

ТЕПЛОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ФРОНТОВ ПЛАМЕНИ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В КАНАЛАХ С ПРОТИВОПОЛОЖНО НАПРАВЛЕННЫМИ ПОТОКАМИ ГАЗА

Р. В. Фурсенко, С. С. Минаев, В. С. Бабкин

Институт химической кинетики и горения СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлена одномерная нестационарная модель распространения двух фронтов пламени предварительно перемешанной смеси газов в узких плоских каналах с учетом теплового взаимодействия пламен через разделяющую стенку. Рассмотрен случай, когда потоки газа в каналах противоположно направлены и равны по величине. Показано, что обмен теплом через теплопроводящую стенку, разделяющую плоские каналы, ведет к появлению ряда характерных особенностей. Рассматриваемая схема фильтрационного горения газов может быть названа схемой горения со встречной фильтрацией и является новой разновидностью систем с избытком энтальпии. Показано, что даже при наличии теплопотерь через внешние стенки системы температура на фронте волн горения может превышать адиабатическую температуру свободного плоского пламени с тем же составом горючей смеси. Из решения задачи получены зависимости скорости волн горения от расстояния между ними, и исследовано динамическое поведение волн горения. Найдена область параметров задачи, при которых возможна автостабилизация волн горения.

ВВЕДЕНИЕ

Фильтрационное горение газов в пористых средах имеет ряд характерных особенностей, важных для практических приложений в энергетике, в области пожаровзрывобезопасности и в химических производствах [1–3]. Основные положения теории фильтрационного горения газов в пористых средах разработаны в работах [4, 5], в которых была создана одномерная двухтемпературная модель фильтрационного горения. Инертная пористая среда в этих работах моделировалась системой прямых узких трубок в инертном материале, заполненных горючим газом. В предельном случае модель сводилась к описанию волны горения в одной трубке с теплопроводящими стенками при наличии потока горючего газа. Ряд новых свойств волн горения в такой системе вызван рекуперацией тепла через теплопроводящие стенки трубки из зоны продуктов горения в область свежего газа. Рекуперация тепла приводит к избытку энтальпии в системе [1].

В обзорной работе [1] можно найти схемы различных технических устройств, в которых в той или иной мере используется принцип избытка энтальпии. В данной работе предлагается модель, описывающая волны горения

в системе со встречной фильтрацией газа. Простейшее устройство с использованием схемы горения со встречной фильтрацией может представлять собой две коаксиальные цилиндрические трубки с противоположно направленными потоками предварительно перемешанной смеси газов. Внутри трубок происходит горение. Модель, рассматриваемая в данной работе, описывает распространение двух фронтов газового пламени в узких плоских каналах с учетом их теплового взаимодействия через разделяющую стенку. Потоки газа в каналах противоположно направлены и равны по величине. Показано, что обмен теплом через теплопроводящую стенку, разделяющую плоские каналы, ведет к появлению ряда новых характерных особенностей при распространении волн горения. Особое внимание в данном исследовании уделено поиску условий, при которых возможна стабилизация волн горения, поскольку стационарные состояния, на наш взгляд, наиболее интересны с практической точки зрения.

Как и в работах [4–6], в данном исследовании не учитываются поперечное распределение температуры относительно стенок, искривление пламени и реальная газодинамика потока. Считается, что теплообмен между газом и стенками канала происходит по закону Ньютона. В этих приближениях из полной си-

Работа выполнена при частичной поддержке INTAS (грант 96–1173) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98–03–32308).

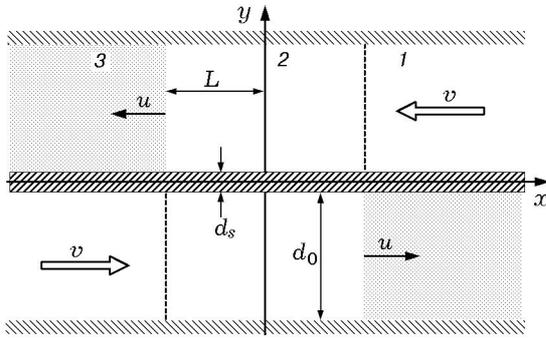


Рис. 1. Схема пламени:

1, 2 — области свежей смеси, 3 — область продуктов горения в верхней трубке; фронты пламени находятся на расстоянии $2L$ друг от друга и расположены на границе между областями 2 и 3 в верхней трубке и 1, 2 — в нижней

