

АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Н. И. Кидин, В. Б. Либрович

Воздействие электрического поля на высокоионизованные пламена приводит к различным электро- и газодинамическим эффектам [1—4]. Эти эффекты связаны с разделением электрических зарядов в пламени — положительных и отрицательных ионов и электронов, образующихся в промежуточных звеньях химического превращения при горении. Если пламя помещено в постоянное электрическое поле, то с каждой стороны от фронта горения преобладают заряженные частицы одного знака [1, 3, 4], и взаимодействие возникающих разноименно заряженных областей с внешним электрическим полем приводит к появлению массовых сил, увлекающих весь газ и меняющих тем самым газодинамику течения в целом. К эффектам влияния электрического поля на пламя, которые могут быть объяснены с помощью электро- и газодинамического подхода, относятся изменение формы, площади поверхности и эффективной скорости распространения пламени; отклонение факелов пламени; сдвиг диффузионного пламени, образованного противонаправленными струями окислителя и горючего; стабилизация и дестабилизация пламени, в частности изменение гидродинамической устойчивости пламени; распространение волн вдоль поверхности пламени и другие.

При горении в электрическом поле могут также проявляться эффекты, обусловленные сжимаемостью газа, в частности может изменяться акустика. Причину этого легко понять: акустическая волна, вызывая изменение плотности и скорости газа, приводит к перераспределению электрических зарядов, напряженности поля и величины массовой силы, что в свою очередь приведет к изменению эффективного давления в акустической волне. Дрейф электронов и ионов во внешнем электрическом поле за время пульсаций плотности также приводит к перераспределению электрического заряда вдоль акустической волны и тоже влияет на ее распространение. Поэтому в акустике заряженного газа существенно взаимодействие пульсаций механических (плотности, давления, скорости) и электрических (напряженности электрического поля, распределения зарядов, электрической массовой силы) величин.

Изучению акустических волн в электрогидродинамике посвящена работа [5], в которой содержится анализ распространения слабых волн в униполярно заряженном газе в некоторых предельных случаях.

1. Исследование распространения акустических волн в образующемся при горении в электрическом поле заряженном газе проведем в рамках внешней газодинамической задачи, т. е. без учета структуры пламени и молекулярных эффектов переноса (которые, однако, и обус-

ловливают разделение зарядов в пламени), а само пламя будем рассматривать как газодинамический разрыв [3, 4]. Для определенности предполагается, что в зоне горения образуются однозарядные положительные ионы одного сорта, не различающиеся в рассматриваемой модели, и электроны либо отрицательные ионы, если существенно прилипание электронов к атомам и молекулам.

Уравнения электрогазодинамики без учета вязкости, диффузии и теплопроводности могут быть записаны в виде [5—8]:

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \cdot \partial \vec{v} / \partial t + \rho (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\operatorname{grad}(p - E^2/8\pi), \quad (2)$$

$$\partial / \partial t \cdot (\rho \varepsilon + \rho \cdot v^2/2) = -\operatorname{div}\{\rho \vec{v}(v^2/2 + \varepsilon + p/\rho - E^2/8\pi\rho)\} + e(\vec{j}_+ - \vec{j}_-) \vec{E}, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi e(N_+ - N_-), \quad (4)$$

$$\partial N_+ / \partial t = -\operatorname{div}(N_+ \vec{v} + \mu_+ N_+ \vec{E}) = -\operatorname{div} \vec{j}_+, \quad (5)$$

$$\partial N_- / \partial t = -\operatorname{div}(N_- \vec{v} - \mu_- N_- \vec{E}) = -\operatorname{div} \vec{j}_-, \quad (6)$$

$$\varepsilon = 1/(\gamma - 1) \cdot p/\rho.$$

В уравнении движения невязкого газа (2) учтена электрическая массовая сила $e\vec{E}(N_+ - N_-) = \operatorname{grad}(E^2/8\pi)$, а уравнение для внутренней энергии газа ε (6) записано как для нейтрального газа в силу того, что степень ионизации в пламени невелика (не превышает 10^{-7}).

