

ной скоростью. На цветной картине ВО проявляется в виде контрастного цветового пятна. На ней можно также заметить полосу, идущую от вихревой особенности к точке встречи регулярно отраженной ударной волны и головной волны разрежения (точка *B*).

Из данного выше анализа следует, что в районе полосы имеет место контакт газа, попавшего в *Z* через *AB*, с газом, прошедшим *BE*. Поскольку *BE* — волна разрежения, разрыва плотности нет, и можно считать, что метод обнаруживает неравномерное распределение градиента плотности в районе «контактной поверхности» *BF*. Подобным образом на теневых снимках поля течения, возникающего при дифракции ударной волны около развернутого угла ([6, 7]), из точки встречи падающей и дифрагированной ударной волны, а также волны разрежения исходит контрастное образование — «контактная поверхность». Как и в *Z*, на этой поверхности нет разрыва плотности в отличие от контактной поверхности их ансамбля трехударной конфигурации.

При дифракции ударной волны около развернутого угла тоже есть вихревая особенность, вполне аналогичная обсуждаемой выше. Однако условия эксперимента с ВО в задаче отражения более благоприятны, поскольку в этом случае скорость газа относительно стенки в окрестности особой точки невелика и эффекты переноса не слишком отклоняют явление от идеальной модели.

Поступила 5 XI 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Lighthill M. J. The diffraction of blast II.— Proc. Roy. Soc. A, 1950, vol. 200, p. 554.
2. Жигалко Е. Ф. Отражение ударной волны, близкое к нормальному, в линейном приближении.— Вестн. ЛГУ, 1970, № 13.
3. Kuller P., Shankow V. S. Дифракция ударной волны тупым углом. I. Регулярное отражение.— РТК, 1977, т. 15, № 2.
4. Ben Dor G., Glass I. I. Nonstationary oblique shock wave reflections: actual isopycnics and numerical experiments.— AIAA J., 1978, vol. 16, N 11.
5. Булах Б. М. Нелинейные конические течения газа. М.: Наука, 1970.
6. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г. Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977.
7. Skews B. W. The shape of diffracting shock wave.— J. Fluid Mech., 1967, vol. 29, pt. 2.
8. Law C. K., Glass I. I. Diffraction of strong shock waves by a sharp compressive corner.— CASI Transactions, 1971, vol. 4, p. 99.
9. Коныкина Л. Л., Жигалко Е. Ф. Анализ цветной теневой картины, полученной из голограммы.— ЖТФ, 1981, вып. 2.

УДК 533.6.011

#### О ТЕЧЕНИЯХ ГАЗА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С ПОВЕРХНОСТЯМИ РАЗРЫВА ПОРИСТОСТИ

А. Н. Крайко, Л. Г. Миллер, И. А. Ширковский  
(Москва)

Рассматриваются течения газа в пористой среде с поверхностями разрыва пористости. Условия на таких поверхностях получаются с привлечением дополнительных предположений в рамках моделей, описанных в [1]. В качестве иллюстрации приводится решение задачи о нестационарном течении в трубе с пористой проставкой конической ширины. Отметим, что в работах по течениям газа в пористых средах разрывам пористости обычно не уделяется должного внимания. Например, на них ставятся условия непрерывности, разумное обоснование которых возможно лишь для малых дозвуковых скоростей. В этом смысле исключение составляет работа [2], где для задач взаимодействия ударной волны с пористым полупространством и с пористым покрытием использовалось предположение о сохранении энтропии при втекании газа в пористый материал и схема «удар Борда» при истечении из него. Система предположений [1], принятая для тех же целей ниже, включая указанные схемы, позволяет анализировать более широкий класс режимов (например, звуковое или сверхзвуковое истечение газа из пористого материала в область достаточно низкого давления).

