ЛИТЕРАТУРА

1. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
2. **Carroll M. M., Holt A. C.** Steady waves in ductile porous solids.—«J. Appl. Phys.», 1973, vol. 44, N 10.
3. **Holt A. C., Carroll M. M., Butcher B. M.** Application of a new theory for the pressure-induced collapse of pores in ductile materials.— In: Proc. of Int. Symp. «Pore Structure and Properties of Materials», Vol. 5. Prague, Academia, 1974.
4. **Butcher B. M., Carroll M. M., Holt A. C.** Shock wave compaction of porous aluminum.— «J. Appl. Phys.», 1974, vol. 45, N 9.
5. **Белинский И. В., Христофоров Б. Д.** Вязкость NaCl при ударном сжатии.—ПМТФ, 1968, № 1.
6. **Ляхов Г. М.** Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., «Недра», 1974.
7. **Григорян С. С., Ляхов Г. М., Паршуков П. А.** Сферические взрывные волны в грунтах по измерениям напряжений и деформаций.— ПМТФ, 1977, № 1.
8. **Ляхов Г. М., Охитин В. Н.** Плоские волны в нелинейных вязких многокомпонентных средах.— ПМТФ, 1977, № 2.
9. **Carroll M. M., Holt A. C.** Static and dynamic pore-collapse relation for ductile porous materials.— «J. Appl. Phys.», 1972, vol. 43, N 4.
10. **Грин Р. Дж.** Теория пластичности пористых тел.— Сб. пер. Механика, 1973, № 4.
11. **Кошелев Э. А.** О развитии камуфлетной полости при взрыве в мягком грунте.— ПМТФ, 1975, № 2.
12. **Bhatt J. J., Carroll M. M., Schatz J. F.** A spherical model calculation for volumetric response of porous rocks. — «Trans. ASME», 1975, E42, N 2.
13. **Дунин С. З., Сироткин В. К., Сурков В. В.** О распространении пластических волн в пористых средах.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1978, № 3.

УДК 539.374

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛН СЖАТИЯ И РАЗРЕЖЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ

В. М. Фомин, Э. М. Хакимов

(*Новосибирск*)

Рассматриваются различные возможности математического описания поведения среды при динамическом деформировании как упругопластических [1—7], так и нелинейных вязкоупругопластических моделей, учитывающих микроструктурные механизмы пластичности [8—11].

1. **Основные уравнения и соотношения, определяющие процесс.** Среда, по которой распространяются волны сжатия и разрежения, принимается изотропной. Состояние этой среды характеризуется распределением тензоров деформаций ε_i и напряжения σ_i, вектором скорости u и внутренней энергией E. Здесь $i = 1, 2, 3$ есть главные оси тензоров напряжения и деформаций. Тензор приращения деформации представим в виде суммы $\dot\varepsilon_i = \dot\varepsilon_i^e + \dot\varepsilon_i^p$, где ε_i^e, ε_i^p — упругие и пластические тензоры деформаций соответственно. Упругое деформирование характеризуется зависимостью $\dot\sigma_i = \lambda\dot\delta + 2\mu\dot\varepsilon_i^e$ $(i = 1, 2, 3)$, где $\dot\delta = \sum\limits_{i=1}^{3}\dot\varepsilon_i$; λ и μ — параметры Ламэ и пластические составляющие удовлетворяют условию $\sum\limits_{i=1}^{3}\dot\varepsilon_i^p = 0$. Точка означает производную по времени вдоль траектории элемента среды.

