УДК 536.3+536.42

Однофазная задача Стефана в селективно-поглощающей среде*

С.Д. Слепцов[1], Н.А. Рубцов[1], Н.А. Саввинова[2]

[1]*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

[2]*Северо-Восточный Федеральный Университет, Якутск*

E-mail: sleptsov@itp.nsc.ru

Методами численного моделирования проведено исследование теплового состояния полупрозрачной селективно-поглощающей среды при разных значениях оптических свойств границ и теплоотдачи с левой поверхности в приближении однофазной задачи Стефана. Проведен анализ полей температур и плотностей потоков результирующего излучения, а также теплового состояния левой границы и динамики сокращения слоя в процессе плавления. Выполнено сопоставление процессов фазового перехода в плоском слое селективной и серой поглощающей и излучающих средах в слое пластины и показано их принципиальное различие.

Ключевые слова: радиационно-кондуктивный теплообмен, задача Стефана, селективность, степень черноты, теплоотвод.

Введение

Учет селективности излучения в задачах радиационно-кондуктивного теплообмена с фазовым переходом в приближении задачи Стефана является важным этапом учета реальных условий протекания сложных тепловых процессов. С подобными задачами приходится сталкиваться как в области стекловарения, в технологиях роста полупрозрачных кристаллов, при решении проблем разработки эффективных методов тепловой защиты, так и в природных условиях при рассмотрении процессов таяния ледников и толщи льда в арктических озерах. В частности, представленная в работе модель плавления полупрозрачного слоя с серым покрытием при определенных граничных условиях моделирует процесс таяния льда арктического озера со снежным (серым) покрытием при солнечном облучении.

Работ, моделирующих двухфазные задачи с излучением, достаточно много. Выразительным примером подобных задач является экспериментальное и численное исследование плавления полупрозрачного материала [1], а также импульсный нагрев и плавление оксида алюминия лазерным излучением [2, 3]. Наиболее полно численные решения подобных задач рассмотрены в монографиях [4–6].

Строгий учет зависимости поглощательной способности объема среды от частоты излучения является сложной задачей. Для ее упрощения используют разные модели.

* Работа выполнена в рамках бюджетного проекта III.18.2.2 «Теплофизические свойства, фазовые превращения и кинетические процессы в рабочих средах и материалах для энергетических технологий».

Одной из самых простых и удобных является модель прямоугольных полос. В этом случае коэффициенты поглощения, а также другие величины, описывающие оптические свойства, предполагаются постоянными в пределах определенной частотной полосы $\Delta\nu$. Необходимая точность достигается за счет увеличения числа полос и выбора соответствующих значений оптических коэффициентов внутри спектрального интервала [4].

Однофазная задача Стефана [7, 8], будучи частным случаем двухфазной задачи, имеет кардинальные отличия от последней и в то же время оказывается более сложной. В численной реализации в этом случае приходится более тщательно учитывать не только тепловые и радиационные потоки, но и теплоотдачи на внешних сторонах поверхностей. Объем среды строго не фиксирован, движущийся фронт совпадает с положением одной из границ, претерпевающий фазовый переход первого рода. В такой постановке на первый план выходит обоснование граничных условий (с учетом модификаций [9] в рассматриваемых условиях серой поглощающей среды).

В настоящей работе рассматривается однофазная задача Стефана с селективно-поглощающей средой с прозрачными и полупрозрачными серыми границами, которая до настоящего времени не решалась.

Постановка задачи

На рис. 1 изображена геометрическая схема задачи, представляющая трехслойную систему, где полубесконечные слои I и III соответствуют внешним условиям с показателем преломления воздуха $n_0 = 1$ при соответствующих температурах воздуха T_1 и T_2, а слой II соответствует исследуемой твердой полупрозрачной среде с коэффициентом преломления $n = 1{,}5$.

В работе исследуются нагрев и последующее плавление бесконечного плоскопараллельного слоя II селективно-поглощающей полупрозрачной среды с коэффициентом объемного поглощения излучения α_ν и теплопроводностью λ. Границы плоского образца частично поглощают, отражают и пропускают излучение таким образом, что $A_i + R_i + D_i = 1$, $i = 1, 2$, где A_i, R_i, D_i — значения полусферических коэффициентов поглощения, отражения и пропускания соответственно. При этом предполагается справедливость закона Кирхгофа: $A_i = \varepsilon_i$, где ε_i — степень черноты границ.