стемы уравнений, описывающей распространение пламен в каналах с противоположно направленными потоками газа, получено неявное уравнение для скоростей волн горения в зависимости от расстояния между ними. Оно имеет частные решения, описывающие распространение пламени в режиме высокой скорости, как в модели [6], и в режиме низкой скорости, как в модели фильтрационного горения в пористой среде [4], а также описывающие стабилизацию волн горения. Математическая модель, рассматриваемая в данной работе, является обобщением модели фильтрационного горения газа в пористой среде [4, 7] на случай встречной фильтрации газа.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Схема распространения волн горения в двух плоских каналах приведена на рис. 1. Расстояние между стенками каналов одинаково и равно d_0 , толщина центральной пластины — d_s . Предварительно перемешанная газовая смесь заполняет области 1, 2 в верхнем канале и области 2, 3 в нижнем канале. Газ движется вдоль оси x со скоростью $-v$ в верхнем и v в нижнем каналах. Ось y направлена вдоль нормали к поверхности пластин, а пламя распространяется вдоль оси x . Газ считается идеальным и давление газа постоянно. Используется приближение о постоянной плотности газа, при котором скорость газа также постоянна в каждом сечении канала. Считается, что фронт химической реакции представляет собой поверхность, разделяющую свежую смесь и продукты горения. В верхнем канале уравнение

соответствующей поверхности $x = x_1(t)$, а в нижнем $x = x_2(t)$, причем в силу симметричности задачи начало координат может быть выбрано так, что $x_1(t) = -x_2(t)$.

Нестационарные одномерные уравнения распространения тепла в газе и в стенках канала, а также уравнение диффузии недостающего компонента смеси имеют вид

$$c_{p,g}\rho_g \left(\frac{\partial T'_{1,2}}{\partial t} \mp v \frac{\partial T'_{1,2}}{\partial x} \right) = \lambda_g \frac{\partial^2 T'_{1,2}}{\partial x^2} - \frac{\alpha}{d_0} (T'_{1,2} - \theta') - \frac{\alpha'}{d_0} (T'_{1,2} - T'_0) + QW(c'_{1,2}, T'_{1,2}), \quad (1)$$

$$c_{p,s}\rho_s \frac{\partial \theta'}{\partial t} = \lambda_s \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x^2} + \frac{\alpha}{d_s} (T'_1 + T'_2 - 2\theta'), \quad (2)$$

$$\frac{\partial c'_{1,2}}{\partial t} \mp v \frac{\partial c'_{1,2}}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^2 c'_{1,2}}{\partial x^2} - W(c'_{1,2}, T'_{1,2}). \quad (3)$$

Здесь $T'_{1,2}$ — температуры газа в верхнем и нижнем каналах соответственно; θ' — температура разделяющей стенки; $c_{p,s}$, ρ_s — удельная теплоемкость и плотность материала стенки; $c_{p,g}$, ρ_g — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении и плотность газа; c' — концентрация недостающего компонента свежей смеси; λ_g , λ_s — теплопроводности газа и материала стенки; κ — коэффициент диффузии недостающего компонента свежей смеси; $Q = c_{p,g}(T'_b - T'_0)$ — теплота реакции; T'_b , T'_0 — адиабатическая температура плоского пламени и температура свежей смеси соответственно; $W(c', T')$ — скорость химической реакции; индексы g , s относятся к газу и стенке соответственно. Коэффициент теплообмена газа с внутренней стенкой обозначен α , а с внешней стенкой — α' . Здесь под α' понимается коэффициент теплопередачи. В случае, когда внешняя стенка имеет толщину δ и коэффициент теплообмена стенки с внешней средой есть α^* , коэффициент теплопередачи имеет вид [8]

$$\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^*} + \frac{\delta}{\lambda_s}.$$

Для системы уравнений (1)–(3) заданы следующие граничные условия:

$$x \rightarrow -\infty: \quad T'_{1,2} \rightarrow T'_0, \quad \theta' \rightarrow T'_0, \quad (4)$$

$$c'_2 \rightarrow c'_0, \quad c'_1 \rightarrow 0,$$

$$x \rightarrow +\infty: \quad T'_{1,2} \rightarrow T'_0, \quad \theta' \rightarrow T'_0, \quad c'_1 \rightarrow c'_0, \quad (5)$$

$$c'_2 \rightarrow 0, \quad \frac{\partial T'_{1,2}}{\partial x} \rightarrow 0, \quad \frac{\partial \theta'}{\partial x} \rightarrow 0.$$

В случае сильной зависимости скорости химической реакции от температуры ($W(T') \sim \exp(E/RT')$) при условии $N = E/RT'_b \gg 1$, где N — безразмерная энергия активации, можно считать, что тепловыделение и поглощение недостающего компонента свежей смеси происходят на поверхности, разделяющей свежую смесь и продукты горения. В этом случае член, ответственный за химическую реакцию в (1), (3), можно записать в виде [9]

$$W(c', T') \simeq u_n \exp\left(\frac{N(T'_f - T'_b)}{2T'_b}\right) \delta(x - x_{1,2}), \quad (6)$$