В системе уравнений (1) — (6) ρ , p , $\vec{v}$ — плотность, давление и скорость газа, $\vec{E}$ — вектор напряженности электрического поля, N , $\vec{j}$ — концентрации и потоки заряженных частиц, e — заряд электрона, γ — показатель адиабаты, μ — подвижность заряженных частиц. Индекс $+$ внизу относится к положительным ионам, индекс $-$ к электронам либо отрицательным ионам.

Чтобы из системы (1) — (6) получить уравнения акустики, представим все величины в виде суммы составляющей, постоянной во всем пространстве (точнее, на длине волны возмущений), и пульсаций, переносимых волной, например $p = p^0 + p'$. Вообще говоря, из-за того, что газ обладает объемным зарядом, напряженность электрического поля изменяется в пространстве в соответствии с уравнением Пуассона, но если ограничиться рассмотрением достаточно коротких акустических волн, это обстоятельство можно не учитывать. Сведя линеаризованную систему уравнений к двум уравнениям, получим

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \left[\gamma \frac{p^0}{\rho^0} - (\gamma - 1) \frac{E_0^2}{8\pi\rho^0} \right] \Delta \right\} \left[p' - \frac{1}{4\pi} (\vec{E}_0 \vec{E}') \right] =$$

$$= - \left\{ \gamma \frac{E_0}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\gamma - 1) e (\mu_+ N_+^0 + \mu_- N_-^0) \vec{E}_0 \frac{\partial}{\partial t} \right\} \vec{E}', \quad (7)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} \nabla - \frac{\mu_- N_+^0 + \mu_+ N_-^0}{N_+^0 - N_-^0} \vec{E}_0 \Delta \right\} \left[p' - \frac{1}{4\pi} (\vec{E}_0 \vec{E}') \right] =$$

$$= \left\{ \frac{\rho^0}{4\pi e (N_+^0 - N_-^0)} \left[\frac{\partial^3}{\partial t^3} + (\mu_+ - \mu_-) \vec{E}_0 \nabla \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_+ \mu_- E_0^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta \right] + \right.$$

$$\left. + \rho^0 \frac{\mu_+ N_+^0 + \mu_- N_-^0}{N_+^0 - N_-^0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_+ \mu_- \rho^0 \vec{E}_0 \frac{\partial}{\partial t} \right\} \vec{E}'. \quad (8)$$

Систему уравнений (7), (8) можно свести к одному уравнению, которое оказывается, однако, слишком громоздким. Отметим, что в отсутствие разделения зарядов и электрического поля ($N_+^0 - N_-^0 = 0$ и $\vec{E}_0 = 0$) система уравнений (7), (8) переходит в одно обычное уравнение распространения акустических волн.

Проиллюстрируем свойства уравнений (7), (8) на примере плоской акустической волны. Отыскивая решения уравнений в виде $f' = f \exp[i(kx - \omega t)]$, из (7), (8) получаем дисперсионное соотношение, определяющее частоту волны $\text{Re } \omega$ и ее фазовую скорость c , а также декремент затухания или инкремент нарастания амплитуды волны во времени $\text{Im } \omega$ или в пространстве $\text{Im } k$ как функции длины волны и свойств заряженного газа. В общем случае дисперсионное соотношение есть уравнение четвертого порядка, которое трудно детально анализировать. Однако можно рассмотреть случаи, когда оно упрощается. Основным критерий при этом — соотношение между скоростью звука и дрейфовыми скоростями ионов и электронов.

2. Предположим, что вектор электрического поля $\vec{E}_0$ направлен вдоль распространения волны. Если дрейфовая скорость электронов

$$\mu_- E_0 < c \quad (I)$$

(для ионов это неравенство выполняется тем более), можно пренебречь их перемещением относительно газа, т. е. считать $\mu_- = \mu_+ = 0$ (течение в этом случае оказывается изэнтропическим). Дисперсионное соотношение при этом принимает вид

$$-\omega^2 + a_0^2 k^2 + i\gamma E_0 e \frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0} k = 0, \quad (9)$$

где $a_0 = \left[\gamma \frac{p^0}{\rho^0} - (\gamma - 1) \frac{E_0^2}{8\pi\rho^0} \right]^{1/2}$ — термодинамическая скорость звука с учетом дополнительного электрогазодинамического давления.