Решение краевой задачи включает в себя два этапа. Первый этап сводится к рассмотрению нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена в процессе нагрева селективного полупрозрачного образца с плоскопараллельными серыми границами излучением и конвекцией. На втором этапе при достижении правой границей образца температуры плавления $T(L(t), t) = T_f$ рассматривается непосредственно задача Стефана. Образующаяся при этом на границе жидкая фаза уносится конвективным потоком. Это предположение связано с допущением наличия теплообмена на правой границе, испытывающей фазовый переход, и обосновано в работе [10] введением определения уносимой жидкой фазы как нуль-фазы. Такой подход позволяет оставаться в рамках однофазной задачи Стефана при наличии неравновесности, вызванной теплообменом на внешней стороне фронта фазового перехода.

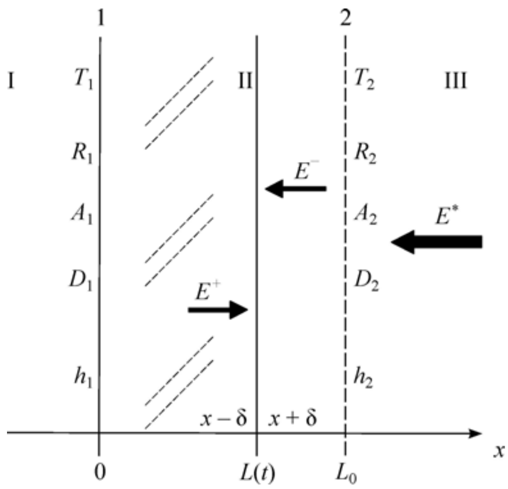

Рис. 1. Геометрическая схема трехслойной системы.

Тем самым исключаются из рассмотрения нефизичные классические условия [11] отсутствия теплообмена на правой границе (изотермическая область, примыкающая к правой границе с внешней стороны при температуре фазового перехода). Появление жидкого слоя связано с рассмотрением двухфазных задач Стефана как с учетом [4], так и без учета [11] излучения.

Положение границы раздела фаз $L(t)$ определяется из решения краевой задачи, которое сводится к определению полей температур и плотностей потоков в слое твердой фазы переменной (от $x = 0$ до $x = L(t)$) толщины (рис. 1).

Уравнение сохранения энергии имеет вид:

$$c\rho \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} - E_\nu(x,t) \right). \tag{1}$$

Здесь $E_\nu(x, t)$ — плотность потока результирующего излучения в сечении x в момент времени t.

Граничные условия уравнения энергии (1) в общем случае для произвольного момента времени $t \geq 0$ записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} &-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x+\delta} + h_1 \left(T - T_1\right)\Big|_{x-\delta} + \left|E_{1,\nu}\right| = 0,\ x = 0, \\ &\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x-\delta} + h_2 \left(T_2 - T\right)\Big|_{x+\delta} - \left|E_{2,\nu}\right| = \rho\gamma \frac{\partial L}{\partial t},\ x = L(t), \end{aligned} \tag{2}$$

где $E_{1,\nu} = E_{1,\nu}(0, t)$, $E_{2,\nu} = E_{2,\nu}(L(t), t)$ — плотность потоков результирующего излучения на границе 1 (x = 0) и 2 $(x = L_0, L(t))$ в момент времени $t \geq 0$ (см. рис. 1), $\left|E_{i,\nu}\right| = E_{i,\nu}(x-\delta) - E_{i,\nu}(x+\delta)$, i = 1, 2 — перепад значений плотностей потоков результирующего излучения на границах сопряжения слой-среда, $x \pm \delta$ — координата, бесконечно близко прилегающая к координате x; h_i — коэффициенты теплообмена с внешней средой, T_i — температура окружающей плоский слой среды, γ — скрытая теплота плавления, ρ — плотность при температуре фазового перехода T_f; индексы i = 1, 2 соответствуют левой и правой средам (границам слоя-образца). Радиационная составляющая $\left|E_{i,\nu}\right|$ граничных условий (2) учитывает процессы отражения и пропускания излучения границами образца и записывается в форме, принимающей во внимание только поглощение и излучение границ [12]:

$$\begin{aligned} E_{1,\nu} &= A_1 \left[E_\nu^- \left(x+\delta\right) + \sigma_0 T_1^4 \right] - \varepsilon_1 \left(1+n^2\right) \sigma_0 T^4(x,t),\ x = 0, \\ E_{2,\nu} &= A_2 \left[E_\nu^+ \left(x-\delta\right) + E^* \right] - \varepsilon_2 \left(1+n^2\right) \sigma_0 T^4(x,t),\ x = L(t). \end{aligned} \tag{3}$$