где δ — дельта-функция Дирака, u_n — нормальная скорость распространения адиабатического пламени, T'_f — температура на фронте пламени, близкая к температуре T'_b , $(T'_f - T'_b)/T'_b \ll 1$. Такая форма записи скорости химической реакции позволяет найти распределение температуры и концентрации газа из решения кусочно-линейной задачи для системы уравнений (1)–(3), которые не содержат нелинейных членов, ответственных за химическую реакцию. Уравнения для температуры стенки θ' и температуры газа в обоих каналах решались для областей 1–3, показанных на рис. 1. Уравнения для концентрации (3) в обоих каналах записываются лишь для областей свежего газа, так как в процессе химической реакции недостающий компонент полностью расходуется ($c'_{1,2} = 0$ в продуктах горения).

Граничные условия на фронте химической реакции в верхнем канале $x = x_1$ с учетом (6) имеют вид

$$\lambda_g \left(\frac{\partial T'_1}{\partial x} - \frac{\partial T'_1}{\partial x} \right) =$$

$$= \rho_g c_{p,g} u_n (T'_b - T'_0) \exp\left(\frac{N(T'_f - T'_b)}{2T'_b}\right), \quad (7)$$

$$\kappa \frac{\partial c'_1}{\partial x} = u_n c_0 \exp\left(\frac{N(T'_f - T'_b)}{2T'_b}\right), \quad (8)$$

$$T'_1{}^{(b)} = T'_1{}^{(u)} = T'_f, \quad (9)$$

$$c'_1{}^{(u,b)} = 0, \quad (10)$$

$$\theta'^{(b)} = \theta'^{(u)}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \theta'^{(u)}}{\partial x} = \frac{\partial \theta'^{(b)}}{\partial x}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 \theta'^{(u)}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \theta'^{(b)}}{\partial x^2}. \quad (13)$$

Верхние индексы (u) и (b) в этих граничных условиях относятся соответственно к областям со свежей смесью и с продуктами горения. В верхнем канале на границе, которая определена уравнением $x = x_2$, заданы условия непрерывности температуры и ее производных до второго порядка включительно, которые записываются как для температуры газа, так и для температуры разделяющей стенки. Условия на границах областей в нижнем канале нетрудно построить, используя симметрию задачи. Для простоты мы опускаем запись этих граничных условий.

Перейдем к следующим безразмерным переменным:

$$z = \frac{x \rho_g c_{p,g} u_n}{\lambda_g}, \quad L(\tau) = \frac{|x_{1,2}(\tau)| \rho_g c_{p,g} u_n}{\lambda_g},$$

$$\tau = \frac{t \lambda_g}{c_{p,g} \rho_g u_n^2}, \quad T = \frac{T' - T'_0}{T'_b - T'_0}, \quad (14)$$

$$\Theta = \frac{\theta' - T'_0}{T'_b - T'_0}, \quad V = \frac{v}{u_n}, \quad C = \frac{c'}{c'_0}.$$

Записанные в безразмерных переменных (14) уравнения (1)–(3) с учетом (6) имеют вид

$$\frac{\partial T_{1,2}}{\partial \tau} \mp V \frac{\partial T_{1,2}}{\partial z} =$$

$$= \frac{\partial^2 T_{1,2}}{\partial z^2} - \Omega_g ((1 + \varepsilon) T_{1,2} - \Theta), \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = k \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} + \Omega_s (T_1 + T_2 - 2\Theta), \quad (16)$$

$$\frac{\partial C_{1,2}}{\partial t} \mp V \frac{\partial C_{1,2}}{\partial z} = \frac{\partial^2 C_{1,2}}{\partial z^2}. \quad (17)$$

При выводе этих уравнений предполагалось, что коэффициент температуропроводности газа равен коэффициенту молекулярной диффузии: $\kappa = \lambda_g / c_{p,g} \rho_g$. В (15)–(17) использованы обозначения

$$\Omega_g = \frac{2\alpha\kappa g}{d_0 c_{p,g} \rho_g u_n^2} = \frac{2Nu}{Re^2}, \quad \Omega_s = \Omega_g \sigma, \quad \varepsilon = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

Здесь $Nu = \alpha d_0 / \lambda_g$ — число Нуссельта; $Re = u_n d_0 / \kappa$ — число Пекле; $\sigma = d_0 \rho_g c_{p,g} / d_s \rho_s c_{p,s} \ll 1$ — отношение объемных теплоемкостей газа и материала стенок; $k = \lambda_s c_{p,g} \rho_g / \lambda_s c_{p,s} \rho_s$.