1. Так как далее главное внимание уделяется разрывам пористости, то ограничимся достаточно простой моделью пористой среды, именуемой ниже «материалом». Будем считать, что материал абсолютно жесткий, его свойства в каждой точке не зависят от направления (изотропия), а так называемые «глухие поры» отсутствуют. Кроме того, предположим, что вязкость и теплопроводность важны только в процессах силового и теплового взаимодействия газа и материала. Не оговаривая прочих допущений, широко используемых в теории фильтрации газов и жидкостей (см. [3, 4]), выпишем интегральные законы сохранения массы, импульса и энергии газа и энергии материала. Если  $t$  — время,  $V$  — произвольный фиксированный в пространстве объем, занятый газом и материалом (последний может и отсутствовать) и ограниченный поверхностью  $\partial V$ , то перечисленные законы имеют вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \int_V \int \int m \rho dV \Big|_{t_0}^t &= - \int_{t_0}^t dt \int_{\partial V} \int m \rho v_n d\sigma, \\ \int_V \int \int m \rho v dV \Big|_{t_0}^t &= - \int_{t_0}^t dt \int_{\partial V} \int m (p \mathbf{n} + \rho v_n \mathbf{v}) d\sigma + \int_{t_0}^t dt \int_V \int \int \mathbf{F} dV, \\ \int_V \int \int m \rho \left( e + \frac{v^2}{2} \right) dV \Big|_{t_0}^t &= - \int_{t_0}^t dt \int_{\partial V} \int m \rho v_n \left( i + \frac{v^2}{2} \right) d\sigma + \\ &\quad + \int_{t_0}^t dt \int_V \int \int m (1-m) \rho q dV, \\ \int_V \int \int (1-m) E^p dV \Big|_{t_0}^t &= - \int_{t_0}^t dt \int_V \int \int m (1-m) \rho q dV, \end{aligned}$$

где  $d\sigma$  — элемент  $\partial V$  с единичным вектором внешней нормали  $\mathbf{n}$ ;  $m$  — пористость (относительный объем пор);  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $e$  — удельная (приходящаяся на единицу массы) внутренняя энергия — известная функция  $p$  и  $\rho$ ;  $i = e + p/\rho$  — удельная энталпия;  $\mathbf{v}$  — вектор скорости газа;  $v = |\mathbf{v}|$ ;  $v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ ;  $E^p$  — энергия единицы объема материала;  $\mathbf{F}$  — сила, с которой материал, находящийся в единице объема среды, действует на газ;  $m(1-m)\rho q$  — тепловой поток от этого материала к газу (имеется в виду газ в том же объеме). Множитель  $m(1-m)\rho$  перед  $q$  введен из соображений удобства,  $t$  и  $t_0$  — произвольные моменты времени ( $t > t_0$ ).

Для замыкания системы (1.1) наряду с уравнением состояния газа  $e = e(p, \rho)$  или уравнений  $e = e(p, T)$  и  $\rho = \rho(p, T)$  и соответствующим уравнением  $E^p = E^p(T^p)$  для материала ( $T$  и  $T^p$  — температуры газа и материала) требуются выражения для  $\mathbf{F}$  и  $q$ . Указанные выражения обычно принимаются в виде

$$(1.2) \quad \mathbf{F} = p \nabla m - m(1-m)\rho \mathbf{f}, \quad \mathbf{f} = \varphi_f \mathbf{v}, \quad q = \varphi_q (T^p - T),$$

причем  $\varphi_f$  и  $\varphi_q$  — известные положительно определенные функции скалярных параметров газа и материала (в том числе  $v$ ), но не их производных. Множитель при  $\mathbf{f}$  введен в (1.2) из тех же соображений, что и при  $q$  в (1.1). В формуле для  $\mathbf{F}$  первое слагаемое дает силу, обусловленную изменением «проходного» сечения пор. Смысл ее легко понять из сопоставления (1.1) и (1.2) с формулами квазидономерного течения в канале переменной площади  $S$ , в котором сила, действующая на газ со стороны стенок на участке канала, где  $S$  меняется на  $\Delta S$ , равна  $p \Delta S$ . Второе слагаемое той же формулы связано с трением между газом и материалом. При малых скоростях  $\varphi_f$  не зависит от  $v$  и для однородного материала ( $\nabla m \equiv 0$ )

первая формула (1.2) сводится к закону Дарси:  $\mathbf{F} = -k\mathbf{v}$  с положительной константой  $k$ . Согласно (1.1), (1.2),  $(1-m)\mathbf{f}$  и  $(1-m)\mathbf{q}$  имеют смысл величин, приходящихся на единицу массы газа.

Прежде чем перейти к поверхностям разрыва  $m$ , на которых  $\nabla m$  становится бесконечным и поэтому формула для  $\mathbf{F}$  теряет смысл, приведем для полноты вытекающие из (1.1), (1.2) уравнения течения, справедливые в подобластях непрерывности всех параметров, и соотношения на сильных разрывах, отличных от поверхностей разрыва свойств материала. Эти уравнения и соотношения получаются из (1.1), (1.2) стандартным путем и сводятся к известным дифференциальным и конечным равенствам

$$(1.3) \quad \begin{aligned} m \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) &= 0, \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla p + (1-m) \mathbf{f} = 0, \\ T \frac{ds}{dt} &= \frac{di}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = (1-m)(q - \mathbf{v}\mathbf{f}) \left( \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla \right), \\ \frac{\partial E^p}{\partial t} &= -m\rho q, \quad [\rho(v_n - D)] = 0, \quad [p + \rho(v_n - D)^2] = 0, \\ \rho(v_n - D)\mathbf{v}_t &= 0, \quad [\rho(v_n - D)\{2i + (v_n - D)^2\}] = 0, \quad D[E^p] = 0, \end{aligned}$$