Предполагается, что наличие фазового перехода на границе 2 не сказывается на оптических свойствах, а потому ε_i, A_i, R_i и D_i полагаем неизменными, а во втором уравнении системы (3) следует иметь в виду, что $T(x) \equiv T_f$, $x = L(t)$, $t > 0$. При рассмотрении первого этапа радиационно-кондуктивного нагрева образца во втором уравнении граничных условий (2) $T_f \equiv T(x)$, $x = L_0$, а правая часть этого уравнения приравнивается к нулю. Система уравнений (1)–(3) дополняется начальным условием

$$T(x, 0) = f(x),\quad L(0) = L_0. \tag{4}$$

Таблица

Спектральные зависимости коэффициента поглощения

j	ν_j, 10^{14}, Гц	Λ_j, мкм	A_j, $м^{-1}$
1	0–0,6	∞–5	500
2	0,6–1,2	5–2,5	160
3	1,2–2,3	2,5–1,3	5
4	2,3–3,84	1,3–0,78	0,1
5	3,84–6	0,78–0,5	0,2

Для решения радиационной части задачи использован трехслойный метод средних потоков с пятью полосами частотной области. Частотная область, представленная в таблице, учитывает высокую поглощательную способность среды в инфракрасной области, оставаясь прозрачной в видимой области [4].

Радиационные граничные условия, записываемые относительно полусферических плотностей потоков эффективного излучения применительно к трехслойным селективно-поглощающим средам, записываются через коэффициенты отражения [4] следующим образом.

На внешних границах системы задаются падающие плотности потоков при $n_0 = 1$:

$$x = 0 - \infty: \quad E_{j,\mathrm{I}}^{+} = B_\nu(T_1), \qquad x = L(t) + \infty: \ E_{j,\mathrm{III}}^{-} = E^{*}; \tag{5}$$

на промежуточном слое при $n > n_0$

$$E_{j,\mathrm{II}}^{+} = \left(1 - R_1\right)\frac{n_0^2}{n^2} E_j^{-} + R_1 E_j^{+}, \ x = 0, \qquad E_{j,\mathrm{II}}^{-} = \left(1 - R_2\right)\frac{n_0^2}{n^2} E_j^{+} + R_2 E_j^{-}, \ x = L(t), \tag{6}$$

где j — номер спектральной полосы ν_j, B_ν — функция Планка излучения абсолютно черного тела; римскими цифрами в индексах обозначены номера слоев: I и III — внешние слои, II — промежуточный слой, который рассматривается в настоящей работе (в дальнейшем индекс II опустим). Здесь принято во внимание, что на промежуточном слое коэффициент отражения обусловлен полным внутренним отражением, которое получается из соотношения

$$\left(1 - R_i'\right) n^2 = \left(1 - R_i\right) n_0^2. \tag{7}$$

Плотность результирующего интегрального по спектру потока излучения находится из соотношения

$$E_\nu = \sum_{j=1}^{5}\left(E_j^{+} - E_j^{-}\right).$$

Преобразование краевой задачи (1)–(4) к безразмерному виду связано с привлечением лагранжевых преобразований $\xi = x/L(t)$ [6]. Такая переменная позволяет фиксировать координату фронта фазового перехода в границах $0 \le \xi \le 1$, при этом сам фронт становится плоскопараллельным (метод выпрямления фронтов). Система уравнений (1), (2) и (4), с учетом (3) преобразуется к краевой задаче в следующем виде:

$$\frac{\partial \theta(\xi,\eta)}{\partial \eta} = \xi \frac{\dot{s}}{s}\frac{\partial \theta(\xi,\eta)}{\partial \xi} + \frac{1}{s^2}\frac{\partial^2 \theta(\xi,\eta)}{\partial \xi^2} - \frac{1}{sN}\frac{\partial \Phi_\nu(\xi,\eta)}{\partial \xi}, \quad 0 \le \xi \le 1, \tag{8}$$

$$-\frac{\partial\theta(0,\eta)}{\partial\xi}+s\mathrm{Bi}_1\left(\theta(0,\eta)-\theta_1\right)+\frac{s}{N}\left[A_1\left(\Phi_\nu^-+\frac{\theta_1^4}{4}\right)-\varepsilon_1\left(1+n^2\right)\frac{\theta^4(0,\eta)}{4}\right]=0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial\theta(1,\eta)}{\partial\xi}+s\mathrm{Bi}_2\left(\theta_2-\theta(1,\eta)\right)-\frac{s}{N}\left[A_2\left(\Phi_\nu^+(1,\eta)+F^*\right)-\varepsilon_2\left(1+n^2\right)\frac{\theta^4(1,\eta)}{4}\right]=\frac{s\dot{s}}{\mathrm{St}}, \quad (10)$$