Граничные условия на фронтах пламени в безразмерных переменных (14) имеют следующий вид:

$$z = \mp L(\tau): \quad \frac{\partial T_{1,2}^{(b)}}{\partial z} - \frac{\partial T_{1,2}^{(u)}}{\partial z} = \frac{\partial C_{1,2}^{(u)}}{\partial z}, \quad (18)$$

$$T_{1,2}^{(b)} = T_{1,2}^{(u)} = T_f, \quad (19)$$

$$\frac{\partial C_{1,2}^{(u)}}{\partial z} = \pm \exp\left(\frac{Ze(T_f - 1)}{2}\right), \quad (20)$$

$$Ze = \frac{E(T_b' - T_0')}{RT_b'^2},$$

$$C_{1,2}^{(u)} = 0. \quad (21)$$

Условия при $z \rightarrow \pm\infty$ в безразмерных переменных принимают вид

$$T_{1,2} = 0, \quad C_{1,2}^{(u)} = 1, \quad C_{1,2}^{(b)} = 0. \quad (22)$$

Заметим, что температура газа и ее производные по координате z (до второго порядка включительно) непрерывны при $z = L(\tau)$ в верхнем канале и $z = -L(\tau)$ в нижнем. Температура стенок канала Θ и ее производные по пространственной координате $\partial\Theta/\partial z$, $\partial^2\Theta/\partial z^2$ непрерывны на границах $z = \pm L$.

Величина $L(\tau)$, характеризующая положение фронтов пламени, может принимать как положительные, так и отрицательные значения. При положительных значениях L область пространства в каналах между фронтами пламени заполнена свежей смесью (этот случай показан на рис. 1), а при отрицательных значениях — продуктами сгорания. Заметим, что запись граничных условий (18)–(21) остается неизменной с изменением знака L .

О НАЛИЧИИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ

Система уравнений (15)–(17), описывающая стационарные волны горения при отсутствии теплопотерь через внешние стенки ($\varepsilon = 0$), имеет вид

$$\mp V \frac{dT_{1,2}}{dz} = \frac{d^2 T_{1,2}}{dz^2} - \Omega_g (T_{1,2} - \Theta), \quad (23)$$

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = k \frac{d^2 \Theta}{dz^2} + \Omega_s (T_1 + T_2 - 2\Theta), \quad (24)$$

$$\mp V \frac{dC_{1,2}}{dz} = \frac{d^2 C_{1,2}}{dz^2}. \quad (25)$$

Заметим, что уравнения для концентрации недостающего компонента (25) могут быть решены независимо от уравнений (23), (24). Эти решения с учетом граничных условий при $z \rightarrow \pm\infty$ имеют простой вид:

$$C_{1,2} = 1 - \exp(-V(L \pm z)). \quad (26)$$

Подставляя решения (26) в граничное условие (20), можно найти связь между температурой на фронте пламени T_f и скоростью потока газа V :

$$z = \pm L: \quad T_f = 1 + \frac{2}{Ze} \ln(V), \quad \frac{dC_{1,2}}{dz} = \pm V. \quad (27)$$

Граничные условия для потоков тепла на фронтах пламени $z = \mp L$ с учетом (27) имеют вид

$$\frac{dT_{1,2}^{(b)}}{dz} - \frac{dT_{1,2}^{(u)}}{dz} = \pm V. \quad (28)$$

Интегрируя уравнения (23), (24) по z от $-\infty$ до $+\infty$ и учитывая (28) вместе с условиями непрерывности потоков тепла в разделяющей стенке, при $z \rightarrow \pm\infty$ получим

$$V - \Omega_g \int_{-\infty}^{+\infty} (T_1 - \Theta) dz = 0,$$

$$V - \Omega_g \int_{-\infty}^{+\infty} (T_2 - \Theta) dz = 0, \quad (29)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (T_1 + T_2 - 2\Theta) dz = 0.$$

Эта система уравнений относительно $\int_{-\infty}^{+\infty} T_{1,2} dz, \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta dz$ имеет решение лишь при $V = 0$. Можно показать, что уравнения (23), (24) при $V = 0$ имеют единственное решение: $C = 1, T_{1,2} = \Theta = 0$, что соответствует отсутствию волн горения. Таким образом, в отсутствие теплопотерь во внешнюю среду существование стационарных волн горения невозможно.

КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЕ РЕШЕНИЯ

Ниже кратко излагается метод, позволяющий построить квазистационарные решения системы уравнений (23)–(25). Заметим, что при отсутствии взаимодействия между волнами горения ($\sigma \rightarrow 0$, что соответствует бесконечной толщине разделяющей стенки, а $\Theta = 0$) волны горения распространяются с постоянной скоростью. В этом случае решения для температуры и концентрации записываются в виде

$$T_1 = F_1(\eta_1), \quad T_2 = G_1(\eta_2), \quad (30)$$

$$C_1 = 1 - \exp(-(V - U)\eta_1), \quad (31)$$

$$C_2 = 1 - \exp((V - U)\eta_2),$$

$$\eta_1 = z + L(\tau) = z + U\tau, \quad \eta_2 = z - L(\tau) = z - U\tau.$$

Для того чтобы найти скорость волны U при заданных параметрах задачи, достаточно решить обыкновенные дифференциальные уравнения для температуры $T_1(\eta_1)$ в области свежего газа и в области продуктов горения и подставить эти решения в граничные условия (18)–(21) при $\eta_{1,2} = 0$. Такой метод ранее применялся в [7], где приведено его подробное описание.