при получении которых принималось, что  $m$  не зависит от  $t$ . В (1.3)  $d/dt$  — оператор полного дифференцирования по  $t$  вдоль траектории частицы газа;  $s$  — удельная энтропия газа, причем учтено, что  $s = s(i, p)$  и  $Tds = di = -(1/\rho)dp$ ; квадратные скобки означают разность заключенных в них величин на разрыве;  $v_n$  — проекция  $\mathbf{v}$  на вектор нормали  $\mathbf{n}$  к разрыву;  $D$  — скорость разрыва по нормали к себе,  $D > 0$ , если разрыв движется в направлении  $\mathbf{n}$ ;  $\mathbf{v}_t$  — касательная к разрыву проекция  $\mathbf{v}$ . В силу последнего условия (1.3)  $E^p$  или  $T^p$  могут рваться только на разрывах, не движущихся по материалу. Заметим также, что согласно (1.2) и четвертому уравнению (1.3) стационарные течения в рамках описанной модели, строго говоря, возможны только при равенстве температур газа и материала ( $T^p = T$ ). Если, как это нередко бывает, теплоемкость материала намного больше теплоемкости газа, то скорость изменения  $T^p$  оказывается столь малой, что течение практически стационарно и при  $T^p \neq T$ . В том же направлении действует и теплопроводность материала, которая нередко на порядки превосходит теплопроводность газа и во многих случаях должна учитываться при построении модели. Учет теплопроводности материала ведет к изменению четвертого и к отбрасыванию последнего уравнения системы (1.3). Естественно, что при этом разрывы  $E^p$  становятся невозможными. Ниже в задаче о течении газа через пористую проставку (п. 3) вместо уравнения для  $E^p$  из (1.1) или его следствия из (1.3) предполагается изотермичность материала ( $T^p = \text{const}$ ).

2. На поверхности разрыва пористости  $\partial V^m$  становится бесконечной нормальная к  $\partial V^m$  компонента градиента  $\nabla m$ , а в силу (1.2) — и соответствующая компонента силы  $\mathbf{F}$ . Обращение в бесконечность какой-либо объемной величины (в данном случае компоненты силы), как обычно, свидетельствует о необходимости введения аналогичной поверхностной характеристики, которую обозначим через  $F^\sigma$ . Естественно принять, что

$$(2.1) \quad F^\sigma = p^\sigma[m].$$

Здесь, как и ранее,  $[m] = m_+ - m_-$ ; индекс плюс (минус) приписан параметрам до (после) разрыва в направлении потока; нормаль  $\mathbf{n}$  к  $\partial V^m$  выбрана так, что  $v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \geq 0$ ;  $F^\sigma$  — проекция поверхностной силы на  $\mathbf{n}$ ;  $p^\sigma$  — «среднее» давление, действующее на торцевые участки пористого материала. Так как определение  $p^\sigma$  требует привлечения дополнительных предположений, то на (2.1) пока следует смотреть как на связь между двумя еще неизвестными величинами  $F^\sigma$  и  $p^\sigma$ .

Учитывая в (1.1) наличие на  $\partial V^m$  поверхностной силы и поступая в остальном обычным образом, найдем, что в рамках принятой модели

изотропного материала на разрывах пористости должны выполняться равенства

$$(2.2) \quad [m\rho v_n] = 0, \quad [m(p + \rho v_n^2)] = F^\sigma, \\ [m\rho v_n v_\tau] = 0, \quad [m\rho v_n (2i + v^2)] = 0.$$

Основное отличие этих равенств от аналогичных соотношений из (1.3), записанных для неподвижных разрывов ( $D = 0$ ), состоит в присутствии в (2.2) множителя  $m$  и поверхностной силы  $F^\sigma$ . Кроме того, чтобы последнее условие из (2.2) было пригодно и для моделей, отличных от рассмотренной, в нем оставлено  $v^2$ , хотя в силу первого и третьего условий  $v^2$  можно заменить  $v_n^2$ , как это и было сделано в (1.3).