$$\theta(\xi,0)=f(\xi),\ \ s(0)=1,\ \ \theta(1,\eta)=1, \quad (11)$$

здесь $\theta=T/T_f$, $\xi=x/L(t)$, $s(\eta)=L(t)/L_0$, $\eta=\lambda t\Big/\left(\rho c_p L_0^2\right)$ — безразмерное время, $N=\lambda\Big/\left(4\sigma_0T_f^3L_0\right)$ — радиационно-кондуктивный параметр, $\Phi_\nu^\pm(\xi,\eta)=E_\nu^\pm(x,t)\Big/\left(4\sigma_0T_f^4\right)$ — безразмерная плотность потока излучения, $F^*=E^*\Big/\left(4\sigma_0T_f^4\right)$ — безразмерная плотность потока излучения, падающего на пластину с правой стороны, $\mathrm{Bi}_i=h_iL_0/\lambda$ — число Био, $\dot{s}=ds/d\eta$ — скорость распространения фронта плавления, $\mathrm{St}=T_fc_p/\gamma$ — число Стефана, σ_0 — постоянная Стефана–Больцмана. Входящие в уравнения (8)–(10) безразмерные плотности потоков излучения $\Phi^\pm$, $\Phi_\nu=\sum\limits_j\left(\Phi_j^+-\Phi_j^-\right)$ определяются из решения уравнения переноса излучения в плоском слое излучающей и поглощающей среды с известным распределением температур по слою.

Широкие возможности в смысле простоты решения и эффективности получения результатов представляет модифицированный метод средних потоков [4]. В рамках этого метода уравнение переноса излучения сводится к системе двух нелинейных дифференциальных уравнений для плоского слоя полупрозрачной среды. Дифференциальный аналог уравнения переноса для полусферических потоков $\Phi_j^\pm$ записывается в виде:

$$\begin{gathered}\frac{d}{d\tau_j}\left(\Phi_j^+(\tau,\eta)-\Phi_j^-(\tau,\eta)\right)+\left(m_j^+(\tau)\Phi_j^+(\tau,\eta)-m_j^-(\tau)\Phi_j^-(\tau,\eta)\right)=n^2\Phi_0,\\ \frac{d}{d\tau_j}\left(m_j^+(\tau)l_j^+(\tau)\Phi_j^+(\tau,\eta)-m_j^-(\tau)l_j^-(\tau)\Phi_j^-(\tau,\eta)\right)+\left(\Phi_j^+(\tau,\eta)-\Phi_j^-(\tau,\eta)\right)=0.\end{gathered} \quad (12)$$

Граничные условия для системы уравнений (11) в безразмерном виде получаются из условий (5) и (6) в виде:

$$\begin{gathered}\tau_{j,\mathrm{I}}=0-\infty:\quad \Phi_{j,\mathrm{I}}^+=\Phi_0(\theta_1),\\ \tau_{j,\mathrm{III}}=L(t)+\infty:\ \Phi_{j,\mathrm{III}}^-=F^*,\end{gathered} \quad (13)$$

$$\begin{gathered}\Phi_{j,\mathrm{II}}^+=\left(1-R_1\right)\frac{n_0^2}{n^2}\Phi_j^-+R_1\Phi_j^+,\ \tau=0,\\ \Phi_{j,\mathrm{II}}^-=\left(1-R_2\right)\frac{n_0^2}{n^2}\Phi_j^++R_2\Phi_j^-,\ \tau=L(t).\end{gathered} \quad (14)$$

Здесь $\Phi_0=B_\nu\Big/\left(4\sigma T_f^4\right)$ — безразмерная плотность равновесного излучения, $\tau_j=\alpha_j\cdot x$ — оптическая толщина слоя. Значения коэффициентов $m_j^\pm$, $l_j^\pm$ определяются из рекуррентного соотношения, полученного с помощью формального решения уравнения переноса излучения [4].

Решения краевой задачи сводится к определению температуры $\theta(\xi,\eta)$ и плотностей потоков результирующего излучения $\Phi_\nu(\xi,\eta)$ в слое II $G=\{0\le\xi\le1{,}0;\ 0\le\eta\le\eta_1\}$, представляющего собой плоский слой твердой фазы. Положение фронта фазового перехода $s(\eta)$ меняется от 1 до 0. Краевая задача (8)–(11) решается конечно-разностным методом, нелинейная система неявных разностных уравнений — методом прогонки и итераций. При решении радиационной задачи используются итерации, на каждом шаге которых краевая задача (12)–(14) решается методом матричной факторизации. Быстрая сходимость такого метода решения позволяет получать результаты с высокой степенью точности.