Соотношения для приращения гидростатического давления, максимального значения касательных напряжений и главного значения тензора пластической деформации имеют вид

$$\dot{p} = \frac{\dot{\sigma}_1 + 2\dot{\sigma}_2}{3}, \ \dot{\tau} = \frac{\dot{\sigma}_1 - \dot{\sigma}_2}{2}, \ \dot{\varepsilon}^p = \frac{\dot{\varepsilon}_1^p - \dot{\varepsilon}_2^p}{2} = \frac{3}{4}\dot{\varepsilon}_1^p.$$

Выделяя одноосное напряженное состояние, где

$$\dot{\sigma}_2 = \dot{\sigma}_3 = 0, \ \dot{\sigma}_1 \neq 0, \ \dot{\varepsilon}_1 \neq 0, \ \dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_3 \neq 0,$$

находим

$$\dot{\varepsilon}_2^e = -\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}\dot{\varepsilon}_1^e, \ \dot{\sigma}_1 = E_0\left(\dot{\varepsilon}_1 - \frac{4}{3}\dot{\varepsilon}^p\right), \ E_0 = \frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu},$$

$$\dot{\tau} = \dot{\sigma}_2/2, \ P = \dot{\sigma}_1/3.$$

Аналогично для одноосного деформированного состояния

$$\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_3 = 0, \ \dot{\varepsilon}_1 \neq 0, \ \dot{\sigma}_1 \neq 0, \ \dot{\sigma}_2 = \dot{\sigma}_3 \neq 0$$

получим

$$\dot{\sigma}_1 = (\lambda + 2\mu)\dot{\varepsilon}_1 - (8/3)\mu\dot{\varepsilon}^p, \ \dot{\sigma}_2 = \lambda\dot{\varepsilon}_1 + (4/3)\mu\dot{\varepsilon}^p,$$

$$\dot{\tau} = \mu(\dot{\varepsilon}_1 - 2\dot{\varepsilon}^p), \ \dot{p} = K\dot{\varepsilon}_1, \ K = (3\lambda + 2\mu)/3. \tag{1.1}$$

В процессе движения сплошной среды должны выполняться законы сохранения массы, количества движения и энергии, которые в координатах Лагранжа (h) имеют вид

$$\partial\varepsilon_1/\partial t = -\partial u/\partial h, \ \rho_0\partial u/\partial t = -\partial\sigma_1/\partial h, \ \rho_0\partial E/\partial t = \sigma_1\partial\varepsilon_1/\partial t, \tag{1.2}$$

где t — время; ρ_0 — начальная плотность среды. Деформация и напряжения определены положительными для сжатого состояния. В зависимости от рассматриваемой задачи необходимо выбирать соответствующее одноосное состояние.

Система уравнений (1.2), описывающая процессы распространения и взаимодействия волн сжатия и разрежения, не замкнута. Так как в дальнейшем будем изучать распространение сильных ударных волн в металлах, то, следуя работам [12, 13], калорическое уравнение состояния представим в аддитивной форме [14]

$$p = p_x + p_R + p_e, \ E = E_x + E_R + E_e, \tag{1.3}$$

где

$$p_x = \frac{k}{\gamma}[(\rho/\rho_0)^\gamma - 1]; \ E_x = \int_{\rho_0}^{\rho} p_x(\rho)\,d(1/\rho);$$

$$p_R = \Gamma_R E_R \rho; \ E_R = c_V(T - T_0) + E_0;$$

$$p_e = \Gamma_e E_e \rho; \ E_e = \frac{1}{2}\beta_0(\rho_0/\rho)^{\Gamma_e}T^2.$$

Здесь Γ_R — параметр Грюнайзена, который в общем случае может зависеть от $v = 1/\rho$; Γ_e — коэффициент, определяющий отношение теплового давления электронов и плотности их тепловой энергии; c_V — удельная теплоемкость; k, γ, E_0, β_0 — постоянные величины, характеризующие свойства конкретной среды.

Для оценки влияния составляющих, входящих в (1.3), были проведены расчеты соотношений на ударной волне для алюминия, меди, железа и свинца. Начальное состояние соответствует $p = 0$, $T = 293$ К, $\rho/\rho_0 = 0{,}987$. Коэффициент Грюнайзена в данном случае вычисляется по формуле [12] при $E_0 = 0{,}161$ Дж/г, $k = 764$ кбар, $\gamma = 4{,}1$, $\beta_0 = 0{,}5$, $\Gamma_e = 0{,}5$, $p = 1$ ат, $T = 20$°С.

Анализ результатов расчетов позволяет сделать вывод, что при скоростях нагружения $u_0 \leqslant 4$ км/с вкладом тепловых составляющих в p и E можно пренебречь, что нельзя делать при более высоких скоростях взаимодействия.