Поскольку  $F^\sigma$  в (2.2) или  $p^\sigma$  в (2.1) пока неизвестны, то для замыкания системы условий на разрыве  $m$  нужны дополнительные допущения. При этом следует различать три возможности: 1)  $j = (\rho v_n)_+ = (\rho v_n)_- = 0$ , т. е. газ через разрыв в рассматриваемой точке не течет; 2) газ втекает в область с меньшей пористостью; 3) газ вытекает из нее. Если  $j = 0$ , то, как и для обычного тангенциального разрыва в газе, все условия (2.2), кроме второго, выполняются при произвольных скачках  $v_\tau$  и полной энталпии  $I = i + v^2/2 = i + v_\tau^2/2$ . Оставшееся условие (2.2), которое для  $j = 0$  сводится к

$$(2.3) \quad [mp] = p^\sigma[m],$$

удовлетворяется, если  $p^\sigma = p_+ = p_-$ . Следовательно, можно принять, что те участки поверхностей разрыва пористости, через которые газ не течет, в рассматриваемой модели не отличаются от обычных тангенциальных разрывов. Кстати, тот же результат получается из (2.3), если вместо предположения о совпадении трех давлений ( $p^\sigma$ ,  $p_+$  и  $p_-$ ) воспользоваться более слабым допущением, состоящим в том, что  $p^\sigma = \alpha p_+ + \beta p_-$  с  $\alpha + \beta = 1$  и  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

Если газ втекает в область меньшей пористости, то ограничимся случаем дозвуковой нормальной компоненты скорости втекания ( $M_{n-} < 1$ , где  $M_n = v_n/a$ , а  $a$  — скорость звука в газе), что вполне достаточно для наиболее часто встречающихся приложений. Поскольку здесь втекание происходит с ростом скорости и с падением давления, то, как и в [1, 2], естественно принять, что при этом отсутствуют значительные отрывы, сопровождающиеся ростом энтропии газа, и, следовательно,

$$(2.4) \quad [s] = 0.$$

Здесь под  $s$  может пониматься любая функция энтропии газа, например  $\rho p^{-\kappa}$  для совершенного газа с показателем адиабаты  $\kappa$ . Условие (2.4) вместе с первым, третьим и четвертым равенствами (2.2) образуют замкнутую систему. Решив ее, можно затем в каждой конкретной задаче при необходимости определить из второго уравнения (2.2)  $F^\sigma$ , а по  $F^\sigma$  из (2.1) — и  $p^\sigma$ .

В случае истечения газа из области с меньшей пористостью, согласно [1], рассмотрим три различных режима. Если  $M_{n\pm} < 1$ , т. е. при полностью дозвуковом истечении, расширение потока сопровождается ростом давления, что не позволяет использовать предположения об отсутствии отрывов и о сохранении энтропии. Обратившись в этом случае к отрывной схеме «удар Борда», положим

$$(2.5) \quad p^\sigma = p_-,$$

что вместе с (2.1) замыкает систему (2.2).

Для звукового и сверхзвукового истечения ( $M_{n-} \geq 1$ ) условие (2.5) не выполняется, а поток, пройдя через разрыв пористости, может стать как до-, так и сверхзвуковым. Так как все величины в (2.2) с индексом минус при  $M_{n-} \geq 1$  известны, то при  $M_{n+} < 1$  параметры с индексом плюс так же, как и в [1], определяются из решения задачи о течении в области

большей пористости с привлечением только трех (первого, третьего и четвертого) условий из (2.2). Второе условие (2.2) вместе с (2.1) можно, как и в случае втекания газа в область меньшей пористости, использовать затем для вычисления  $F^\sigma$  и  $p^\sigma$ . Торможение от  $M_{n-} \geq 1$  до  $M_{n+} < 1$  осуществляется под воздействием скачков (косых и почти прямого — «замыкающего») и смещения на границах струй и отрывных зон. При этом, как и в прочих случаях, микроструктура течения важна лишь в слое, который по  $n$  имеет толщину порядка характерного размера пор (или расстояний между ними) и по указанной причине составляет внутреннюю структуру разрыва.

В противоположность предыдущему случаю при сверхзвуковом потоке с обеих сторон от разрыва ( $M_{n-} \geq 1$ ,  $M_{n+} > 1$ ) все параметры с индексом плюс должны однозначно определяться параметрами с индексом минус. Последнее, согласно [1], достигается добавлением к (2.1), (2.2) либо условия (2.4), либо равенства

$$(2.6) \quad p^\sigma = p_+,$$

причем в свете выполненного в [1] сравнения с результатами экспериментов по взаимодействию ударных волн с перфорированными перегородками использование (2.6) представляется предпочтительным.

