УДК 539.376

В. С. Наместников

ОБ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ УРАВНЕНИЯХ В ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Развитие современной техники требует решения разнообразных прикладных задач о поведении конструкций при все усложняющихся условиях эксплуатации, как правило, сопровождающихся ползучестью материала. Центральным в этой проблеме является использование теории ползучести. К настоящему времени предложено много вариантов такой теории. Несмотря на сложность большинства теорий, они носят ограниченный характер и способны более или менее хорошо предсказать поведение материала в узких рамках изменения напряжений и только часть обнаруженных в экспериментах фактов. Да и сами экспериментальные работы совершенно недостаточны. Невозможно найти в литературе данные хотя бы об одном материале, охватывающие достаточно широкий набор напряжений, путей нагружения и вида напряженного состояния, а имеющиеся экспериментальные результаты зачастую подаются в виде, удобном для подтверждения выводов, к которым пришел их автор.

Судить о достоинствах того или иного варианта теории ползучести представляется целесообразным, сравнивая ее предсказания с экспериментальными данными не при плавных, а при контрастных изменениях силовых и температурных условий, таких, например, как ступенчатое нагружение при повторяющихся ступенях, смена знака напряжений, резкое изменение вида напряженного состояния (кручение на растяжение и наоборот) и т. п. Один из важнейших экспериментальных фактов — анизотропия упрочнения при ползучести — был, по-видимому, впервые отмечен в [1].

Экспериментально установлено, что при одной и той же величине интенсивности напряжений процесс ползучести при чистом кручении (растяжении), следующей за предварительной ползучестью при чистом растяжении (кручении), точно воспроизводит процесс ползучести при кручении (растяжении) предварительно недеформированного образца (рис. 1). Таким образом, предварительная ползучесть при растяжении (кручении) не влияет на последующую ползучесть при кручении (растяжении). В дальнейшем были получены и другие свидетельства анизотропного характера упрочнения, и в настоящее время анизотропия упрочнения при ползучести общепризнана.

Многими авторами предлагались различные варианты теории ползучести с анизотропным упрочнением, характерной особенностью которых является введение дополнительных кинематических параметров (иногда как составляющих деформаций) или дополнительных напряжений. Однако во всех этих вариантах отмеченный выше экспериментальный факт, как правило, игнорировался. Исключение составляет, пожалуй, лишь работа [2].

Независимость ползучести при кручении (растяжении) от предварительной ползучести при растяжении (кручении) можно описать, оставаясь в рамках обычной теории упрочнения при надлежащем выборе параметра упрочнения, величины которого при кручении и растяжении были бы независимы. Такой вариант теории ползучести предложен в [3], где в качестве меры упрочнения принято

(1) $$\Omega = p_{ij}\sigma_{ij}$$

(σ_{ij} и p_{ij} — компоненты тензоров напряжений и деформаций ползучести). Скорости деформации ползучести

(2) $$\dot{p}_{ij} = h(\Omega)\partial f(\sigma_i,\ q)/\partial\sigma_{ij}.$$

Здесь q — параметр, позволяющий учесть зависимость скорости ползучести от вида напряженного состояния; h и f — функции указанных аргументов;

(3) $$p_i = \left(\frac{2}{3} p_{ij}p_{ij}\right)^{1/2},$$

$$\sigma_i = \left(\frac{3}{2} \bar{\sigma}_{ij}\bar{\sigma}_{ij}\right)^{1/2};$$

$$\sigma_0 = \sigma_{ii}/3,\ \bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0$$

(δ_{ij} — символы Кронекера).