Замыкает математическую модель среды уравнение пластического течения, которое определяет зависимость скорости пластического течения $\dot{\varepsilon}^p$ от остальных характеристик среды (в частности, сдвигового напряжения τ, температуры T и т. д.).

Так, для одноосного деформированного состояния могут быть предложены следующие модели:

гидродинамическая ($\tau = 0$)

$$\dot{\varepsilon}^p = (1/2)\dot{\varepsilon}_1;$$

упругая

$$\dot{\varepsilon}^p = 0;$$

упругопластическая

$$\dot{\varepsilon}^p = (1/2)(\dot{\varepsilon} - \dot{Y}/\mu) \text{ для } \tau \geqslant Y,$$
$$\dot{\varepsilon}^p = 0 \text{ для } \tau < Y,$$

где Y — предел текучести среды—может быть функцией от ρ, p T, ε^p и других параметров среды. Так, для $Y = Y_0 = \mathrm{const}$ имеем модель идеальной пластичности

$$\tau = \begin{cases} \mu(\varepsilon - 2\varepsilon^p), & \tau < Y_0, \\ Y_0, & \tau \geqslant Y_0; \end{cases}$$

дислокационная модель

$$\dot{\varepsilon}^p = bN_{д}v_{д},$$

где b — вектор Бюргерса; $N_{д} = \varphi(\varepsilon^p)$ — плотность подвижных дислокаций; $v_{д} = \Phi(\tau, p, E)$ — скорость перемещения дислокаций. Конкретный вид функциональных зависимостей φ, Φ и Y будет фиксирован ниже.

2. Математическая постановка задачи о соударении двух пластин. Метод решения. Задача о соударении пластин является той модельной задачей, решение которой позволяет получить информацию о динамической сжимаемости материала и взаимодействии ударных волн с волнами разгрузки. С другой стороны, процессы, возникающие при соударении двух пластин, легко реализуемы в экспериментах.

Пластина толщины l со скоростью u_0 ударяется о поверхность другой пластины толщиной $L \gg l$, удар по нормали. Длины пластин выбираем много больше толщин, что позволяет изучать физический процесс в одномерном приближении. В общем случае материалы пластин различны.

Таким образом, данная задача математически формулируется следующим образом: найти функции u, σ_1, ε_1, ε^p, σ_2, τ, p, E, $T \in C^1(D_z)$, удовлетворяющие в $D_z = \{-l \leqslant h \leqslant L,\ 0 \leqslant t < \infty\}$ системе дифференциальных уравнений (1.1)— (1.3) и одной из зависимостей $\dot{\varepsilon}^p(\tau, p, E)$ с начальными

$$u = \begin{cases} u_0 > 0, & -l \leqslant h < 0, \\ 0, & 0 \leqslant h \leqslant L \end{cases}$$

и граничными условиями

$$\sigma_1(t, -l) = 0,\ \sigma_1(t, L) = 0,\ t > 0.$$

Поставленная задача только для очень частных видов уравнений состояния решена аналитически, а наиболее практически интересный случай рассмотрен в работе [15]. Здесь получено решение задачи в приближении малости девиаторной компоненты напряжений по сравнению со скачком напряжения на фронте ударной волны. Аналитическое рассмотрение процесса в общем случае затруднительно. Поэтому представляет интерес численное решение задачи без ограничения на математическую модель среды и параметры соударения. Такой численный расчет проведен по разностной схеме сквозного счета типа Уилкинса. Искусственная вязкость выбрана в виде

$$q = \left(q_1\rho_0 c_0 + q_2\rho_0 \left|\frac{\partial u}{\partial h}\right|\right)\frac{\partial u}{\partial h},\quad q_1 = q_1^0 \Delta h,\quad q_2 = \frac{q_2^0}{\pi^2}(\Delta h)^2,$$

где Δh — шаг лагранжевой сетки; $q_1^0 = 0{,}2$; $q_2^0 = 5{,}0$.