Подчеркнем, что соотношения (2.1)–(2.6), как и уравнения п. 1, описывают течение газа в изотропном материале, который обладает и рядом других оговоренных ранее свойств. Отличие свойств материала от принятых делает необходимыми соответствующие корректизы. Проиллюстрируем это на примере материала с «предельной анизотропией», под которой будем понимать следующее. Пусть вектор скорости записан в форме  $\mathbf{v} = v\mathbf{l}$ , где  $\mathbf{l}$  — единичный вектор, определяющий направление  $v$ . Для предельно анизотропного материала  $\mathbf{l}$  будем считать известной характеристикой, которая, кстати, может быть разрывной. Не вникая во все изменения, необходимые в подобном случае, остановимся на двух моментах. Во-первых, так как теперь  $\mathbf{l}$  — известная функция координат, то вместо трех векторных уравнений движения из (1.3) остается одно

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} + (1 - m) f^l = 0 \quad \left( \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial l}, \quad f^l \equiv \mathbf{f} \cdot \mathbf{l} = \varphi_f v \right),$$

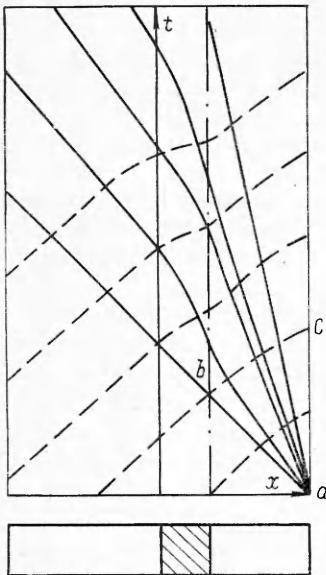
где  $\partial/\partial l$  — оператор дифференцирования по координате, отсчитываемой вдоль линии тока. Во-вторых, на поверхностях разрыва  $m$  и  $\mathbf{l}$  условие для касательной к разрыву компоненты скорости  $\mathbf{v}_\tau$  из (2.2) заменится на

$$(2.7) \quad [m\rho v_n \mathbf{v}_\tau] = \mathbf{F}_\tau^\sigma,$$

где  $\mathbf{F}_\tau^\sigma$  — введенная соответствующим образом компонента поверхности силы. Остальные условия из (2.2) при этом остаются прежними (четвертое — благодаря тому, что в нем  $v^2$  не заменено на  $v_n^2$ ).

Для предельно анизотропного материала с обеих сторон от разрыва  $\mathbf{l}_{\pm}$  известны, и (2.7) используется лишь для вычисления  $\mathbf{F}_\tau^\sigma$ . Аналогичная ситуация имеет место и при втекании газа в анизотропный материал из изотропного. Положение, однако, меняется, если газ течет из анизотропного материала в изотропный (или в пространство, свободное от материала). Здесь  $\mathbf{F}_\tau^\sigma$  нужно задавать. В частности, можно положить  $\mathbf{F}_\tau^\sigma = 0$ , что при  $j \neq 0$  ведет к сохранению  $\mathbf{v}_\tau$ .

Не анализируя другие особенности течения в различных анизотропных средах, отметим, что, как видно из предыдущего, получение условий на разрывах исследуемого типа требует рассмотрения микроструктуры потока в некоторой окрестности разрыва. Хотя такое рассмотрение возможно на разных уровнях (с привлечением тех или иных допущений, как это делалось выше, или в приближении более полной модели с микроанализом структуры материала, с учетом вязкости газа и т. д.), замыкание соответствующей системы соотношений на разрыве без этого, как правило,



Фиг. 1

той проставкой, помещенной на конечном расстоянии от среза (фиг. 1). При  $t < 0$  срез трубы закрыт мембраной, которая отделяет от вакуума газ, находящийся в трубе и имеющий постоянные плотность  $\rho_0$ , давление  $p_0$  и температуру  $T_0$  и нулевую скорость  $v_0 = 0$ . Начало отсчета координаты  $x$  совместим с левой границей проставки, а за масштаб примем ее длину  $l^0$ . Тогда правая граница проставки будет расположена при  $x = 1$ , а срез трубы — при  $x = X > 1$ .