Волна горения, распространяясь в одиночном плоском канале, создает стационарный профиль температуры в стенках канала, перемещающийся вместе с волной горения. В случае встречной фильтрации распределение температуры в разделяющей стенке зависит от расстояния между волнами горения.

Метод квазистационарного решения основан на предположении о том, что распределение температуры в разделяющей стенке есть суперпозиция стационарных распределений, которые формировались бы в случае, если

бы волны двигались независимо друг от друга с постоянной скоростью. При этом считается, что скорость $U = dL/d\tau$ плавно меняется от расстояния между волнами горения L . В этом случае ускорение волны $dU/d\tau = UdU/dL \ll 1$ можно рассматривать как малый параметр и члены, пропорциональные этому параметру, не учитывать в рассмотрении. В общем случае решения нестационарной задачи, например, для T_1 можно записать в виде

$$T_1 = F_1(\eta_1, U, L) + F_2(\eta_2, U, L).$$

Метод квазистационарного распределения заключается в замене в (15)–(17) частных производных по времени от температур их приближенными значениями, например:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} \simeq U \left(\frac{dF_1}{d\eta_1} - \frac{dF_2}{d\eta_2} \right). \quad (32)$$

Отброшенные члены в (32) имеют вид

$$\frac{\partial F_{1,2}}{\partial U} \frac{dU}{d\tau}, \quad U \frac{\partial F_{1,2}}{\partial L}. \quad (33)$$

Первый член мал, если ускорение волн незначительно, а малость второго члена выполняется в случае $U \ll 1$. Заметим, что в стационарном случае ($U = 0$) эти члены тождественно равны нулю, а вблизи точек стабилизации их можно сделать сколь угодно малыми. Как показали численные расчеты и аналитические оценки, отброшенные члены малы по сравнению с членами (32) не только вблизи точек стабилизации. Ошибку, вносимую в расчеты заменой вида (32) можно оценить, подставляя решения, полученные в квазистационарном приближении, в (15)–(17) и сравнивая затем получившиеся выражения с (32). При этом оказывается, что отброшенные члены имеют порядок малости $O(dU/dL)$ и $O(\Omega_s)$ по сравнению с членами (32).

С учетом теплового взаимодействия между волнами горения решение задачи в квазистационарном приближении запишем в виде

$$\begin{aligned} T_1 &= F_1(\eta_1) + F_2(\eta_2), \\ T_2 &= G_1(\eta_1) + G_2(\eta_2). \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь функции F_2 и G_1 описывают повышение температуры газа за счет передачи тепла по теплопроводящей стенке от волны горения в соседнем канале. Распределение температуры в разделяющей перегородке имеет вид

$$\Theta = \Phi_1(\eta_1) + \Phi_2(\eta_2). \quad (35)$$

После подстановки T_1, T_2, Θ в уравнения (15), (16) и разделения переменных (η_1 и η_2 — независимые переменные) получим

$$\frac{d^2 F_1}{d\eta_1^2} - (U - V) \frac{dF_1}{d\eta_1} - \Omega_g((1 + \varepsilon)F_1 - \Phi_1) = 0, \quad (36)$$

$$\frac{d^2 G_1}{d\eta_1^2} - (U + V) \frac{dG_1}{d\eta_1} - \Omega_g((1 + \varepsilon)G_1 - \Phi_1) = 0, \quad (37)$$

$$k \frac{d^2 \Phi_1}{d\eta_1^2} - xU \frac{d\Phi_1}{d\eta_1} + \Omega_s(F_1 + G_1 - 2\Phi_1) = 0. \quad (38)$$

Система уравнений для функций $F_2(\eta_2), G_2(\eta_2)$ и $\Phi(\eta_2)$ имеет вид уравнений (36)–(38), в которых необходимо индексы 1 заменить на 2 и вместо U записать $-U$. Характеристические матрицы для систем уравнений относительно F_1, G_1, Φ_1 и F_2, G_2, Φ_2 имеют соответственно вид

$$\begin{pmatrix} \lambda^2 - (U - V)\lambda - (1 + \varepsilon)\Omega_g & 0 & \Omega_g \\ 0 & \lambda^2 - (U + V)\lambda - (1 + \varepsilon)\Omega_g & \Omega_g \\ \Omega_s & \Omega_s & k\lambda^2 - U\lambda - 2\Omega_s \end{pmatrix}$$