Значения коэффициентов q_1^0 и q_2^0 выбирались из условия размазывания ударных фронтов на 3—4 расчетные ячейки при отсутствии счетных осцилляций за фронтом волны. Процесс распространения и взаимодействия ударных волн разгрузки, как показали результаты расчетов, зависит не только количественно, но и качественно от выбранной математической модели. Это связано в первую очередь со сложной структурой волн.

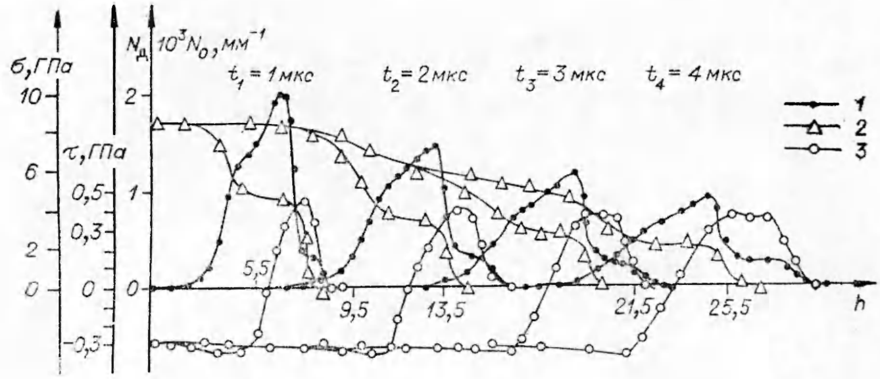
Проведенные расчеты данной задачи в упругопластическом приближении по вышеописанному алгоритму при $\nu = \mathrm{const}$ (коэффициент Пуассона), $K = p(\rho, T)/\varepsilon_1$, $Y = Y(p)$ и $Y = Y(\varepsilon^p)$ для алюминия качественно полностью совпадают по волновым картинам явлений с результатами работ [6, 7, 15]. Скорости соударения варьировались в диапазоне от 0,1 до 5 км/с.

3. Результаты расчетов. Остановимся более подробно на результатах, полученных при описании среды по дислокационной модели. Конкретные зависимости $\varphi(\varepsilon^p)$ и $\Phi(\tau, p, E)$ взяты в виде

$$\frac{dN_{\text{д}}}{dt} = M\,|\dot{\varepsilon}^p|,\quad N_{\text{д}}|_{t=0} = N_{\text{с}}, \tag{3.1}$$

$$v_{\text{д}} = \begin{cases} c_1 \exp\left(-\dfrac{\tau_1}{|\tau| - \tau^*}\right), & |\tau| > \tau^*, \\ 0, & |\tau| \leqslant \tau^*, \end{cases}$$

где M — коэффициент размножения дислокаций (постоянная); c_1 — сдвиговая скорость звука; τ_1 — коэффициент скольжения; τ^* — величина порогового значения сдвигового напряжения, ниже которого все дислокации в среде неподвижны. Обобщение формул (3.1) по сравнению с известными



Фиг. 1

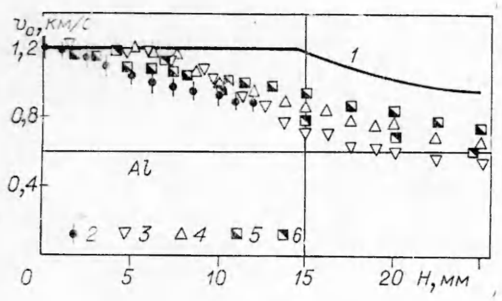
[8—10] состоит в том, что они будут справедливы не только для нагрузки, но и для разгрузки. При этом следует заметить, что плотность дислокаций будет увеличиваться не только на волне сжатия, но и на волне разрежения.