Анализ результатов

В настоящем разделе представлены результаты численного моделирования процессов нагрева образца из слоя полупрозрачного материала с физическими параметрами: $S_0=0{,}1$ м, $T_1=300$ K, $T_2=900$ K, $T_f=1000$ K, $E^*=200$ кВт/м^2; теплофизические свойства материала близки к свойствам флюорита и составляют: $\rho=2000$ кг/м^3, $\lambda=1$ Вт/(м·K), $a=10^{-6}$ м^2/с, скрытая теплота фазового перехода $\gamma=500$ кДж/кг; оптические параметры образца следующие: показатель преломления $n=1{,}5$, коэффициенты отражения $R_{1,2}=0{,}1$, спектральные коэффициенты объемного поглощения представлены в таблице.

В ходе численного эксперимента полагалось, что теплоотдача от стенок слоя соответствует условиям при естественной конвекции: $h_{1,2}=8$ Вт/(м^2·K) при $\varepsilon_{1,2}=0,\ 0{,}1$, теплоотдача на левой границе при $\varepsilon_{1,2}=0{,}2$ полагалась равной $h_1=30$ Вт/(м^2·K), при $\varepsilon_{1,2}=0{,}3$ она увеличивалась до $h_1=8$ Вт/(м^2·K), теплоотдача на правой границе (h_2) оставалась без изменения. Перечисленные значения были выбраны с учетом того, что при теплоотдаче $h_1=80$ Вт/(м^2·K) и высокой плотности потока излучения с увеличением степени черноты левой границы ее температура претерпевает нехарактерные всплески. Указанный всплеск температуры левой границы может быть объяснен сочетанием селективно-поглощающей среды с серой правой границей, совпадающей с фронтом фазового перехода. Серый фронт фазового перехода, удерживаемый при максимальной температуре фазового перехода, проникает через окна прозрачности в спектре поглощения среды и нагревает левую серую границу. При определенных коэффициентах теплоотдачи на границах пластины представляются возможными смена направления результирующего теплового потока и осуществление фазового перехода на левой границе пластины.

Значения степени черноты $\varepsilon_{1,2}=0{,}3$ выбраны из расчета, что внутренний коэффициент отражения $R'_{1,2}$, полученный из соотношения (7), равен 0,6, тогда внутренний коэффициент пропускания, с учетом закона Кирхгоффа, принимает значение $D'_{1,2}=1-A'_{1,2}-R'_{1,2}=0{,}1$. При дальнейшем увеличении $\varepsilon_{1,2}>0{,}4$ границы рассматриваемой среды становятся непропускающими, а только отражающими и поглощающими излучение.

На рис. 2 представлены температурные поля при различных значениях степеней черноты. При значениях $\varepsilon_{1,2}<0{,}2$ температурное поле не реагирует на оптические свойства границ (рис. 2*a*, 2*b*). Среда нагревается монотонно, подобно непрозрачному материалу с большим температурным градиентом по слою, что связано с большой поглощательной способностью в инфракрасной области (кривые между линиями *1* и *2*). С началом фазового перехода (кривые между линиями *2* и *3*) наблюдается перегрев около правой границы, который не превышает 5 % от температуры плавления при положении