Мембрана мгновенно разрывается в момент  $t = 0$ , после чего начинается процесс истечения в вакуум, волновая диаграмма которого для  $x \leq X$  и не очень больших  $t$  схематически изображена в верхней части фиг. 1. На диаграмме сплошными линиями показаны  $c^-$ -характеристики (характеристики второго семейства), штриховыми —  $c^+$ -характеристики, и штрихпунктиром — вертикаль  $x = 1$  — правая граница проставки (ее левая граница совпадает с осью  $t$ ). При наличии потока параметры газа на границах проставки рвутся, чему на фиг. 1 отвечают изломы характеристик. При разрыве мембранны влево по каналу сначала, как и в случае трубы без проставки, распространяется центрированная волна разрежения из прямолинейных  $c^-$ -характеристик. Сверху центрированная волна ограничена  $c^+$ -характеристикой  $bc$ . Слева от проставки (при  $x < 0$ ) течение типа простой волны с прямолинейными  $c^-$ -характеристиками реализуется при всех  $t$ . На вертикальной  $c^-$ -характеристике пучка  $abc$  число Маха  $M = v/a = 1$ . Согласно расчетам при  $t > t_b$ , в рассматриваемой задаче число Маха на срезе трубы может только увеличиваться, что обеспечивает одномерность потока внутри трубы. Переход к сверхзвуковому истечению из трубы связан с изменением режима истечения из материала и происходит после того, как  $M_+$  — «правое» значение  $M$  при  $x = 1$  — превзойдет единицу. Для достаточно больших  $t$  на некотором участке трубы, который примыкает к ее срезу и размер которого со временем растет практически линейно, устанавливается стационарный поток, однородный слева и справа от проставки, причем  $M < 1$  при  $x < 0$  и  $M > 1$  при  $1 < x \leq X$ . От покоящегося газа однородный дозвуковой поток отделяет волна  $c^-$ -характеристик, сформировавшаяся на начальном этапе истечения и со временем все более и более приближающаяся к центрированной.

Процесс выхода на стационарный режим демонстрируют фиг. 2, 3, где для разных моментов времени даны распределения по длине трубы давления и числа Маха. Соответствие между цифрами около кривых и вре-

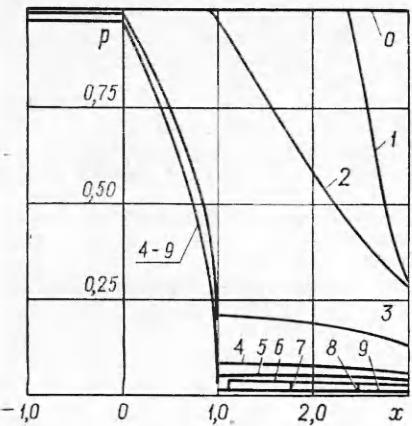
невозможно. Подобное положение имеет место не только в задачах фильтрации, но и при изучении протекания газа через перфорированные перегородки, границы свободного пространства и бесконечно густой решетки профилей и т. п. — всегда, когда разрывом заменяется область, в которой на поток действуют неизвестные из «глобальной» модели внешние силы. Попытки обойти проблему определения указанных сил в рамках глобальных моделей без привлечения дополнительных предположений или детального рассмотрения микроструктуры на основе более полной («локальной») модели не обоснованы. В этой связи укажем на работу [5], в которой при формулировке условий на фронте решетки профилей привлекается вариационный принцип, справедливый для глобальной, но не для локальной модели.

3. В качестве иллюстрации применения описанной выше математической модели рассмотрим одномерную задачу о нестационарном течении газа в полубесконечной трубе с пористой проставкой, помещенной на конечном расстоянии от среза (фиг. 1).

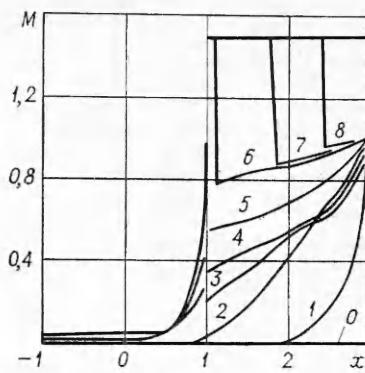
При  $t < 0$  срез трубы закрыт мембраной, которая отделяет от вакуума газ, находящийся в трубе и имеющий постоянные плотность  $\rho_0$ , давление  $p_0$  и температуру  $T_0$  и нулевую скорость  $v_0 = 0$ . Начало отсчета координаты  $x$  совместим с левой границей проставки, а за масштаб примем ее длину  $l^0$ . Тогда правая граница проставки будет расположена при  $x = 1$ , а срез трубы — при  $x = X > 1$ .