На фиг. 1 приведены профили напряжения $\sigma_1 = \sigma_1(h)$ в различные моменты времени (кривая *1*) при $u_0 = 1{,}2$ км/с, $l = 1{,}5$ мм и параметрах материала: $b = 2{,}86 \cdot 10^8$ см, $N_0 = 3{,}75 \cdot 10^6$ см^2, $M = 7{,}8 \cdot 10^{10}$ см^2, $c_1 = 3{,}2$ км/с, $\tau^* = 2{,}5$ кбар, $\tau_1 = 5$ кбар, $\rho_0 = 2{,}787$ г/см^3. В начальный момент времени от границы контакта $h = 0$ в разные стороны распространяются ударные волны двухволновой структуры, передние фронты которых перемещаются со скоростью упругих волн, а за ним с меньшей скоростью распространяются пластические волны сжатия, переводящие параметры среды в конечное состояние, соответствующее скорости соударения. Амплитуда и скорость пластической волны существенно зависят от скорости соударения. Вследствие эффекта задержки текучести переход в пластическое состояние среды осложняется тем, что напряжение за упругим предвестником превышает Y_0 и изменяется во времени.

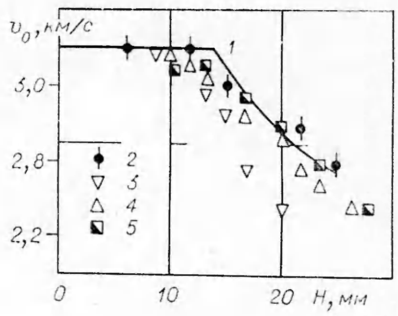
От свободной поверхности ударника ($h = -l$) волны сжатия отражаются соответственно упругой и пластической волнами разгрузки. Так как упругая волна разгрузки распространяется по предварительно нагруженному материалу, то через некоторый промежуток времени она догонит фронт пластической волны сжатия. В результате их взаимодействия амплитуда пластической волны сжатия уменьшится, а упругая волна разгрузки отразится от пластического фронта в виде упругой волны сжатия, которая будет перемещаться от точки взаимодействия в сторону пластической волны разгрузки. В дальнейшем эта упругая волна взаимодействует с пластической волной разгрузки. В результате этого распада разрыва возникает отраженная волна разгрузки, которая вновь догоняет пластическую волну нагрузки и уменьшает ее интенсивность. В последующие моменты времени весь процесс повторяется аналогично вышеописанному.

В дислокационной модели пластического деформирования вследствие задержки текучести интенсивность волны упругой разгрузки будет больше, чем интенсивность упругой волны разгрузки, вычисленной в упругопластическом приближении. Это приводит к более быстрому затуханию фронта пластической волны разгрузки.

Важное значение имеют простейшие экспериментальные исследования, позволяющие не только понять качественную картину явления, но и в результате сравнения с данными численных экспериментов выяснить влияние определяющих параметров математических моделей. Для этой



Ф и г. 2

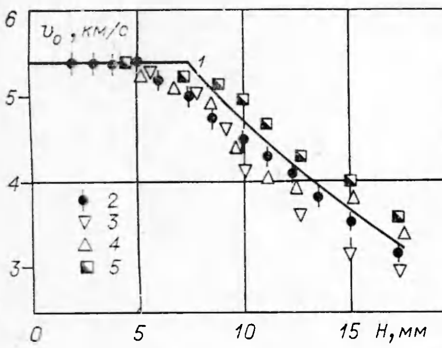


Ф и г. 3

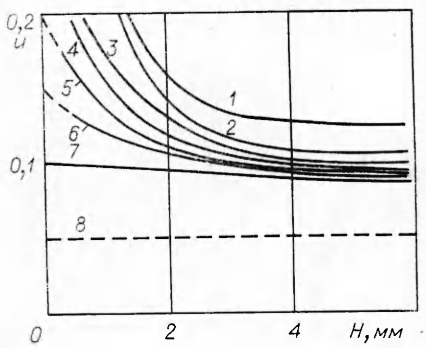
цели были проведены серии расчетов поставленной задачи по четырем математическим моделям. Результаты по затуханию максимума скорости свободной поверхности преграды в зависимости от ее толщины приведены на фиг. 2—4. Во всех рассмотренных математических моделях в формулах (1.3) пренебрегалось вкладом электронных составляющих p_e и E_e по сравнению с p_x, p_R и E_x, E_R. Материалом преграды и ударника выбирался алюминий, хотя общая качественная картина имеет место для меди и железа. В модели идеальной пластичности считается $\nu = \lambda/2(\lambda + \mu) = \mathrm{const}$, $K = (3\lambda + 2\mu)/3 = p(\rho, T)/\varepsilon_1$, $Y = Y_0 = \mathrm{const}$, а в упругопластической модели с упрочнением принимается $Y = Y_0 + \alpha_1 p - \alpha_2 p^2$, где α_1 и α_2 — постоянные. Численные значения констант моделей материала ударника и преграды приведены в таблице.