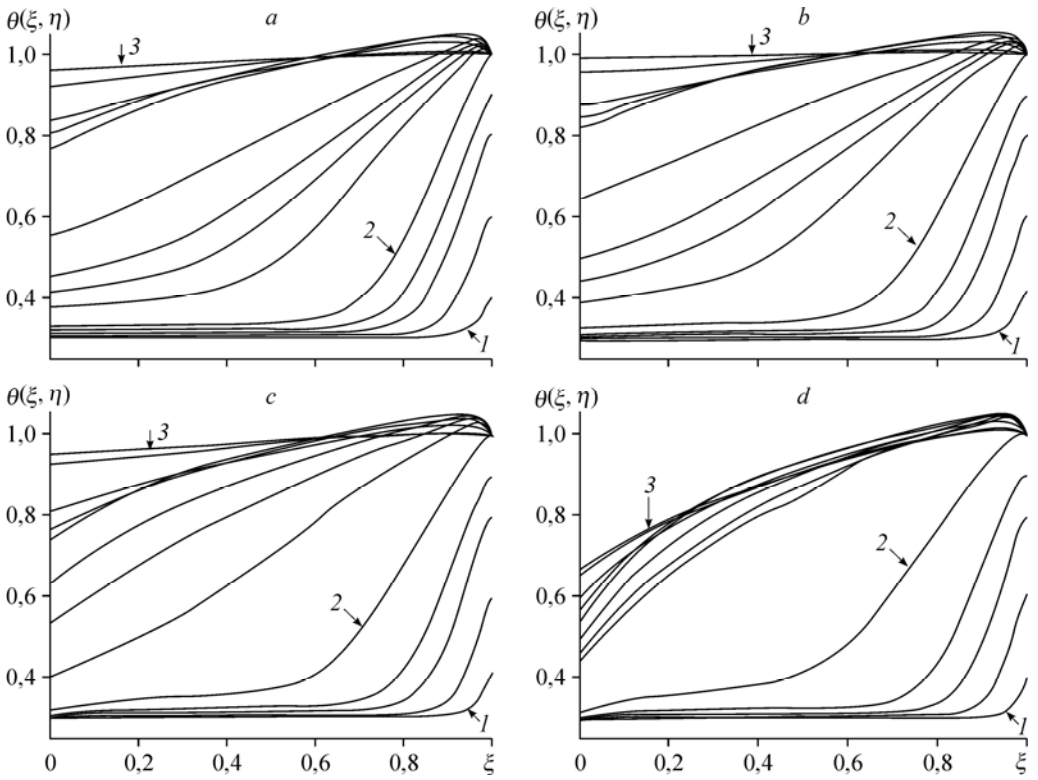

Рис. 2. Температурные поля при разных значениях степени черноты и теплоотдачи от левой «холодной» стенки.

a — $\varepsilon_{1,2} = 0$, $h_1 = 8$ Вт/(м^{2}K), b — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}1$, $h_1 = 8$ Вт/(м^{2}K), c — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}2$, $h_1 = 30$ Вт/(м^{2}K), d — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}3$, $h_1 = 80$ Вт/(м^{2}K); *1* — начало процесса, *2* — начало плавления, *3* — конец плавления.

фронта в районе $s \approx 0{,}7$. Перегрев твердой фазы определяется теплообменом при фиксированной температуре фазового перехода, а также независимостью определяющих параметров от температуры. К концу процесса плавления ($s \sim 0{,}05$) температурный градиент падает, слой становится практически изотермическим. С повышением степени черноты границ $\varepsilon_{1,2} > 0{,}2$ температурное поле около правой границы не меняется (рис. 2*c* и 2*d*), что является показателем фиксированной температуры плавления и высокого коэффициента объемного поглощения излучения. Температурное поле около левой границы существенно зависит от теплоотдачи, которая не дает поверхности перегреваться.

На рис. 3 приведены графики полей результирующих радиационных потоков. При степени черноты $\varepsilon_{1,2} < 0{,}2$ монотонно убывающие кривые на этапе нагрева (кривые между линиями *1* и *2*) сменяются на немонотонные в процессе фазового перехода (рис. 3*a* и 3*b*). С увеличением $\varepsilon_{1,2} \geq 0{,}2$ плотность потока излучения на левой границе повышается, при $\varepsilon_{1,2} = 0{,}3$ кривые все время характеризуются наличием высокого градиента потока излучения по слою (рис 3*c*, 3*d*), что связано с особенностями температурного распределения при данных параметрах.

Рост температуры левой границы показан на рис. 4*a*. При значениях $\varepsilon_{1,2} < 0{,}2$ динамику роста можно характеризовать тремя этапами: до определенного уровня наблюдается быстрый рост температуры, затем — плавный рост, и примерно к концу процесса имеет место новый всплеск температуры, практически достигающий температуры фазового перехода. Рост температуры с увеличением $\varepsilon_{1,2} \geq 0{,}2$ сдерживается более сильной теплоотдачей, что отражается в затягивании процесса плавления и приводит к тому, что слой