и

$$\begin{pmatrix} \lambda^2 + (U + V)\lambda - (1 + \varepsilon)\Omega_g & 0 & \Omega_g \\ 0 & \lambda^2 + (U - V)\lambda - (1 + \varepsilon)\Omega_g & \Omega_g \\ \Omega_s & \Omega_s & k\lambda^2 + U\lambda - 2\Omega_s \end{pmatrix}.$$

Из вида характеристических матриц следует, что если $\lambda_1, \dots, \lambda_6$ — корни характеристического уравнения для первой матрицы, то $-\lambda_1, \dots, -\lambda_6$ — корни второй. Как показали численные расчеты, характеристическое уравнение в широком диапазоне параметров задачи имеет только вещественные корни. Это означает, что решения в каждой из областей будут представлять собой сумму экспонент вида

$$T_{1,2} = A_{1,2}^i \exp(\lambda_i \eta_1) + B_{1,2}^i \exp(\lambda_i \eta_2). \quad (39)$$

Из условий на границах областей можно определить все константы, входящие в решения, как функции T_f, U и параметров задачи $V, \Omega_s, \Omega_g, k, \varepsilon$.

Уравнения для концентрации можно решить независимо от системы уравнений для

температур. Решения имеют вид (31), и из граничного условия (20) можно найти связь между температурой T_f и скоростью волн горения U :

$$T_f = 1 + \frac{2}{Ze} \ln(V - U). \quad (40)$$

Последнее уравнение и уравнения для определения констант A^i, B^i , входящих в решения для температуры (39), задают систему для нахождения скорости волн горения. Эта система решалась численно.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН ГОРЕНИЯ В СИСТЕМЕ СО ВСТРЕЧНОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ

Если теплообмен с внутренней стенкой отсутствует или отношение объемной теплоемкости газа к объемной теплоемкости стенки очень мало ($\sigma \rightarrow 0$), модель можно свести к модели распространения неадиабатического пламени в отдельном канале [6]. В этом случае температура стенки $\Theta \rightarrow 0$ и распространение волн горения в каналах описываются уравнениями (15), (17). Известно, что решение задачи о скорости неадиабатического пламени неодно-

значно. При заданных параметрах модель допускает существование двух решений с разными значениями нормальной скорости неадиабатического пламени. Решение, соответствующее большей скорости, устойчиво, а меньшей — неустойчиво относительно малых возмущений [10]. При учете переноса тепла по стенкам теплопроводящего канала в [7] было показано, что в некотором диапазоне скоростей свежей смеси газа имеется четыре решения задачи. В этой же работе высказано предположение о том, что устойчивыми являются решения, соответствующие наибольшей и третьей по величине значениям нормальной скорости волны горения. Первый режим соответствует режиму низкоскоростного фильтрационного горения [4, 5], а второй устойчивый режим —

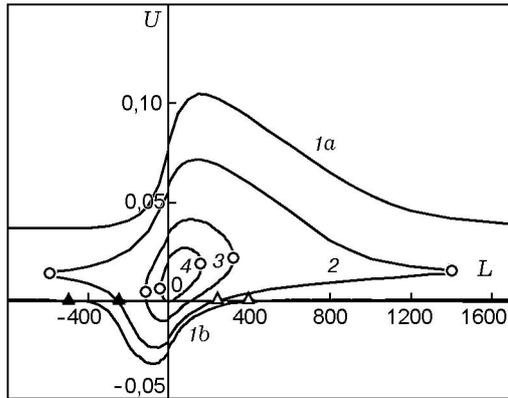


Рис. 2. Зависимость $U(L)$ при $Pe = 2 Pe_c$, $Ze = 10$, $Nu = 10$, $\sigma = 0,01$, $\Omega_g = 4,598 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon = 1$, $k = 1$:

$V = 1,3$ ($1a, 1b$), $1,46$ (2), $2,0$ (3), $2,56$ (4)

неадиабатическому пламени, как в модели [6]. В зависимости от начальных условий, например от начальной температуры стенок канала в момент инициирования горения, при одном и том же значении скорости потока свежей смеси возможно распространение волн горения в любом из этих двух устойчивых режимов.

Рассматриваемая модель включает в себя случай горения газа в отдельном канале с теплопроводящими стенками. Действительно, если расстояние между фронтами пламени достаточно большое и взаимным влиянием фронтов можно пренебречь, их скорость будет близка к скорости волны горения в отдельном канале с теплопроводящими стенками [7]. При сближении волн горения их скорость увеличивается за счет переноса тепла через теплопроводящую стенку. В результате скорость волн горения будет изменяться с расстоянием между ними. Основное внимание в данной работе было уделено поиску устойчивых состояний стабилизированных волн горения в системе со встречной фильтрацией.