По гидродинамической теории (кривая *1*, фиг. 2—4) процесс затухания имеет монотонный характер и начинается позднее. Это связано с тем, что диссипация энергии в этом случае меньше, чем в остальных (точки *2* — результаты экспериментов из работ [16—18]). Наибольшее количественное расхождение имеет место в диапазоне относительно малых скоростей удара, т. е. в том диапазоне скоростей нагружения, где эффекты, возникающие от наличия сдвиговых напряжений, наиболее существенны. Так, уже при $u_0 = 5{,}4$ км/с все математические модели дают результаты близкие, т. е. в пределах погрешности эксперимента.

Сравнение экспериментальных данных [16—18] с результатами расчетов показывает, что начало затухания существенно определяется скоростью движения фронтов упругой разгрузки и пластической нагрузки,



Ф и г. 4



Ф и г. 5

Номер фигуры	Параметры ударника		Модели														
			гидродинамическая						упругопластическая				дислокационная				
	u_0, км/с	l, мм	ρ_0, г/см³	K, кбар	γ	E_0, Дж/г	c_V, Дж/(г·град)	Γ_R	ν	Y_0, кбар	α_1	α_2, 1/кбар	b, см	N_0, см$^{-2}$	M, см$^{-2}$	τ_1, кбар	τ^*, кбар
2	1,2	1,5	2,787	764	4,1	161	0,896	2,088	0,33	2,5	0,056	0,002	$2{,}86\cdot10^{-8}$	$3{,}75\cdot10^{6}$	$7{,}80\cdot10^{10}$	15,0	2,5
3	3,2	3,0															
4	5,4	2,0															

а величина затухания зависит от амплитуды волны упругой разгрузки. Введение дополнительных параметров α_1 и α_2 упругопластической модели с упрочнением (точки *3*, фиг. 2—4) позволяет учесть зависимость механических свойств среды от давления.

Поэтому картина затухания ударной волны при взаимодействии его с волной разгрузки находится в лучшем соответствии с экспериментальными результатами, чем расчеты по гидродинамической модели или по модели идеальной пластичности (точки *4*, фиг. 2—4). Из данных фиг. 2—4 видно, что процесс затухания в рассмотренном диапазоне скоростей соударения лучше описывается по моделям, учитывающим физическую теорию пластичности, т. е. дислокационным, выраженным формулами (3.1) (точки *5*).

Необходимо отметить, что общепринятая дислокационная модель не является полной с физической точки зрения. Скольжение дислокаций с определенной скоростью $v_д$ приводит не только к пластическому течению в рассматриваемой точке, но и к перемещению дислокации. В результате переход среды из упругого состояния в пластическое может осуществляться не только за счет размножения дислокации, но и вследствие наличия потока дислокации (диффузии пластичности). Для математического описания кинетики дислокации необходимо учитывать распределение их по скоростям скольжения и векторам Бюргерса. В простейшем случае плотность дислокации можно представить в виде суммы плотностей положительных и отрицательных дислокаций, имеющих одинаковые, но противоположно направленные скорости $N_д = N_+ + N_-$. Предположим, что размножение дислокации разного знака происходит одинаково и скольжение их имеет место только в плоскости максимального касательного напряжения. Это дает следующие кинетические уравнения:

$$\frac{dN_+}{dt} + \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\partial}{\partial h}(N_+v_д) = \frac{M}{2}\left|\frac{d\varepsilon^p}{dt}\right|,$$