Выделяя действительную и мнимую части $\omega = \text{Re } \omega + i \text{Im } \omega$, получим

$$\begin{aligned} \text{Re } \omega &= \pm \left\{ \frac{1}{2} \left[a_0^2 k^2 + \sqrt{a_0^4 k^4 + \left(\gamma E_0 e \frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0} \right)^2 k^2} \right] \right\} \simeq \\ &\simeq \pm a_0 \left[1 + \frac{1}{8k^2} \left(\gamma E_0 e \frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0 a_0^2} \right)^2 \right] k, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{Im } \omega &= \pm \left\{ \frac{1}{2} \left[-a_0^2 k^2 + \sqrt{a_0^4 k^4 + \left(\gamma E_0 e \frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0} \right)^2 k^2} \right] \right\} \simeq \\ &\simeq \pm \frac{1}{2} \frac{\gamma E_0 e (N_+^0 - N_-^0)}{\rho^0 a_0}. \end{aligned} \quad (11)$$

Разрешая дисперсионное уравнение (9) относительно волнового числа k и зафиксировав действительную частоту ω , получим декремент затухания или инкремент нарастания волны по пространству. Выделив действительную и мнимую части волнового числа ($k = k_1 + ik_2$), из (9) имеем

$$\begin{aligned} k_1 &= \pm \left\{ 4 \frac{\omega^2}{a_0^2} - \left[\frac{\gamma E_0 e (N_+^0 - N_-^0)}{\rho^0 a_0^2} \right]^2 \right\}^{1/2}, \\ k_2 &= \frac{-\gamma E_0 e (N_+^0 - N_-^0)}{2\rho^0 a_0^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Фазовая скорость распространения волны

$$c \simeq a_0 \left\{ 1 - \frac{1}{8k^2} \left[\frac{\gamma E_0 e (N_+^0 - N_-^0)}{\rho^0 a_0^2} \right]^2 \right\}. \quad (13)$$

В формулах (10), (11), (13) сделаны упрощения в предположении $\gamma E_0 e (N_+^0 - N_-^0) \ll a_0^2 \rho^0 k$ (что фактически имеет место при всех допустимых электрических полях) и рассматриваются не слишком большие волновые числа.

Из (13) видно, что скорость распространения возмущений в электрически заряженном газе отличается от скорости звука в нейтральном газе и, кроме того, зависит от длины волны (дисперсия). Амплитуда возмущений изменяется со временем и в пространстве, она может возрасти или уменьшиться в зависимости от направления электрического поля, направления распространения акустической волны и знака напряженности электрического поля параллелен направлению распространения акустической волны, а плоское пламя расположено перпендикулярно к волне, и с одной стороны от поверхности пламени находятся только отрицательные, а с другой — только положительные заряды, то в одной области будет происходить возрастание амплитуды волны, а в другой — уменьшение.

Эффекты изменения скорости звука, дисперсии и величины декремента волны в условиях (I) незначительны. Это можно видеть из следующих оценок. Пусть в ситуации, описанной выше, $N_+^0 - N_-^0 \approx 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $E_0 \approx 100 \text{ В/см}$, $p \sim 1 \text{ атм}$. Для волновых чисел $k \sim 1 \text{ см}^{-1}$ дисперсионный член в квадратных скобках в (10) по порядку величины равен 10^{-10} ; независимый от длины волны декремент затухания или инкремент нарастания волны во времени (11) равен 10^{-3} с^{-1} , а декремент затухания волны по пространству (12) порядка 10^{-5} см^{-1} . Если носителем отрицательного заряда являются не электроны, а ионы, то приведенные в этом пункте выражения справедливы для полей с напряженностью электрического поля на два-три порядка большей, чем в условии (I), в силу меньшей подвижности ионов. Подставляя для оценки $E_0 \approx 10 \text{ кВ/см}$, получим, что дисперсионный член приблизительно равен $10^{-5} \div 10^{-6}$, декремент (инкремент) волны по времени порядка 10^{-1} с^{-1} , а декремент по пространству 10^{-3} см^{-1} . Последние оценки показывают, что дисперсионные эффекты в ионной области при напряженности поля до 10 кВ/см имеют тот же порядок величины, что и дисперсионные эффекты в ультразвуковом диапазоне акустических волн, связанные с действием сил вязкости [9].