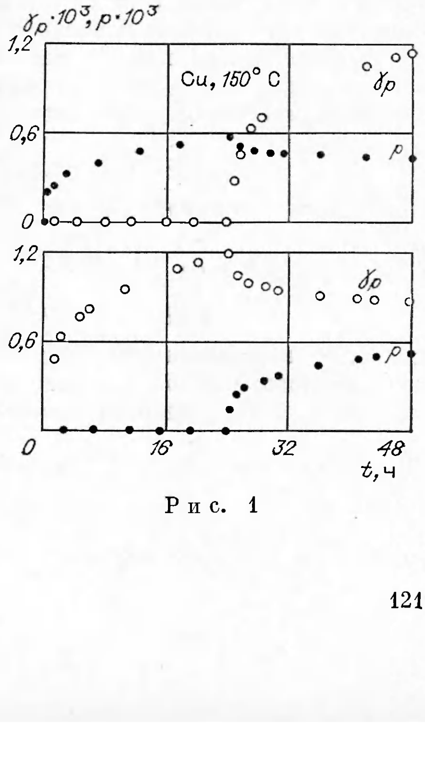

Рис. 1

Для технически чистой меди $q = 0$, так как кривая ползучести в координатах p_i, t при фиксированной σ_i единая для всех видов напряженного состояния [4]. При пропорциональном нагружении $\Omega = p_i\sigma_i$ и из (2) следует обычная теория ползучести. Очевидно, что из соотношений (1) и (2) вытекает независимость ползучести при растяжении (кручении) от предшествовавшей ползучести при кручении (растяжении).

Обратимся теперь к поведению материала в условиях ползучести при реверсировании нагрузки. Как показано в [5], в экспериментах на ползучесть при кручении предварительная ползучесть при напряжении одного знака оказывает разупрочняющее действие на последующую ползучесть при напряжении обратного знака. Деформация ползучести, накопленная при обратном кручении, значительно превышает деформацию ползучести, накопленную при прямом кручении. Аналогичный результат позднее получен при реверсировании как растяжения [6], так и кручения [7—12]. Попытки аналитически описать этот факт, несомненно являющийся следствием анизотропии упрочнения при ползучести, предприняты рядом авторов [2, 8—10, 13, 14].

Нетрудно понять, что при достаточном количестве циклов реверсирования нагрузки полная деформация ползучести p^+, накопленная к концу полуцикла прямого деформирования, должна быть равной полной деформации ползучести p^-, накопленной к концу полуцикла обратного деформирования, так как материалу «безразлично», с какого полуцикла началось циклическое деформирование. Чтобы такой процесс был возможен, деформация ползучести, накапливаемая за полуцикл обратного деформирования, по абсолютной величине должна быть больше деформации ползучести, накапливаемой за полуцикл прямого деформирования, в каждом из начальных циклов реверсирования нагрузки до тех пор, пока не станет $|p^-| = |p^+|$. Результаты экспериментов подтверждают это ([5—12]). Однако, согласно предложенным теориям, учитывающим реверсирование нагрузки, процесс деформирования является, как правило, установившимся с первого цикла и $|p^+| > |p^-|$, т. е. материал должен «запоминать», с какого полуцикла началось реверсирование нагрузки. К тому же нередко рассматриваются лишь первые циклы или один первый цикл.

Один из вариантов определяющих уравнений, дающих возможность предсказать процесс ползучести при реверсировании нагрузки, может быть основан на предположении разделения законов деформирования при прямом и обратном нагружении подобно законам активного нагружения и разгрузки в теории пластичности (аналогичное предположение использовалось в [14]). Далее предполагается, что при уменьшении нагрузки процесс ползучести состоит из накопления деформации при измененном значении напряжения и возврата [15].

Воплощая эти идеи в рамках гипотезы упрочнения при одноосном напряженном состоянии, определяющие соотношения можно записать следующим образом. При активном процессе

$$\dot{p}_a|p_a|^\alpha = f(\sigma)\sigma,\ \sigma d\sigma \geqslant 0,\ p = p_a. \tag{4}$$

После разгрузки напряжения от σ_0 до σ_r без смены знака напряжения

$$\dot{p}_a|p_a|^\alpha = f(\sigma_r)\sigma_r,\ \sigma_0 d\sigma < 0,\ \sigma_0\sigma_r > 0, \tag{5}$$

$$\dot{p}_r|p_r|^\beta = Ap_0^b|\sigma_0 - \sigma_r|^N,\ p = p_a - p_r,$$

где p_r — деформация возврата; p_0 — деформация ползучести в момент начала разгрузки; p — полная деформация ползучести.

После разгрузки напряжения от σ_0 до σ_r при смене знака напряжения

$$\dot{p}_b|p_b|^\alpha = f(\sigma_r)\sigma_r,\ \sigma_0 d\sigma < 0,\ \sigma_0\sigma_r < 0, \tag{6}$$

$$\dot{p}_r|p_r|^\beta = Ap_0^b|\sigma_0 - \sigma_r|^N,\ p = p_0 + p_b - p_r$$

(α, β, b, A, N — постоянные материала).