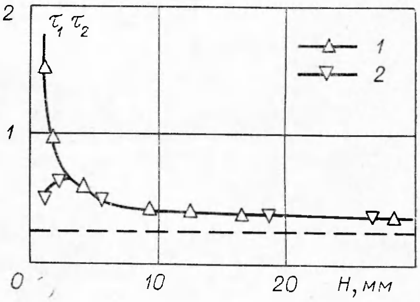
$$\frac{dN_-}{dt} - \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\partial}{\partial h}(N_-v_д) = \frac{M}{2}\left|\frac{d\varepsilon^p}{dt}\right|,$$

$$\frac{d\varepsilon^p}{dt} = b(N_+ + N_-)v_д,$$

$$v_д = \begin{cases} c_1\exp(-\tau_1/(|\tau| - \tau^*)), & |\tau| > \tau^*, \\ 0, & |\tau| \leqslant \tau^*. \end{cases}$$

Расчеты по этой модели с учетом кинетики дислокаций (фиг. 2, точки *6*) хорошо соответствуют экспериментальным результатам.

Детальная картина поведения основных параметров в дислокационной модели, описываемой формулами (3.1), приведена на фиг. 1, где распределения $N_д(h)$, $\tau(h)$ обозначены соответственно кривыми *2*, *3* на четыре различных момента времени. Видно, что фронт волны плотности подвижных дислокаций имеет двухступенчатую конфигурацию и, как было заложено в теории, растет четко, коррелируя с волной нагрузки и разгрузки. Причем начало увеличения $N_д$ совпадает с максимумом в упругом предвестнике.



Фиг. 6

Для исследования скорости соударения на эффекты запаздывания текучести алюминия была численно решена классическая задача о распространении в среде волны сжатия в следующей постановке: найти функции u, σ_1, σ_2, ε_1, ε^p, τ, p, E, $T \in C^1(D_z)$, удовлетворяющие в $D_z = \{0 \leqslant h < \infty,\ 0 \leqslant t < \infty\}$ системе уравнений (1.1)—(1.3), (3.1) с начальными $u = \sigma_1 = \sigma_2 = \varepsilon_1 = \varepsilon^p = 0$ $\forall h$ и граничными условиями $u = u_0 > 0$ при $h = 0$, $t \geqslant 0$.

Решение находится численным методом, аналогичным использованному в предыдущей задаче. Основные параметры среды, которые были приняты в модели, приведены в таблице. На фиг. 5 представлены полученные расчетом кривые затухания массовой скорости за упругим предвестником при его распространении в алюминии для разных скоростей нагружения (*1* — $u_0 = 2{,}0$; *2* — 1,5; *3* — 1,0; *4* — 0,5; *5* — 0,4; *6* — 0,3; *7* — 0,2 км/с). Затухание упругого предвестника в данной модели объясняется взаимодействием упругой волны сжатия с волной разгрузки, возникающей сразу за упругим предвестником за счет релаксации напряжений. В результате этого взаимодействия следует, что через некоторый промежуток времени амплитуда волны упругого предвестника не будет зависеть от скорости u_0 и все параметры выйдут на асимптотики, соответствующие модели идеальной пластичности, т. е.

$$u_0 = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}(\rho/\rho_0 - 1)},\quad \rho = \rho_0\left(1 + \frac{4/3\cdot Y_0}{(\gamma - 1)\, p_0}\right)^{1/\gamma},$$

$$\sigma = 3\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\, p_0\left[(\rho/\rho_0)^{\gamma} - 1\right],$$

$\rho_0 = 2{,}785$ г/см^3, $p_0 = 149{,}8$ кбар, $\gamma = 5{,}1$, $Y_0 = 2{,}5$ кбар.

Для каждой точки пространства может быть построена зависимость $\sigma(\varepsilon)$. Такая зависимость неоднозначна и на рассматриваемом интервале изменения параметров будет иметь точки локального максимума и минимума, численное значение которых зависит от скорости нагружения. Соответствующие этим точкам сдвиговые напряжения τ_1 (кривая *1*) и τ_2 (кривая *2*) в зависимости от расстояния h для $u_0 = 1$ км/с приведены на фиг. 6. Видно, что разница между этими величинами быстро уменьшается и затем τ_1 и τ_2 асимптотически стремятся к величине статического предела текучести, обозначенной на фиг. 6 штриховой линией.