3. Если дрейфовая скорость электронов больше скорости звука c , т. е. $\mu_- E_0 > c$, то дрейфом электронов пренебречь нельзя, а дрейфовую скорость ионов можно не учитывать в силу их значительно меньшей подвижности. В этом случае дисперсия более существенна. Дисперсионное уравнение для системы волновых уравнений (7), (8) принимает вид

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 + a_0^2 k^2 & -\gamma \frac{E_0}{4\pi} \omega + i(\gamma - 1) E_0 \mu_- e N_-^0 \\ -\frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0} k \omega - E_0 \mu_- \frac{N_-^0}{\rho^0} k^2 & \frac{i}{4\pi e} \omega^2 + i \frac{\mu_- E_0}{4\pi e} k \omega - \mu_- N_-^0 \omega \end{vmatrix} = 0.$$

Выделяя высокочастотную ветвь решения, т. е. пренебрегая в дисперсионном уравнении всеми членами со степенями ω ниже четвертой, получим, что фазовая скорость распространения этой волны

$$c_v = \frac{1}{2} \left[(\gamma - 1) \frac{4\pi e^2 E_0^2 \mu_-^2 N_-^0 N_+^0}{\rho^0} \right]^{1/4} k^{-1/2}.$$

При $E_0 \approx 10^3$ В/см, $\mu_- \approx 10^3$ см²/(В·с), $N_-^0 \approx 10^9$ см⁻³, $N_+^0 \approx 10^{10}$ см⁻³, $\rho^0 \approx 10^{-3}$ г/см³, получим $c_v \approx 10^4$ см/с, если $k \sim i$ см⁻¹.

Для низкочастотной ветви

$$\operatorname{Re} \omega = -(\gamma - 1) E_0^2 \mu_-^2 e N_+^0 N_-^0 \frac{A}{A^2 + B^2} k,$$

$$\operatorname{Im} \omega = (\gamma - 1) E_0^2 \mu_-^2 e N_+^0 N_-^0 \frac{B}{A^2 + B^2} k.$$

Здесь

$$A = a_0^2 \frac{\mu_- E_0}{4\pi e} k^2 + (\gamma - 1) E_0 e \mu_- N_-^0 (N_+^0 - N_-^0),$$

$$B = \left(\gamma \frac{E_0}{4\pi} \mu_- N_+^0 + a_0^2 \mu_- N_-^0 \right) k.$$

Если разрешить дисперсионное уравнение (14) относительно k , то получим (в случае низких частот) весьма громоздкое выражение, которое, однако, можно упростить для малых и больших длин волн возмущений. Для коротких волн

$$k = \pm \left[- \frac{4\pi e^2 (\gamma - 1) N_-^0 (N_+^0 - N_-^0)}{\rho^0 a_0^2} \right]^{1/2}, \quad (15)$$

а для больших длин волн (малые k), выделяя действительную и мнимую части ($k = k_1 + ik_2$), имеем

$$k_1 = (\gamma - 1) E_0 e \mu_- N_-^0 (N_+^0 - N_-^0) \frac{C}{C^2 + D^2} \omega, \quad (16)$$

$$k_2 = (\gamma - 1) E_0 e \mu_- N_-^0 (N_+^0 - N_-^0) \frac{D}{C^2 + D^2} \omega.$$

Здесь

$$C = (\gamma - 1) E_0^2 \mu_- e N_+^0 N_-^0,$$

$$D = \left(\mu_- N_-^0 a_0^2 \rho^0 + \gamma \frac{E_0}{4\pi} \mu_- N_-^0 \right) \omega.$$

Анализ выражений (15) и (16) показывает, что короткие волны от низкочастотной ветви могут либо распространяться, либо затухать. Волновые числа длинных волн имеют действительную и мнимую части, поэтому они распространяются и затухают (или нарастают), как в рассмотренном ранее случае (формулы (11), (12)).

