кальные производные $\partial\theta_w/\partial\xi$, $\partial\theta_w/\partial\eta$, их вклад в коэффициент теплоотдачи существен, что приводит к занижению температуры поверхности при раздельном способе постановки задачи, когда значение (α/c_p) берется при изотермических условиях. Для участков конической поверхности, где характеристики течения меняются слабо, может быть использован коэффициент теплоотдачи, найденный для изотермических условий. Отметим, что влияние неизотермичности θ_w на формирование коэффициента теплоотдачи при турбулентном режиме течения в пограничном слое не столь значительно, как при ламинарном.

Таким образом, тепловой поток определяется, во-первых, предысторией развития теплового и динамического пограничного слоев и, во-вторых, локальными производными температуры поверхности по окружной и продольной координатам, отнесенными к температурному либо энтальпийному перепаду. Поэтому в тех случаях, когда локальные производные значительны либо вследствие формы обтекаемой поверхности, либо вследствие резкого изменения граничных условий, использование коэффициента теплоотдачи, найденного для изотермической стенки, может приводить к погрешностям при расчете температурного поля в материале оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лыков А. В.** Тепломассообмен: Справочник.— М.: Энергия, 1972.
2. **Зинченко В. И., Трофимчук Е. Г.** Решение иеавтомодельных задач теории ламинарного пограничного слоя с учетом сопряженного теплообмена // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1977.— № 4.
3. **Шевелев Ю. Д.** Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики.— М.: Наука, 1986.
4. **Себечи Т.** Расчет трехмерного пограничного слоя. Бесконечный цилиндр со скольжением при малом вторичном течении // РТК.— 1974.— № 6.
5. **Chen K. K., Thyson N. A.** Extension of Emmons spot theory to flows on blunt bodies // AIAA J.— 1971.— V. 9, N 5.
6. **Зинченко В. И., Путятина Е. Н.** Решение задач сопряженного теплообмена при обтекании тел различной формы // ПМТФ.— 1986.— № 2.
7. **Антонец А. В.** Расчет пространственного сверхзвукового обтекания затупленных тел с изломами образующей с учетом равновесного и замороженного состояния газа в ударном слое // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 2.
8. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций.— Новосибирск: Наука, 1980.
9. **Гришин А. М., Берцун В. И., Зинченко В. И.** Итерационно-интерполяционный метод и его приложения.— Томск: ТГУ, 1981.
10. **Blottner F. G.** Investigation of some finite-difference techniques for solving the boundary layer equations //Comput. meth. appl. mech. and engng.— 1975.— N 6.
11. **Widhopf G. F., Hall R.** Transitional and turbulent heat-transfer measurements on a yawed blunt conical nosetip // AIAA J.— 1972.— V. 10, N 10.
12. **Землянский Б. А., Степанов Г. И.** О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 5.

Поступила 20/VII 1987 г.,
в окончательном варианте — 8/XII 1987 г.

УДК 624.04

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ КОРРОЗИОННОГО ИЗНОСА

Т. М. Криворучко, Ю. М. Почтман

(Днепропетровск)

В целом ряде областей техники в последнее время все больше применяются тонкостенные элементы конструкций, которые являются очень чувствительными к коррозии, так как даже незначительное уменьшение их геометрических размеров из-за коррозионного износа может привести к большим изменениям напряжений и деформаций. В связи с этим учет влияния коррозии в расчетах на прочность, устойчивость и долговечность, а также при оптимальном проектировании приобретает важное значение.

На основе экспериментальных зависимостей коррозионного износа [1] и уравнений теории оболочек [2] в настоящей работе решается задача оптимального проектирования подкрепленных цилиндрических оболочек, подверженных одновременно механическому и химическому разрушению.

Рассмотрим находящуюся в агрессивной среде тонкостенную, шарнирно опертую по торцам и подкрепленную стрингерами и шпангоутами прямоугольного поперечного сечения цилиндрическую оболочку радиуса r, длины L, сжатую осевой нагрузкой N. Известны характеристики изотропного материала оболочки: модуль упругости E, коэффициент Пуассона ν, плотность ρ и предел текучести $\sigma_т$. Варьируемые параметры — ширина и количество стрингеров и шпангоутов: $h_с$, k, $h_ш$, k_1; толщина обшивки h и ее долговечность t (высота стрингеров и шпангоутов принимается $b_с = \lambda h_с$, $b_ш = \lambda h_ш$ для исключения их местной потери устойчивости [2]).