Таким образом, проведенное исследование позволяет сделать вывод о применимости предложенных математических моделей для расчетов упругопластических процессов в широком диапазоне деформирования.

Поступила 18 IX 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fowles G. R.** Shock wave compression of hardened and annealed 2024 aluminum.— «J. Appl. Phys.», 1961, vol. 32, N 8.
2. **Cm-Hung Mok.** Effects of solid strength on the propagation and attenuation of spherical and plane shock waves.— «J. Appl. Phys.», 1968, vol. 36, N 4.
3. **Коротких Ю. Г., Николаев О. П.** Численное исследование динамических свойств материалов.— В кн.: Методы решения задач упругости и пластичности. Вып. 4. Горький, 1971.
4. **Уилкинс М. Л.** Расчет упругопластических течений.— В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М., «Мир», 1967.
5. **Богомолов Л. А., Гриднева В. А., Хорев И. Е.** О высокоскоростном соударении твердых тел с одинаковыми физическими параметрами.— ПМТФ, 1971, № 3.
6. **Симонов И. В.** Удар пластинки по упругопластическому полупространству, численное исследование.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1974, № 2.
7. **Симонов И. В., Чекин Б. С.** Высокоскоростное соударение железных пластин.— ФГВ, 1975, № 2.
8. **Gilman J. J.** Dislocation dynamics and the response of materials to impact.—«Appl. Mech. Rev.», 1968, vol. 21, N 8. Рус. пер.— сб. Механика, 1970, N 2.
9. **Kuriama S., Kawata K.** Propagation of stress wave with plastic deformation on metal obeying the constitutive equation of the Johnston — Gilman type.— «J. Appl. Phys.», 1973, vol. 44, N 8.
10. **Нигматулин Р. И., Холин Н. Н.** К модели упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1974, № 4.
11. **Гулидов А. И., Фомин В. М., Яненко Н. Н.** Структура волн сжатия в неупругих средах.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1975, № 5.
12. **Dugdale J. S., Mc Donald D.** The thermal expansion of solids.— «Phys. Rev.», 1953, vol. 89, N 4.
13. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
14. **Альтшулер Л. В., Кормер С. Б., Баканова А. А., Трунин Р. Ф.** Уравнения состояния алюминия, меди и свинца для областей высоких давлений.— ЖЭТФ, 1960, т. 38, № 3.
15. **Флитман Л. М.** Удар пластинки по упругопластическому полупространству.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1974, № 2.
16. **Curran D. R.** Nonhydrodynamic attenuation of chock waves in aluminum.— «J. Appl. Phys.», 1963, vol. 34, N 9.
17. **Erkman J. O., Christensen A. B.** Attenuation of shock waves in aluminum.— «J. Appl. Phys.», 1967, vol. 38, N 13.
18. **Новиков С. А., Синицына Л. М.** О влиянии давления ударного сжатия на величину критического напряжения сдвига в металлах.— ПМТФ, 1970, № 6.

УДК 539.21

К РАСЧЕТУ КОЭФФИЦИЕНТА ГРЮНАЙЗЕНА

В. В. Поляков, Е. А. Щеголев

(Барнаул, Томск)

Анализ и интерпретация экспериментальных данных по статическому и ударному сжатию твердых тел и теоретическое описание их поведения под давлением существенным образом связаны с определением коэффициента Грюнайзена. Расчет коэффициента Грюнайзена по уравнениям состояния или ударным адиабатам обычно осуществляется на основе модельных представлений о силах связи в рассматриваемом веществе [1,2]. В то же время для исследования материалов со сложной внутренней структурой, в том числе сплавов, композиционных материалов, горных пород, желательно определение коэффициента Грюнайзена, свободное от конкретных предположений о силах связи. В данной работе проведен расчет коэффициента Грюнайзена по данным статического и ударного сжатия, непосредственно не использующий конкретные физические модели.