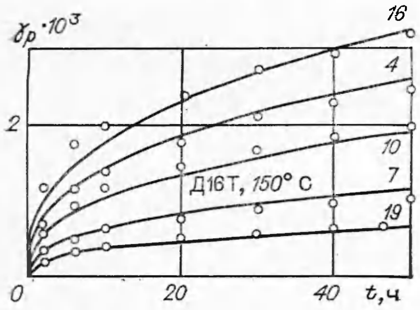

Рис. 2

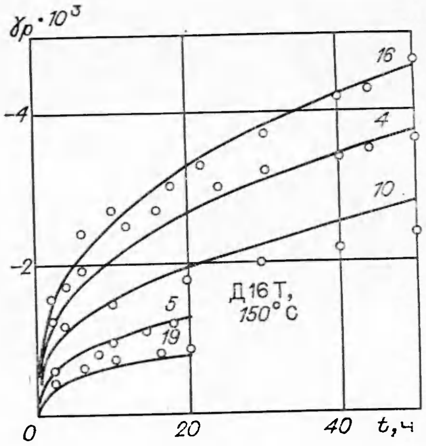

Рис. 3

Деформация ползучести p_b, накапливаемая при изменившем знак и величину напряжении, предполагается не зависящей от деформации активного процесса p_a. После смены знака напряжения полная деформация ползучести p равна сумме деформации p_0, накопленной в активном процессе перед разгрузкой, и деформации p_b, накопленной после разгрузки, за вычетом деформации возврата p_r.

При чистом сдвиге в этих соотношениях нужно p заменить на $\gamma_p/\sqrt{3}$, а σ — на $\sqrt{3}\tau$ (γ_p — деформация ползучести сдвига, τ — касательное напряжение).

На рис. 2 представлены кривые ползучести при прямом кручении, а на рис. 3 — при обратном, точки — данные эксперимента [5], а линии — результаты расчета по зависимостям (6). На рис. 4 показана кривая ползучести сплава Д16Т при многократном реверсировании касательного напряжения, полученная по соотношениям (6), точки — результаты экспериментов [5]. Как видно, процесс ползучести приходит к установившемуся режиму, в котором $|p^+| = |p^-|$, что соответствует сделанным выше выводам. Процесс практически устанавливается примерно за 25 полуциклов. Подобная картина наблюдалась и при ползучести без упрочнения [16]. Амплитуда пластической деформации в этом случае возрастает во времени, что вполне естественно при имевшей место ускоренной ползучести. Введением параметра поврежденности нетрудно добиться эффекта роста амплитуды пластической деформации во времени.

Вариант определяющих уравнений (4)—(6) при увеличивающемся напряжении совпадает с обычной теорией упрочнения. При ступенчатом росте напряжения теория упрочнения дает по сравнению с экспериментом несколько заниженные величины деформации ползучести. Этот недостаток характерен для большинства известных теорий ползучести. Практически во всех экспериментальных работах, в которых рассматривался ступенчатый рост напряжения, отмечается, что вслед за увеличением напряжения скорость ползучести значительно возрастает, а затем убывает, приближаясь к соответствующей новому уровню напряжения.

Был предпринят ряд попыток добиться аналитического описания этого эффекта [17, 18]. В [17] в гипотезу упрочнения вводился дополнительный параметр, в качестве которого принималась дополнительная работа пластической деформации ползучести. В [18] вместо деформации ползучести как меры упрочнения в гипотезе упрочнения бралась работа деформации

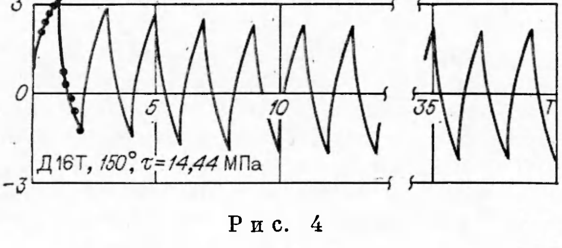

Рис. 4

ползучести. Эта идея в последующем получила дальнейшее развитие и стала именоваться энергетическим вариантом теории ползучести [19].

При ступенчатом уменьшении напряжения, как показывают экспериментальные данные, допустимы варианты $\dot{p} \lessgtr 0$. Соотношения (6) дают возможность получить этот результат.