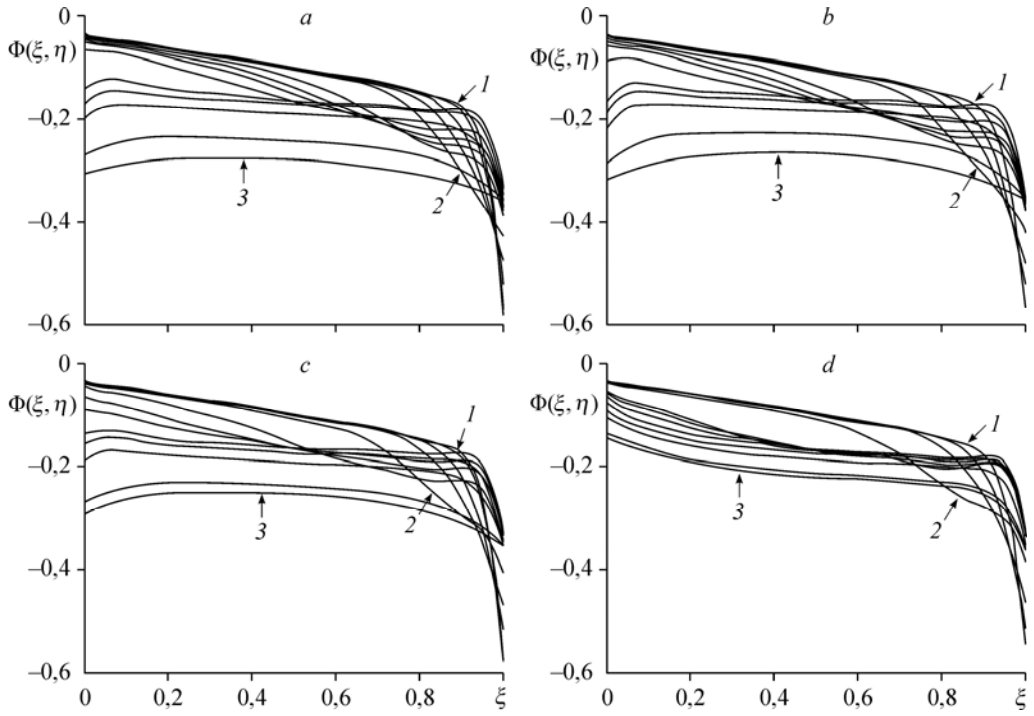

Рис. 3. Поля результирующих радиационных потоков при разных значениях степени черноты и теплоотдачи с левой “холодной” стенки.
a — $\varepsilon_{1,2} = 0$, $h_1 = 8$ Вт/(м^{2}K), *b* — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}1$, $h_1 = 8$ Вт/(м^{2}K), *c* — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}2$, $h_1 = 30$ Вт/(м^{2}K), *d* — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}3$, $h_1 = 80$ Вт/(м^{2}K); *1* — начало процесса, *2* — начало плавления, *3* — конец плавления.

проплавляется не до конца: плавление прекращается, достигнув определенной толщины (рис. 4*b*).

На рис. 5 показаны сравнения модели селективно-поглощающей среды с моделью серой среды при $\varepsilon_{1,2} = 0{,}1$. Поглощательная способность для серой среды подобрана путем численного эксперимента и принята равной α = 40 м$^{-1}$. Температурное поле серой среды (рис. 5*a*) на этапе нагрева (штриховые линии *1* и *2*) заметно отличается в объеме

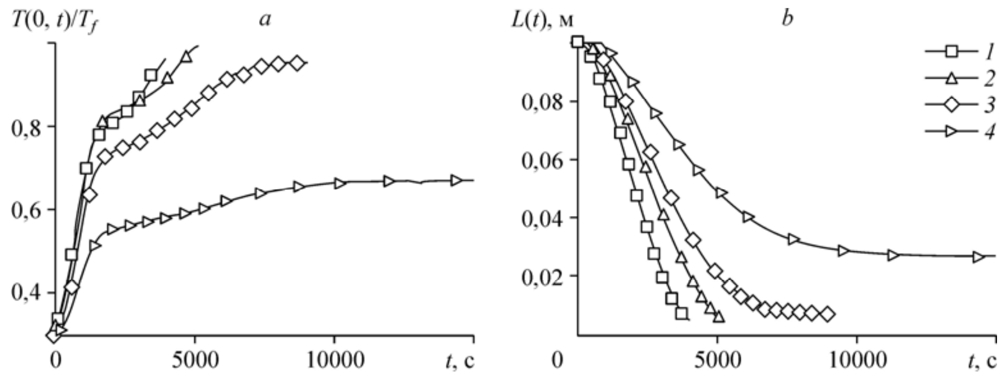

Рис. 4. Рост температуры левой фиксированной границы (*a*) и сокращение толщины плоского слоя (*b*) со временем при разных значениях степени черноты и теплоотдачи на левой границе.
1 — $\varepsilon_{1,2} = 0$, $h_1 = 8$ Вт/(м^{2}K), *2* — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}1$, $h_1 = 8$ Вт/(м^{2}K),
3 — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}2$, $h_1 = 30$ Вт/(м^{2}K), *4* — $\varepsilon_{1,2} = 0{,}3$, $h_1 = 80$ Вт/(м^{2}K).

