frac{4\pi q^2}{m}\int_0^{x_0} n_0 dx_0 \int_0^\tau \frac{\operatorname{sh}\Omega(\xi)}{\alpha(\xi)}d\xi + g\int_0^\tau e^{-\Omega(\xi)}\int_0^\xi e^{\Omega(\eta)}d\eta\, d\xi \tag{6}$$

$$E = 4\pi q e^{\Omega(\tau)}\int_0^{x_0} n_0 dx_0 \qquad \left(\Omega(\zeta) = \int_0^\zeta \alpha d\eta\right) \tag{7}$$

Исследуем полученные решения для случая $\alpha = \text{const}$. Для искомых величин получим формулы

$$n = n_0 e^{\alpha\tau}\left[1 + \frac{4\pi q^2 n_0}{m\alpha^2}(\operatorname{ch}\alpha\tau - 1) + \frac{1}{\alpha}\frac{du_0}{dx_0}(1 - e^{-\alpha\tau})\right]^{-1} \tag{8}$$

$$u = u_0 e^{-\alpha\tau} + \frac{g}{\alpha}(1 - e^{-\alpha\tau}) + \frac{4\pi q^2}{m\alpha}\operatorname{sh}\alpha\tau\int_0^{x_0} n_0 dx_0 \tag{9}$$

$$x = x_0 + \frac{u_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha\tau}) + \frac{4\pi q^2}{m\alpha^2}(\operatorname{ch}\alpha\tau - 1)\int_0^{x_0} n_0 dx_0 + \frac{g}{\alpha^2}(e^{-\alpha\tau} - 1 + \alpha\tau) \tag{10}$$

Из формулы (8) видно, что при $\tau \to \infty$, независимо от начальных условий, n стремится к конечному значению n_∞, равному

$$\lim_{\tau\to\infty} n = n_\infty = \frac{m\alpha^2}{2\pi q^2} \tag{11}$$

Таким образом, какими бы ни были n_0 и u_0, все пространство заполняется частицами, плотность которых в каждой точке постоянна, а предельное распределение скоростей будет линейным

$$u_\infty = \alpha x \quad \text{при } g = 0 \tag{12}$$

Попутно отметим, что если рассмотреть «лавину» из незаряженных частиц в поле тяжести, то получим, что при $\tau \to \infty$ скорость всех частиц в лавине становится постоянной, хотя количество вовлекаемых в движение частиц неограниченно увеличивается.

Посмотрим, как меняется с течением времени плотность частиц в сгустке. Для простоты положим $n_0 = \text{const}$, $u_0 = 0$. Тогда, в зависимости от величины n_0, возможны два различных случая.

1. Если $n_0 > {}^1/_2 n_\infty$, то плотность частиц в сгустке с ростом τ сначала увеличивается, достигает максимума

$$n_{\max} = n_0\left(1 - \frac{n_\infty}{4n_0}\right)^{-1}, \qquad \tau_{\max} = -\frac{1}{\alpha}\ln\left(1 - \frac{1}{2}\frac{n_\infty}{n_0}\right)$$

и затем, убывая, стремится к своему предельному значению.

2. Если $n_0 \leqslant {}^1/_2 n_\infty$, то плотность частиц монотонно возрастает, стремясь к предельному значению. Окончательно при $\tau \to \infty$ получаем стационарное решение

$$u = \alpha x, \qquad n = \frac{m\alpha^2}{2\pi q^2}, \qquad E = \frac{2m\alpha^2}{q}x \qquad (g = 0)$$

Можно показать, что это решение устойчиво по отношению к малым возмущениям скорости и плотности.

В случае сферического сгустка проинтегрировать систему уравнений в конечном виде не удается, но качественные выводы остаются теми же; при этом плотность и предельное распределение скоростей будут

$$n_\infty = \frac{m\alpha^2}{3\pi q^2}, \qquad u_\infty = \frac{\alpha r}{3}$$

В заключение заметим, что эти решения могут служить иллюстрацией к одной космологической модели Хойла [1, 2], а также иметь отношение к конкретной задаче истечения сильно неизотермической плазмы из объема, в котором она образуется.

Поступила 14 XII 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. H o y l e F. A covariant formulation of the law of creation of matter. Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1960, v. 120, p. 256
2. H o y l e F., N a r l i k a r I. V. A new theory of gravitation. Proc. Roy. Soc., A, 1964, vol. 282, p. 191.

ВЯЗКОСТЬ ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ДВУТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ

Г. С. Бисноватый-Коган

(Москва)

Методом Чепмена-Энскога [1] в работе [2] была выведена система уравнений для функций распределения первого приближения в частично ионизованной двутемпературной плазме в присутствии магнитного поля. В данной работе находится часть функции распределения первого приближения, связанная с вязкостью. Получено выражение для тензора вязкости при произвольном направлении магнитного поля.

1. Будем обозначать уравнения работы [2] индексом *. Выделяя из уравнения (3.3)*, решение которого искалось в виде (3.6)*, член с независимым параметром