Мембрана мгновенно разрывается в момент  $t = 0$ , после чего начинается процесс истечения в вакуум, волновая диаграмма которого для  $x \leq X$  и не очень больших  $t$  схематически изображена в верхней части фиг. 1. На диаграмме сплошными линиями показаны  $c^-$ -характеристики (характеристики второго семейства), штриховыми —  $c^+$ -характеристики, и штрихпунктиром — вертикаль  $x = 1$  — правая граница проставки (ее левая граница совпадает с осью  $t$ ). При наличии потока параметры газа на границах проставки рвутся, чему на фиг. 1 отвечают изломы характеристик. При разрыве мембранны влево по каналу сначала, как и в случае трубы без проставки, распространяется центрированная волна разрежения из прямолинейных  $c^-$ -характеристик. Сверху центрированная волна ограничена  $c^+$ -характеристикой  $bc$ . Слева от проставки (при  $x < 0$ ) течение типа простой волны с прямолинейными  $c^-$ -характеристиками реализуется при всех  $t$ . На вертикальной  $c^-$ -характеристике пучка  $abc$  число Маха  $M = v/a = 1$ . Согласно расчетам при  $t > t_b$ , в рассматриваемой задаче число Маха на срезе трубы может только увеличиваться, что обеспечивает одномерность потока внутри трубы. Переход к сверхзвуковому истечению из трубы связан с изменением режима истечения из материала и происходит после того, как  $M_+$  — «правое» значение  $M$  при  $x = 1$  — превзойдет единицу. Для достаточно больших  $t$  на некотором участке трубы, который примыкает к ее срезу и размер которого со временем растет практически линейно, устанавливается стационарный поток, однородный слева и справа от проставки, причем  $M < 1$  при  $x < 0$  и  $M > 1$  при  $1 < x \leq X$ . От покоящегося газа однородный дозвуковой поток отделяет волна  $c^-$ -характеристик, сформировавшаяся на начальном этапе истечения и со временем все более и более приближающаяся к центрированной.

Процесс выхода на стационарный режим демонстрируют фиг. 2, 3, где для разных моментов времени даны распределения по длине трубы давления и числа Маха. Соответствие между цифрами около кривых и вре-



Фиг. 2



Фиг. 3

менем следующее: 0 ( $t = 0$ ), 1 ( $t = 0,02$ ), 2 ( $t = 0,08$ ), 3 ( $t = 0,22$ ), 4 ( $t = 0,45$ ), 5 ( $t = 0,66$ ), 6 ( $t = 1,00$ ), 7 ( $t = 1,22$ ), 8 ( $t = 1,55$ ), 9 ( $t = 2,00$ ). Время отнесено к  $l^0/a_0^0$ , давление — к  $\rho_0^0 a_0^{02}$ , верхним индексом нуль обозначены размерные величины,  $a_0^0 = \sqrt{\kappa p_0^0 / \rho_0^0}$  — начальная скорость звука в газе. Кривые 1—4 отвечают докритическому истечению из материала ( $M_- < 1$ ), которое осуществляется в режиме «удар Борда». Кривая 5 соответствует критическому истечению ( $M_- = 1$ ) с  $M_+ < 1$ . К этому времени течение в проставке практически установилось. В рамках принятой модели на указанном режиме микроструктура зоны истечения струй заканчивается стационарным замыкающим скачком. После того, как давление спадет от замыкающего скачка в результате опорожнения концевого участка трубы ( $1 < x < X$ ) становится достаточно низким, а интенсивность скачка уменьшается (давление слева от скачка почти не меняется), осуществляется режим с  $M_+ > 1$ . При этом замыкающий скачок сносится вправо (кривые 6—9) и в некоторый момент выносится из трубы.

Результаты, представленные на фиг. 2, 3, получены в предположении изотермичности материала ( $T^0 \equiv T_0$ ) для совершенного газа с газовой постоянной  $R^0$ . Функции  $\varphi_f^0$  и  $\varphi_q^0$ , как и в случае закона Дарси, считались постоянными. Можно показать, что при этом решение в безразмерных переменных (плотность относится к  $\rho_0^0$ , скорость — к  $a_0^0$ , энталпия — к  $a_0^{02}$  и температура — к  $a_0^{02}/R^0$ ) зависит от пяти безразмерных констант:  $\kappa$ ,  $X$ ,  $m$ ,  $k_f = (1-m)\varphi_f^0 l^0/a_0^0$  и  $k_q = (1-m)(\kappa-1)\varphi_q^0 l^0/a_0^0$ . Фиг. 2, 3 отвечают  $\kappa = 1, 4$ ,  $X = 3$ ,  $m = 0,9$ ,  $k_f = 5$  и  $k_q = 0,023$ .