Ограничения, обеспечивающие надежность оболочки в процессе ее эксплуатации (без учета влияния агрессивной среды):

по прочности

$$(2\pi rh + kh_сb_с)\sigma_т \geqslant N; \tag{1}$$

по общей потере устойчивости

$$(2\pi rh + kh_сb_с)\sigma_{mn}E/(1-\nu^2) \geqslant N, \quad n = 0, \ m = 1, 2, \ldots; \tag{2}$$

по местной потере устойчивости

$$(2\pi rh + kh_сb_с)\sigma_{mn}E/(1-\nu^2) \geqslant N, \ n = 2, 3, \ldots, \ m = 1, 2, \ldots \tag{3}$$

Здесь m, n — параметры волнообразования в осевом и окружном направлениях соответственно; σ_{mn} — критические напряжения потери устойчивости, определяемые с учетом дискретного характера подкреплений, по методике, изложенной в [3].

В качестве целевой функции принимается минимум средней скорости потери массы конструкции за время ее эксплуатации

$$G = (2\pi rhL + kh_сb_сL + 2k_1h_шb_ш\pi r)\rho/t \to \min. \tag{4}$$

Процесс коррозионного разрушения, согласно [1], имеет вид

$$dP = f_1dt + f_2d\sigma + f_3dT, \tag{5}$$

где σ — напряжение; T — температура; P — параметр коррозионной поврежденности; f_1, f_2, f_3 — функции, описывающие процесс изменения геометрических и упругих характеристик конструкции в зависимости от времени, напряжения и температуры.

Используя введенные в [4] основные допущения о характере химического разрушения конструкции такого класса, получаем на базе энергетического метода при одночленной аппроксимации перемещений [2] в рамках гипотез Кирхгофа — Лява две квазистатические системы уравнений для определения критических нагрузок при произвольных законах коррозионного износа, заданного либо аналитическими выражениями, как, например, (5), либо обобщением экспериментальных данных:

$$a_{11s}u + a_{12s}v + a_{13s}w = 0, \ a_{21s}u + a_{22s}v + a_{23s}w = 0, \tag{6}$$
$$a_{31s}u + a_{32s}v + a_{33s}w = 0 \ (s = 1, 2).$$

Здесь $s = 1$ отвечает случаю осесимметричной деформации, а $s = 2$ — кососимметричной. Эти две системы совершенно идентичны, следовательно, все рассуждения, проведенные для одной из систем, остаются справедливыми и для другой, т. е., говоря о системе (6), будем подразумевать любую из них.

С учетом соотношений технической теории подкрепленных оболочек [3] и несвязанной термоупругости [5] коэффициенты, входящие в систему

(6), примут вид

$$a_{11s} = a_{11s}(t, \sigma, T) = d_m^2 + \frac{1-\nu}{2} n^2 + 2\gamma_{\text{с}} d_m^2 \sigma_{sn} + 2\mu_{\text{ш}} n^2 \sigma_{1m} + 2\lambda_{1\text{ш}} n^4 \sigma_{1m},$$

$$a_{12s} = a_{21s} = a_{12s}(t, \sigma, T) = a_{21s}(t, \sigma, T) = (-1)^s \frac{(1+\nu)\, d_m n}{2},$$

$$a_{13s} = a_{31s} = a_{13s}(t, \sigma, T) = a_{31s}(t, \sigma, T) = \nu d_m - 2\delta_{\text{с}} d_m^3 \sigma_{sn} -$$
$$- 2\mu_{\text{ш}} \left(1 + \frac{h_{\text{ш}}}{r}\right) d_m n^2 \sigma_{1m} - 2\lambda_{2\text{ш}} d_m n^4 \sigma_{1m} - 2\lambda_{1\text{ш}} d_m n^4 \sigma_{1m},$$

$$a_{22s} = a_{22s}(t, \sigma, T) = \left(n^2 + \frac{1-\nu}{2} d_m^2\right)(1 + a^2) + 2\mu_{\text{с}} d_m^2 \sigma_{s_1 n} +$$
$$+ 2\lambda_{1\text{с}} \left(1 - \frac{h_{\text{с}}}{r}\right)^2 d_m^4 \sigma_{s_1 n} + 2\gamma_{\text{ш}} \left(1 - \frac{h_{\text{с}}}{r}\right)^2 n^2 \sigma_{2m},$$