Определяющие соотношения (4)—(6) нетрудно обобщить на случай сложного напряженного состояния. При активном процессе ($\sigma_{\beta\delta} d\sigma_{\beta\delta} > 0$)

$$(7)\qquad \dot{p}_{\beta\delta a} = \frac{3}{2} a\Omega^{-\alpha}\sigma_i^{n-\alpha-1}\bar{\sigma}_{\beta\delta}\exp\left(C\int_0^t p_{ija}d\sigma_{ij} + B\frac{|T_3|}{\sigma_i^3}\right),\quad p_{\beta\delta} = p_{\beta\delta a}.$$

После уменьшения напряжения $\sigma_{\beta\delta}$ от $\sigma_{\beta\delta 0}$ до $\sigma_{\beta\delta r}$ без смены его знака ($\sigma_{\beta\delta 0} d\sigma_{\beta\delta} < 0$, $\sigma_{\beta\delta 0}\sigma_{\beta\delta r} > 0$)

$$(8)\qquad \dot{p}_{\beta\delta a} = \frac{3}{2} a\Omega^{-\alpha}\sigma_{ir}^{n-\alpha-1}\bar{\sigma}_{\beta\delta r}\exp\left(C\int_0^t p_{ija}d\sigma_{ij} + B\frac{|T_3|}{\sigma_i^3}\right),$$

$$\dot{p}_{\beta\delta r} = \frac{3}{2} Ap_i^b(\Omega')^{-\beta}(\sigma_i')^{N+\beta-1}\bar{\sigma}'_{\beta\delta}\exp\left[B\frac{|T_3'|}{(\sigma_i')^3}\right].$$

Полная деформация ползучести

$$(9)\qquad p_{\beta\delta} = p_{\beta\delta a} - p_{\beta\delta r}.$$

При $d\sigma_i < 0$ нужно положить $C = 0$. После уменьшения напряжения $\sigma_{\beta\delta}$ от $\sigma_{\beta\delta 0}$ до $\sigma_{\beta\delta r}$ со сменой его знака ($\sigma_{\beta\delta} d\sigma_{\beta\delta} < 0$, $\sigma_{\beta\delta 0}\sigma_{\beta\delta r} < 0$)

$$(10)\qquad \dot{p}_{\beta\delta b} = \frac{3}{2}\Omega_b^{-\alpha} a\sigma_{ir}^{n-\alpha-1}\bar{\sigma}_{\beta\delta r}\exp\left(B\frac{|T_3|}{\sigma_{ir}^3}\right),$$

$$\dot{p}_{\beta\delta r} = \frac{3}{2} Ap_i^b(\Omega')^{-\beta}(\sigma_i')^{N+\beta-1}|\bar{\sigma}'_{\beta\delta}|\exp\left[B\frac{|T_3'|}{(\sigma_i')^3}\right].$$

Полная деформация ползучести

$$(11)\qquad p_{\beta\delta} = p_{\beta\delta a} + p_{\beta\delta b} - p_{\beta\delta r}.$$

Здесь $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij0} - \sigma_{ijr}$; $\Omega' = p_{ijr}\sigma'_{ij}$; $\Omega_b = p_{ijb}\sigma_{ijr}$; $T_3 = 9\bar{\sigma}_{ij}\bar{\sigma}_{jk}\bar{\sigma}_{ki}$; a, α, n, C, B, b, A, N, β — постоянные материала при данной температуре. Член с третьим инвариантом девиатора напряжений T_3 учитывает зависимость скорости ползучести от вида напряженного состояния. Если кривая ползучести $p_i(t)$ не зависит от вида напряженного состояния при одной и той же интенсивности напряжений σ_i, то в соотношениях (7), (8) и (10) нужно принять $B = 0$. Член с параметром C учитывает возрастание скорости ползучести при ступенчатом увеличении напряжения.

Предложенная модель (7)—(11) хорошо количественно описывает все экспериментальные результаты, приведенные в [1—5], в том числе факт независимости ползучести последующего кручения (растяжения) от предварительной ползучести при растяжении (кручении), реверсирование нагрузки, а также наблюдавшийся в [4] возврат предварительной деформации ползучести при растяжении (кручении) в последующей ползучести при кручении (растяжении) (см. рис. 1).