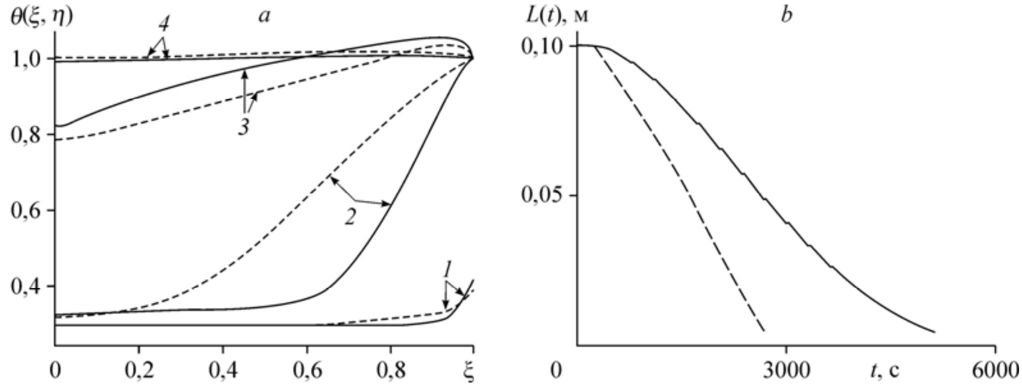

Рис. 5. Сравнение моделей селективно поглощающей среды (сплошные линии) и серой среды (штриховые линии). Температурное поле (*a*) и развитие фронта плавления (*b*). $\theta(1, \eta) = 0{,}4$ (*1*), 1 (*2*), $s(\eta) = 0{,}3$ (*3*), 0,05 (*4*).

среды, но при этом температуры на границах совпадают. В модели серой среды рост температуры в объеме выше, чем в селективной модели, и объясняется разницей в оптических толщинах сред. На этапе фазового перехода (кривая *3*) рост температуры в модели с селективным излучением выше, чем в модели серой среды, и практически равен ему к концу фазового перехода. Сам процесс плавления в серой среде протекает примерно в два раза быстрее (рис. 5*b*).

Выводы

Впервые рассмотрена постановка однофазной задачи Стефана с селективно-поглощающим излучение материалом. Для решения радиационной части использован метод средних потоков для трехслойной системы. Оптические свойства при этом принимались искусственно комбинированными: исследуемый слой среды (твердая фаза) принималась селективной, а ее границы — серыми. Подобные искусственно подобранные условия оптических свойств среды осложняют решение задачи. В будущем, однако, представляется возможным осуществить моделирование теплового состояния со стороны толщи воды под воздействием солнечного облучения.

Учет селективных условий поглощения излучения, падающего на правую границу, принципиально важен в однофазных задачах Стефана, моделирующих процессы плавления полупрозрачных кристаллов. В этом случае, в условиях сопряжения Стефана учитывается поглощение излучения в полосах, обладающих высокой оптической толщиной. Сравнение с серой средой свидетельствует о важности учета селективного характера поглощения излучения средой при сопоставлении численных результатов с экспериментом.

Список литературы

1. **Diaz L.A., Viskanta R.** Experiments and analysis on the melting of a semitransparent material by radiation // Wärme und Stoffübertragung. 1986. Vol. 20, No. 4. P. 311–321.
2. **Воробьев А.Ю., Петров В.А., Титов В.Е.** Быстрый нагрев и плавление оксида алюминия при воздействии концентрированного лазерного излучения // Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 45, № 4. С. 533–542.
3. **Воробьев А.Ю., Петров В.А., Титов В.Е., Фортов В.Е.** Образование двухфазной зоны при быстрой кристаллизации тугоплавких оксидов // Докл. АН. 2001. Т. 380, № 3. С. 342–345
4. **Рубцов Н.А., Савинова Н.А., Тимофеев А.М.** Комбинированный теплообмен в полупрозрачных средах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2003. 197 с.
5. **Рубцов Н.А.** Теплообмен излучением в сплошных средах. Новосибирск: Наука, 1984. 278 с.
6. **Петров В.А, Марченко Н.В.** Перенос энергии в частично прозрачных твердых материалах. М.: Наука, 1985. 304 с.

7. **Le Dez V., Yousefian F., Vaillon R., Lemonnier D., Lallemand M.** Problem de Stefan direct dans un milieu semitransparent gris // J. Phys. III France. 1996. Vol. 6. P. 373–390.
8. **Рубцов Н.А., Саввинова Н.А., Слепцов С.Д.** Численное моделирование однофазной задачи Стефана в слое с прозрачными и полупрозрачными границами // Прикл. мех. и техн. физика. 2006. Т. 47, № 3. С. 84–91.
9. **Слепцов С.Д., Рубцов Н.А.** Решение классической однофазной задачи Стефана в модифицированной постановке для полупрозрачных сред // Прикл. мех. и техн. физика. 2013. Т. 54, № 3. С. 106–113.
10. **Naaktgeboren C.** The zero-phase Stefan problem // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2007. Vol. 50. P. 4614–4622.
11. **Meirmanov A.M.** The Stefan problem. Berlin–N.Y.: Walter de Gruyter, 1992. 244 p.
12. **Рубцов Н.А.** К определению граничных условий радиационного теплообмена на плоской поверхности раздела двух сред // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10, № 1. С. 87–102.

Статья поступила в редакцию 9 февраля 2015 г.,
после доработки — 16 марта 2015 г.