4. Полученные в предыдущем пункте результаты справедливы для электрически заряженного газа, в котором присутствуют оба сорта заряженных частиц — ионы и электроны либо отрицательные ионы. Если же источник зарядов — пламя, то при наложении достаточно сильного внешнего постоянного поля с каждой стороны от зоны горения присутствуют заряженные частицы лишь одного знака [1, 3, 4]. Положив в электронной области $N_+^0 = 0$, а в ионной $N_-^0 = 0$, легко получить дисперсионные уравнения из (7), (8) с каждой стороны от фронта горения. В этом случае высокочастотная ветвь в «электронной» области (точнее в области с отрицательным зарядом) имеет вид

$$\omega_b^3 - a_0^2 (\mu_- E_0 k^3 + i 4\pi e \mu_- N_-^0 k^2) - (\gamma - 1) \frac{4\pi e^2 \mu_- E_0 N_-^{02}}{\rho^0} k = 0. \quad (17)$$

Если в дисперсионном уравнении (17) выделить, как и раньше, короткие и длинные волны, то для больших k получим

$$\omega = (\mu_- E_0 a_0^2)^{1/3} k,$$

т. е. короткие волны распространяются с одной и той же скоростью и дисперсия отсутствует. Для малых значений волновых чисел (длинные волны)

$$\omega^3 = -4\pi e^2 (\gamma - 1) E_0 \mu - \frac{N^0}{\rho^0} k.$$

Скорость распространения длинных волн высокочастотной ветви зависит от длины волны возмущений.

Низкочастотная ветвь для электронной области в этом случае имеет:

$$\operatorname{Re} \omega = (ak^3 + bk)/(ck^2 + d), \quad \operatorname{Im} \omega = (fk^2 + h)/(ck^2 + d),$$

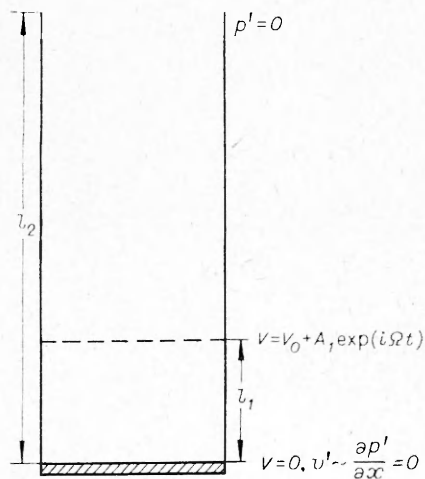
где

$$\begin{aligned} a &= a_0^2 \frac{\mu E_0}{(4\pi e)^2}, \quad b = a_0^2 \frac{E_0 \mu N^0}{4\pi \rho^0} (2\gamma - 1), \\ c &= \left(\frac{a_0^2}{4\pi e} \right)^2, \quad d = \left(\gamma \frac{E_0 N^0}{4\pi \rho^0} \right)^2, \\ f &= -a_0^4 \frac{\mu N^0}{4\pi e} - a_0^2 \frac{\gamma E_0^2 \mu N^0}{16\pi^2 e \rho^0}, \\ h &= (\gamma - 1) \gamma \frac{E_0^2 e \mu N^0}{4\pi \rho^0}. \end{aligned}$$

Разрешая дисперсионное уравнение (17) относительно k , можно, как и ранее, выделить короткие и длинные волны, однако ввиду того, что выражения для них весьма громоздки, они здесь не приведены.