Для анализа устойчивости стационарных состояний удобно использовать зависимость скорости волн $U(L) = dL/d\tau$ от расстояния между ними L . Типичные зависимости $U(L)$ при различных значениях скорости газа V приведены на рис. 2. Как уже отмечалось, при заданном значении скорости потока газа возможны четыре значения скорости волны горения. На рис. 2 представлены лишь два решения задачи. Кривые, соответствующие двум другим решениям, не имеют стационарных то-

чек. Эти решения, как показано в [7], описывают режим высоких скоростей распространения волн фильтрационного горения. Кривые $1a$ и нижние ветки кривых 2–4 (лежащие ниже светлых точек) соответствуют режиму, при котором нормальная скорость волн горения наибольшая. Нормальная скорость волны горения — это скорость распространения пламени по свежему газу, в нашем случае она равна $V - U$ и в отличие от случая свободного пламени зависит от скорости потока газа и расстояния между фронтами горения. Согласно работе [7] режим, при котором нормальная скорость пламени наибольшая, соответствует режиму низкоскоростного фильтрационного горения. Кривые $1b$ и верхние ветки кривых 2–4, по видимому, соответствуют неустойчивому режиму горения. Для того чтобы строго доказать это, необходимо выполнить исследование устойчивости. Поскольку такое исследование выходит за рамки данной работы, это утверждение носит характер предположения.

Видимая скорость волны горения равна нулю в стационарных точках $U = 0$. На рис. 2 эти точки располагаются в месте пересечения кривых с осью абсцисс. Треугольниками отмечены стационарные точки для кривых $1b$ и 2. Точка, отмеченная темным треугольником (назовем ее L_s) на кривой $1b$, есть устойчивая стационарная точка: при отклонениях от нее фронт горения будет возвращаться в исходное положение. Наоборот, точка, отмеченная светлым треугольником (L_u), есть неустойчивая стационарная точка. Если в начальный момент времени расстояние между волнами горения $L > L_u$, то они будут двигаться по направлению потока свежего газа и удаляться друг от друга. Напротив, если волны горения будут расположены на расстоянии $L < L_s$, они будут двигаться навстречу друг другу, пока не стабилизируются в точке, отмеченной темным треугольником. Отметим, что два других решения, не показанных на рис. 2, описывают волны горения, движущиеся по потоку свежего газа, и эти решения не имеют стационарных точек. Стабилизация волн горения может произойти только в том случае, когда разделяющая стенка будет успевать передать тепло из продуктов горения одного пламени в область свежей смеси другого. Таким образом, точки, расположенные в области положительных значений L , будут неустойчивыми, а в области отрицательных L — устойчивыми стационар-

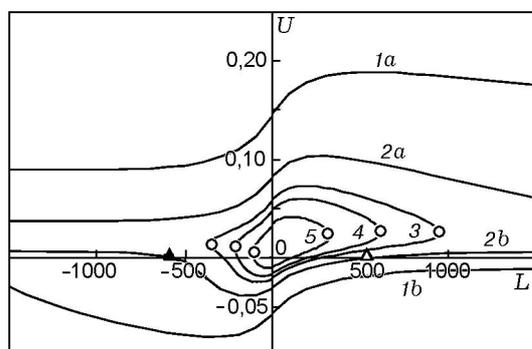


Рис. 3. Зависимость $U(L)$ при $Pe = 2Pe_c$, $Ze = 10$, $Nu = 10$, $\sigma = 0,01$, $\Omega_g = 4,598 \cdot 10^{-3}$, $V = 2,0$, $k = 1$:

$\varepsilon = 0,2$ (1a, 1b), 0,5 (2a, 2b), 0,69 (3), 0,8 (4), 1,0 (5)

ными точками. Устойчивая стабилизация волн горения в системе со встречной фильтрацией возможна лишь в случае, когда расположение фронтов горения позволяет наиболее эффективно передавать тепло через разделяющую стенку из области продуктов горения одного пламени в свежую смесь другого. С увеличением скорости газа, как это видно из рис. 2, расстояние L_s между стабилизированными волнами горения уменьшается и при некотором критическом значении скорости свежей смеси стабилизация волн горения становится невозможна.

С увеличением теплопотерь во внешние стенки системы качественное поведение фазовых кривых для волн горения похоже на рассмотренное выше. На рис. 3 приведены типичные зависимости $U(L)$ при различных значениях параметра теплопотерь ε . Так же, как и на рис. 2, показаны кривые, соответствующие лишь двум решениям задачи. При заданной скорости потока свежей смеси существуют верхний и нижний пределы существования стабилизированных фронтов горения по параметру теплопотерь ε . При малых значениях параметра ε возможно распространение волн горения как по потоку, так и против него. Этот нестационарный случай описывают, например, кривые 1b, 1a на рис. 3. С увеличением параметра ε появляются устойчивые стационарные точки, которые при некоторой критической величине теплопотерь исчезают.