$$a_{23s} = a_{32s} = a_{23s}(t, \sigma, T) = a_{32s}(t, \sigma, T) = (-1)^s n \left(1 + a^2 \left(d_m^2 + n^2\right)\right) +$$
$$+ 2\mu_{\text{с}} d_m^2 n \sigma_{s_1 n} + 2\lambda_{1\text{с}} \left(1 - \frac{h_{\text{с}}}{r}\right) d_m^4 n \sigma_{s_1 n} + 2\delta_{\text{ш}} \left(1 - \frac{h_{\text{ш}}}{r}\right) n^3 \sigma_{2m} - 2\gamma_{\text{ш}} \left(1 - \frac{h_{\text{ш}}}{r}\right) n \sigma_{2m},$$

$$a_{33s} = a_{33s}(t, \sigma, T) = 1 + a^2 \left(d_m^2 + n^2\right)^2 + 2\eta_{\text{с}} d_m^4 \sigma_{sn} + 2\mu_{\text{с}} d_m^2 n^2 \sigma_{s_1 n} +$$
$$+ 2\eta_{\text{ш}2} n^4 \sigma_{2m} - 4\delta_{\text{ш}} n^2 \sigma_{2m} + 2\gamma_{\text{ш}} \sigma_{2m} + 2\eta_{\text{ш}1} n^4 \sigma_{2m} - 4\eta_{\text{ш}1} n^2 \sigma_{2m} + 2\eta_{\text{ш}1} \sigma_{2m} +$$
$$+ 2\mu_{\text{ш}} \left(1 + \frac{h_{\text{ш}}}{r}\right)^2 d_m^2 n^2 \sigma_{1m} + 2\lambda_{3\text{ш}} d_m^2 n^4 \sigma_{1m} + 4\lambda_{2\text{ш}} d_m^2 n^2 \sigma_{1m} + 2\lambda_{1\text{ш}} d_m^2 \sigma_{1m} -$$
$$- \frac{\sigma_x}{E} (1 - \nu^2)\, d_m^2 (1 + 2\gamma_{\text{с}0} \sigma_{sn}) - \alpha_{\text{т}} T (1 + \nu)(1 + 2\alpha_{\text{с}} \gamma_{\text{с}0} \sigma_{sn})\, d_m^2 -$$
$$- \alpha_{\text{т}} T (1 + \nu)(1 + 2\alpha_{\text{ш}} \gamma_{\text{ш}0} \sigma_{2m})(n^2 - 1).$$

Здесь σ_x — величина осевых сжимающих напряжений, действующих на оболочку; $\alpha_{\text{с}} = \alpha_{\text{тс}}/\alpha_{\text{т}}$; $\alpha_{\text{ш}} = \alpha_{\text{тш}}/\alpha_{\text{т}}$ ($\alpha_{\text{т}}$, $\alpha_{\text{тс}}$, $\alpha_{\text{тш}}$ — температурные коэффициенты линейного расширения обшивки, стрингеров и шпангоутов соответственно). Остальные обозначения приведены в [3].

С учетом начальных и граничных условий, а также соотношения (5) задача определения критических напряжений осевого сжатия в данной постановке приобретает вид

$$a_{11s} u + a_{12s} v + a_{13s} w = 0, \quad a_{21s} u + a_{22s}\, v + a_{23s} w = 0, \tag{7}$$
$$a_{31s} u + a_{32s} v + a_{33s} w = 0, \quad dP = f_1 dt + f_2 d\sigma + f_3 dT,$$
$$P(t, \sigma_0, T) = P_\sigma, \; P(t, \sigma, T_0) = P_{\text{т}}, \; P(t_0, \sigma, T) = P_t \; (s = 1, 2),$$

где P_σ, $P_{\text{т}}$, P_t — постоянные, полученные экспериментально [1]; σ_0, T_0, t_0 — константы. Система (7) может быть решена численно, причем метод ее решения выбирается в зависимости от вида коррозионного разрушения. Осуществляемая при решении системы (7) минимизация по параметрам волнообразования дает возможность определить критические напряжения потери устойчивости.

Согласно соотношению (5) и введенным в [4] допущениям, ограничения (1)—(3) теперь представим с учетом влияния агрессивной среды как

$$\frac{2\pi r h (1 + \alpha_1 P) + k h_{\text{с}} b_{\text{с}}}{(1 + \alpha_1 P)^2} \sigma_{\text{т}} \geqslant N,$$

$$\frac{2\pi r h (1 + \alpha_1 P) + k h_{\text{с}} b_{\text{с}}}{(1 + \alpha_1 P)^2} \frac{\sigma_{mn} E}{(1 + \beta_1 P)\left(1 - \nu^2/(1 + \beta_2 P)^2\right)} \geqslant N, \quad n = 0, \quad m = 1, 2, \ldots,$$

$$\frac{2\pi r h (1 + \alpha_1 P) + k h_{\text{с}} b_{\text{с}}}{(1 + \alpha_1 P)^2} \frac{\sigma_{mn} E}{(1 + \beta_1 P)\left(1 - \nu^2/(1 + \beta_2 P)^2\right)} \geqslant N,$$
$$n = 2, 3, \ldots, \; m = 1, 2, \ldots,$$

где $P = P(t, \sigma, T)$; α_1, β_1, β_2 — коэффициенты, определяемые по данным эксперимента [1].