Расчет велся по разностной схеме С. К. Годунова [6], модифицированной применительно к рассмотренной задаче. Не останавливаясь на всех деталях, укажем лишь на два момента. Во-первых, использовалась существенно неравномерная сетка, ячейки которой плавно уменьшались при приближении с обеих сторон к сечению  $x = 1$ . Во-вторых, к задаче о распаде произвольного разрыва в газе, которая, как известно, составляет основу схемы С. К. Годунова, была добавлена аналогичная задача о распаде разрыва на поверхности скачка  $m$ . Ее решение велось в рамках схем течения, описанных в п. 2. Естественно, что те же схемы в каждый момент связывают разрывы параметров на границах проставки (при  $x = 0$  и  $x = 1$ ).

В заключение авторы отмечают полезные дискуссии с Ю. Д. Шмыглевским и В. И. Мароном.

Поступила 15 XII 1980

## ЛИТЕРАТУРА

- Гринь В. Т., Крайко А. Н., Миллер Л. Г. К распаду произвольного разрыва на перфорированной перегородке.— ПМТФ, 1981, № 3.
- Ильин Ю. П. Взаимодействие ударной волны с полубесконечной пористой средой.— В сб.: Прикладная математика. Тула: изд. ТПИ, 1975, вып. 2.
- Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
- Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1979.
- Климович В. И., Лурье К. А., Федоров А. В. К вопросу об условиях на поверхностях раздела областей различных типов в проточной части турбомашин. Препринт № 638. Л.: изд. Физ.-тех. ин-та им. А. Ф. Иоффе, 1979.
- Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.

УДК 532.593 : 532.529

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНЫХ ВОЛН С ЗАЩИТНЫМИ ЭКРАНАМИ В ЖИДКОСТИ И ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЕ

Б. Е. Гельфанд, А. В. Губанов, Е. И. Тимофеев  
(Москва)

Исследованиями распространения волн давления в двухфазных газожидкостных средах выявлены существенные для практического использования особенности изменения параметров ударных волн на границах раздела двухфазной смеси и сплошной жидкости.

Одно из часто обсуждаемых практических приложений изучения динамики волновых процессов в двухфазной среде связано с демпфированием волн давления пузырковыми экранами. Однако почти любая задача с демпфированием волн давления в двухфазной среде распадается на две самостоятельные, но тесным образом связанные проблемы их ослабления и усиления на границах раздела сред с различным акустическим сопротивлением. Так, задача усиления волны давления встречается при анализе их перехода в среду с большим акустическим сопротивлением. Хорошо известно, что при падении ударных волн на границу раздела в двухфазной среде с увеличением акустического сопротивления возрастает перепад давления на фронте волны до 5—7 раз [1—5]. При переходе волны давления в среду с меньшим акустическим сопротивлением наблюдается ослабление волны давления в 3—5 раз [1—5] или становится возможным затухание коротковолновых возмущений в газожидкостной среде.

В связи с этим в зависимости от конкретных условий оказывается, что защитные свойства водно-пузырковых экранов в жидкости начинают определяться соотношениями акустических сопротивлений жидкости и двухфазной среды на обеих границах экрана, на одной из них перепад давления возрастает, а на другой — убывает. Следовательно, эффективность экранов будет зависеть от давления в среде, объемной концентрации газа в жидкости и от интенсивности волны. Сближение акустических сопротивлений сплошной жидкости и двухфазной среды, отмечаемое, например, при росте давления или снижении объемной концентрации газа в жидкости, делает защитные экраны прозрачными для ударных волн и, следовательно, неэффективными.

Уже в работе [6] получены расчетные данные, свидетельствующие о малой эффективности пузырковых экранов для демпфирования ударных волн с перепадом давления на фронте выше 5 МПа при объемной концентрации газа в жидкости до 10 %. Однако расчетные зависимости в [6] не отражают влияния начального давления на эффективность снижения амплитуды ударных волн с помощью экранов. Также представляется недостаточно убедительной иллюстрация в [6] сильного демпфирующего действия водно-пузырковых экранов по отношению к слабым ударным волнам с перепадом давления на ударном фронте ниже  $\Delta p = 0,1\text{--}0,2$  МПа. В результате отмеченных недостатков до сих пор в литературе не имеется достаточно убедительного доказательства эффективности использования водно-пузырковых экранов для защиты подводных сооружений в воде и водных экранов для защиты тех же сооружений в двухфазной среде.

Попытаемся с единых позиций оценить возможные ситуации, которые могут встречаться при использовании различных типов защитных экранов. Это тем более необходимо сделать, так как в литературе периодически появляются заметки как об успешном применении экранов [7], так и об ограничениях их защитных свойств [8].

**Постановка задачи.** Рассмотрим взаимодействие бесконечно длинной ударной волны с газожидкостным экраном толщиной  $l$ , размещенным в объеме сплошной жидкости. Давление на переднем фронте волны  $p_1$ . Волна