Образующаяся в углеводородном пламени плазма экранирует внешнее допробойное электрическое поле так, что напряженность электрического поля вблизи от фронта горения удовлетворяет условию $\mu_+ E_0 < c$ [3,4]. Следовательно, для пламен с высокой степенью ионизации вблизи от фронта горения можно практически пользоваться дисперсионными соотношениями из пункта 2, в которых следует положить в электронной области $N_+^0 = 0$, а в ионной $N_-^0 = 0$.

5. Рассмотрим электроакустический резонатор и исследуем возможность возбуждения акустических колебаний в продуктах горения с помощью переменного электрического поля, приложенного к пламени на фоне постоянного поля. Для этого представим следующую простую физическую ситуацию (см. рисунок.) Пусть пламя, расположенное



в плоскости $x=0$, помещено в вертикальную трубу с открытым верхним концом. На расстоянии l_1 от поверхности горения расположена сетка (или кольцевой электрод), на которую подается как постоянное напряжение, необходимое для разделения зарядов в продуктах горения и создающее напряженность электрического поля E_0 , так и переменная составляющая напряжения $A_1 \exp(i\Omega t)$. Сама горелка ($x=0$) заземлена. Длина трубы l_2 .

Предположим, что приложенное напряжение не слишком велико, чтобы дрейфовая скорость заряженных частиц была меньше скорости звука, а напряженность поля вдоль оси трубы будем считать примерно постоянной.

Очевидно, последнее допущение лучше всего выполняется в области над поверхностью пламени, когда преобладают электроны [3, 4], однако при небольшой напряженности электрического поля и не очень большом расстоянии l_1 это допущение справедливо и для ионной области. Воспользовавшись результатами пункта 2, получим, что линеаризованная система уравнений электро- и газодинамики сводится к одному уравнению, которое для каждого возмущения газодинамической или электрической величины (ρ' , v' , p' , E' , V' , N') имеет вид (например, для электрического потенциала V'):

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} V' - a_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} V' + i\gamma E_0 e^{\frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0}} \frac{\partial V'}{\partial x} = 0. \quad (18)$$

Решение для V' в (18) найдем в виде суммы двух волн

$$V' = c_1 \exp[i(k_1 x - \omega t)] + c_2 \exp[i(k_2 x - \omega t)], \quad (19)$$

в которых волновые числа k_1 и k_2 находятся из дисперсионного уравнения (9)

$$k_{1,2} = \frac{-i\gamma E_0 e^{\frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0}} \pm \sqrt{4\rho^0 a_0^2 \omega^2 - [\gamma E_0 e^{\frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0}}]^2}}{2a_0^2 \rho^0}.$$

Константы $c_{1,2}$ найдем из граничных условий для V'

$$V'(0) = 0, \quad V'(l_1) = A_1 \exp(i\Omega t).$$

Чтобы удовлетворить граничным условиям, положим $\Omega = \omega$, и получим

$$c_2 = -c_1 = \frac{A_1}{\exp(ik_2 l_1) - \exp(ik_1 l_1)}. \quad (20)$$

Из (20) легко определить, что амплитуда возмущений потенциала электрического поля неограниченно возрастает при

$$\{4\rho^0 a_0^2 \omega^2 - [\gamma E_0 e^{\frac{N_+^0 - N_-^0}{\rho^0}}]^2\}^{1/2} l_1 = 2\pi n a_0^2 \rho^0, \quad (21)$$

где n — натуральное число. Используя условие (21), легко выбрать частоту внешнего поля Ω для того, чтобы построить на продуктах горения усилитель электрических колебаний.

Перейдем к рассмотрению колебаний акустических величин (например, p'), вызванных внешним электрическим полем. Для исследования возмущений акустических величин воспользуемся уравнением (7), в котором в силу приближения слабого поля (п. 2) положим $\mu_{-,+} = 0$,

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} p' - a_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} p' = \frac{E_0}{4\pi} \left[(1 - \gamma) \frac{\partial^2 E'}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2 E'}{\partial x^2} \right]. \quad (22)$$

Поскольку $E' = -\partial V' / \partial x$, из (19) и (20) находим

$$E' = -\frac{A_1 i \exp(-i\Omega t)}{\exp(ik_2 l_1) - \exp(ik_1 l_1)} [k_1 \exp(ik_1 x) - k_2 \exp(ik_2 x)]$$