Среди других экспериментальных работ наибольший интерес представляет [10], содержащая разнообразные программы испытаний. Следует заметить, однако, что в этих экспериментах практически отсутствовало дублирование испытаний, а наблюдавшийся разброс данных был достаточно большой. В опытах при одной и той же интенсивности напряжений σ_i авторы получили несовпадающие кривые ползучести в координатах p_i, t при кручении и растяжении. Этот эффект они отнесли за счет анизотропии, и предложенной ими теорией он не описывается, но наблюдается у материалов изотропных в исходном состоянии, и, следовательно, отнести его за счет анизотропии невозможно. Описание такого эффекта в модели (7)—(11) осуществлено введением третьего инварианта девиатора напряжений T_3.

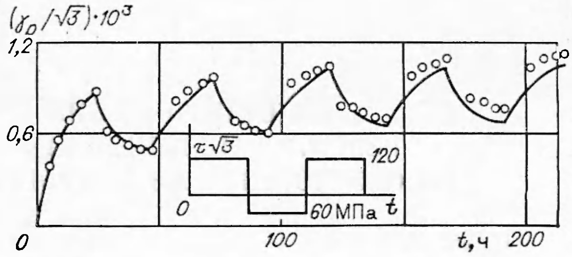

Рис. 5

Предложенная модель (7)—(11) хорошо согласуется с экспериментальными данными [10]. В качестве примера на рис. 5 приведен один из вариантов этих экспериментов, где линия — результат расчета, а точки — эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Наместников В. С.** О ползучести при переменных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР. ОТН.— 1957.— № 10.
2. **Бережная О. И., Быковцев Г. И., Горелов В. И.** Построение кинетических уравнений теории ползучести // Изв. АН СССР. МТТ.— 1988.— № 1.
3. **Namestnikow W. S.** Combined-stress creep under changing loads // Proc. Joint Intern. conf. on creep, London, 1963.
4. **Namestnikow W. S.** Kriechen der Metalle beim zusammengesetzten Spannungszustand // Proc. 11th Intern. congr. of appl. mech., Munich, 1964.— Berlin: Springer, 1964.
5. **Наместников В. С.** Прямое и обратное кручение в условиях ползучести // ПМТФ.— 1960.— № 1.
6. **Wilson E. G.** A general creep theory based on stress varied creep behavior//J. Sheffeld Univ. Soc.— 1972.— V. 11.
7. **Endo K., Omori S.** Creep behaviors of a mild steel under varying stresses // Mem. Fac. Engng Hiroshima Univ.— 1961.— V. 1, N 4.
8. **Ohashi J., Ohno N., Kawai M.** Creep deformation of stainless steel SUS 304 under repeated multiaxial loading // Trans. JSME.— 1982.— V. A—48, N 435.
9. **Murakami S., Ohno N.** A constitutive equation of creep based on the concept of a creep-hardening surface // Intern. J. Solids Struct.— 1982.— V. 18, N 7.
10. **Ohno N., Murakami S., Ueno T.** A constitutive model of creep describing creep recovery and material softening caused by stress reversals // J. Engng Mater. and Technol.— 1985.— V. 107, N 1.
11. **Andrade E. N. da C., Jolliffe K. H.** The flow of polycrystalline metals under simple shear // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.— 1963.— V. A 271, N 1347.
12. **Никитенко А. Ф.** Циклическая ползучесть титанового сплава // Пробл. прочности.— 1976.— № 8.
13. **Малинин Н. Н.** Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций.— М.: Машиностроение, 1981.
14. **Москвитин В. В., Акоева Э. С.** К переменному нагружению вязкопластических сред // Упругость и пластичность.— 1975.— Вып. 4.
15. **Качанов Л. М.** Теория ползучести.— М.: Физматгиз, 1960.
16. **Соснин О. В., Горев Б. В., Рубанов В. В.** О ползучести циклически нагруженных элементов конструкций // Пробл. прочности.— 1977.— № 10.
17. **Наместников В. С., Работнов Ю. Н.** О гипотезе уравнения состояния при ползучести // ПМТФ.— 1961.— № 3.
18. **Вилесова Н. С., Наместников В. С.** Об одном параметре упрочнения // ПМТФ.— 1964.— № 3.
19. **Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф.** Энергетический вариант теории ползучести.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1986.

г. Москва

Поступила 1/XII 1988 г.