На рис. 4 приведены зависимости расстояния, на котором возможна стабилизация волн горения (L_s), от скорости потока свежего газа. Как уже отмечалось, имеются верхний и нижний пределы существования стабилизи-

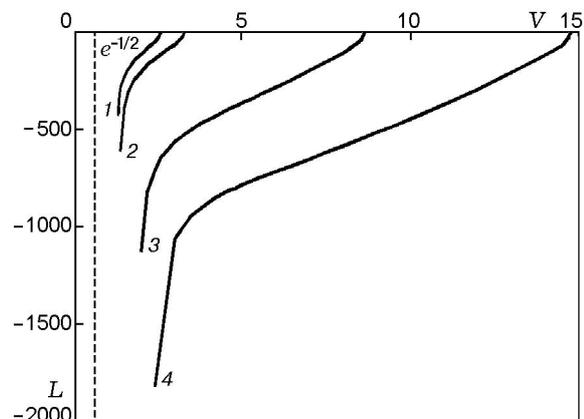


Рис. 4. Зависимость $L(V)$ при $Pe = 2 Pe_c$, $Ze = 10$, $Nu = 10$, $\Omega_g = 4,598 \cdot 10^{-3}$, $\sigma = 0,01$, $k = 1$:

$\varepsilon = 1$ (1), 0,8 (2), 0,4 (3), 0,3 (4)

рованных волн горения по параметру ε . При значениях параметра теплопотерь, выходящих за границы этого интервала, стационарная стабилизация волн невозможна. При стремлении параметра ε к своему верхнему пределу расстояние L между волнами горения стремится к нулю, а скорость — к значению $e^{-1/2}$, что соответствует предельному значению нормальной скорости неадиабатического пламени [6]. Нижний предел по ε достигается при $\varepsilon \approx 0,2$. Отметим, что с увеличением скорости потока V расстояние между волнами горения уменьшается.

В заключение отметим, что квазистационарное приближение, использованное при решении задачи, было основано на предположении о малости ускорения волн горения. Как видно из рис. 2, 3, ускорение волн горения, возникающее в результате их теплового взаимодействия, пропорционально $dU/dL \approx 10^{-3} \ll 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Важной особенностью волн горения в системе со встречной фильтрацией является существование стационарных волн горения в широком диапазоне как скоростей газа, так и теплопотерь в окружающую среду. Поэтому схема со встречной фильтрацией может, по видимому, найти применение в технических устройствах, в которых необходимо создать устойчивое горение при изменениях состава газа и скорости потока свежей смеси. Учитывая, что температура в волнах горения в данной си-

стеме будет превышать адиабатическую температуру свободного пламени, данную схему можно использовать также и для сжигания «запредельных» смесей газов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Weinberg F. J.** Combustion in heat recirculating burners // *Advanced Combustion Methods*. London: Academic Press, 1986. P. 183–236
2. **Распространение** тепловых волн в гетерогенных средах / Под ред. Ю. Ш. Матроса. Новосибирск: Наука, 1988.
3. **Babkin V. S.** Filtrational combustion of gases. Present state of affairs and prospects // *Pure Appl. Chem.* 1993. V. 65, N 2. P. 335–344.
4. **Бабкин В. С., Дробышев В. И., Лаевский Ю. М., Потытняков С. И.** Фильтрационное горение газов // *Физика горения и взрыва*. 1983. Т. 19, № 2. С. 17–26.
5. **Лаевский Ю. М., Бабкин В. С., Дробышев В. И., Потытняков С. И.** К теории фильтрационного горения газов // *Физика горения и взрыва*. 1984. Т. 20, № 6. С. 3–13.
6. **Зельдович Я. Б.** Теория предела распространения тихого пламени // *ЖЭТФ*. 1941. Т. 11, вып. 1. С. 159–168.
7. **Замашиков В. В., Минаев С. С.** Пределы распространения пламени в узком канале при фильтрации газа // *Физика горения и взрыва*. 2001. Т. 37, № 1. С. 25–31.
8. **Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.** Теплопередача. М.: Энергия, 1969. С. 28.
9. **Matkowsky B. J., Sivashinsky G. I.** An asymptotic derivation of two models in flame theory associated with the constant density approximation // *SIAM J. Appl. Math.* 1979. V. 37, N 3. P. 689–699.
10. **Joulin G., Clavin P.** Linear stability analysis of nonadiabatic flames: a thermal-diffusional model // *Combust. Flame*. 1979. V. 35. P. 139–145.

Поступила в редакцию 5/VII 2000 г.