и правая часть уравнения (22) приобретет вид

$$d_1 \exp[i(k_1 x - \Omega t)] + d_2 \exp[i(k_2 x - \Omega t)].$$

Здесь приняты обозначения

$$d_{1,2} = \frac{E_0}{4\pi} \frac{\pm A_1 i k_{1,2}}{\exp(ik_2 l_1) - \exp(ik_1 l_1)} [(\gamma - 1) \Omega^2 + a_0^2 k_{1,2}^2].$$

Решение уравнения (22) ищем в виде суммы однородного и частного решений неоднородного уравнения

$$p' = c_3 \exp[i(k_1 x - \omega t)] + c_4 \exp[i(k_2 x - \omega t)] + c_5 \exp[i(k_1 x - \omega t)] + c_6 \exp[i(k_2 x - \omega t)],$$

где $\kappa_{1,2}$ определяются из однородного уравнения

$$\kappa_{1,2} = \pm \omega/a_0.$$

Легко получить, что в частном решении константы

$$c_{5,6} = \frac{a_{1,2}}{-\Omega^2 + a_0^2 k_{1,2}^2} = \frac{E_0}{4\pi} \frac{\pm A_1 i k_{1,2}}{\exp(ik_2 l_1) - \exp(ik_1 l_1)} \left[1 + \frac{\gamma \Omega^2}{-\Omega^2 + a_0^2 k_{1,2}^2} \right].$$

Для определения констант c_3 и c_4 необходимо удовлетворить граничным условиям для данной физической ситуации

$$p'(l_2) = 0, \quad v'(0) \sim \partial p'(0)/\partial x = 0,$$

$$c_4 = \frac{-k_1 c_5 - k_2 c_6 + \kappa_1 (c_5 e^{ik_1 l_2} + c_6 e^{ik_2 l_2}) e^{-i\kappa_1 l_1}}{-\kappa_1 [1 - \exp(-2i\kappa_1 l_2)]}. \quad (23)$$

Соответственно c_3 получаем заменой κ_1 на $\kappa_2 = -\kappa_1$. Из (21) и (23) видно, что существуют возможности: а) получить резонанс электрических колебаний (21), которые приводят к генерированию акустических возмущений, несмотря на невыполнение условия акустического резонанса; б) построить чисто акустический резонатор (обращается в нуль знаменатель в (23)), для которого электрические колебания — лишь источник газодинамических возмущений.

В заключение отметим, что взаимодействие акустических и электрических колебаний при горении было предметом экспериментальных исследований в работах [10, 11], где изучено воздействие постоянного и управляемого переменного электрического поля на низкочастотные колебания газового пламени модельных конденсированных систем.

Институт прикладной механики
АН СССР,
Москва

Поступила в редакцию
10/IX 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Lawton, F. J. Weinberg. Electrical Aspects of Combustion. Clarendon Press, Oxford, 1969.
2. Е. М. Степанов, Б. Г. Дьячков. Ионизация в пламени и электрическое поле. М., «Металлургиздат», 1968.
3. Н. И. Кидин, В. Б. Либрович. — В сб.: Физика горения и методы ее исследования. Вып. 6. Чебоксары, ЧГУ им. И. Н. Ульянова, 1976.
4. Н. И. Кидин. Канд. дис., МФТИ, М., 1975.
5. В. В. Гогосов, В. А. Полянский. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, 3, 137.
6. В. В. Гогосов, В. А. Полянский и др. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, 2, 31.
7. J. Melcher, G. Taylor. Annual Review of Fluid Mech., 1969, 1, 111.
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
9. Л. Бергман. Ультразвук. М., ИЛ, 1957.
10. С. А. Аbruков, А. Е. Давыдов и др. IV Всесоюз. симп. по горению и взрыву (аннотации докладов). Черноголовка, 1974, 34.
11. С. А. Аbruков, Н. А. Исаев и др. ФГВ, 1975, 11, 1, 126.