Введем обозначения: $h = x_1$, $k = x_2$, $k_1 = x_3$, $h_c = x_4$, $h_ш = x_5$, $t = x_6$, тогда поставленная оптимизационная задача запишется следующим образом:

$$G^* = \left(2\pi rLx_1 + \lambda x_2 x_4^2 L + \lambda x_3 x_5^2 \pi r\right)\rho/x_6 \to \min, \tag{8}$$

$$\frac{2\pi r x_1\left(1+\alpha_1 P(x_6)\right)+\lambda x_2 x_4^2}{\left(1+\alpha_1 P(x_6)\right)^2}\sigma_т \geqslant N,$$

$$\frac{2\pi r x_1\left(1+\alpha_1 P(x_6)\right)+\lambda x_2 x_4^2}{\left(1+\alpha_1 P(x_6)\right)^2}\,\frac{\sigma_{mn}E}{\left(1+\beta_1 P(x_6)\right)\left(1-\nu^2/(1+\beta_2 P(x_6))^2\right)} \geqslant$$
$$\geqslant N,\ n=0,\ m=1,2,\ldots,$$

$$\frac{2\pi r x_1\left(1+\alpha_1 P(x_6)\right)+\lambda x_2 x_4^2}{\left(1+\alpha_1 P(x_6)\right)^2}\,\frac{\sigma_{mn}E}{\left(1+\beta_1 P(x_6)\right)\left(1-\nu^2/(1+\beta_2 P(x_6))^2\right)} \geqslant$$
$$\geqslant N,\ n=2,3,\ldots,\ m=1,2,\ldots$$

В качестве агрессивной среды рассмотрим атмосферную коррозию. При атмосферной коррозии влияние напряжений и температуры слабо сказывается на изменении скорости коррозионного износа, в связи с этим процесс коррозионного разрушения материала описывается как $dP/dt = f_1(t)$.

Из условия существования нетривиального решения системы (6) получаем интегральное уравнение $\det a_{ij} = 0$ $(i, j = 1, 2, 3)$, решая которое находим выражение для определения критических напряжений осевого сжатия:

$$\sigma_{mn} = \frac{\left(a_{11s}a_{22s} - a_{12s}^2\right)\tilde{a}_{33s} + 2a_{12s}a_{13s}a_{23s} - a_{13s}^2 a_{22s} - a_{11s}a_{23s}^2}{d_m^2\left(1+2\gamma_{c0}\sigma_{sn}\right)\left(a_{11s}a_{22s} - a_{12s}^2\right)}, \tag{9}$$

где $\tilde{a}_{33s} = a_{33s} + \dfrac{\sigma_x\left(1-\nu^2\right)\left(1+2\gamma_{c0}\sigma_{sn}\right)d_m^2}{2E}$; $a_{ijs} = a_{ijs}(x_6)$ $(i, j = 1, 2, 3)$.

Примем для конкретности закон изменения атмосферной коррозии [6]

$$P(x_6) = D(1 + d\exp(-KDx_6))^{-1}. \tag{10}$$

Здесь D — максимальное значение глубины разрушения; K — постоянная, характеризующая реакцию на глубину коррозионного разрушения в рассматриваемом месте; d — коррозионная постоянная.

Решая задачу нелинейного математического программирования (8), с учетом (9) и (10) с помощью, например, метода случайного поиска, описанного в [7], получаем оптимальные значения варьируемых параметров.

Численный эксперимент проведен для оболочки с $r = 0{,}2$ м, $L = 0{,}2$ м, $E = 6{,}867\cdot10^{10}$ Па, $\nu = 0{,}35$, $\lambda = 10$, находящейся в коррозионной среде с параметрами $K = 1649$ 1/(м·год), $d = 34$, для различного уровня нагруженности и глубины разрушения. В таблице приведены параметры оптимальных проектов; видно, что значение максимальной глубины разрушения не влияет как на долговечность сжатой постоянной нагрузкой оболочки, так и на число стрингеров и шпангоутов, а влияет на толщину обшивки и геометрические размеры подкрепляющего набора. При увеличении осевой сжимающей нагрузки от $1\cdot10^8$ до $3\cdot10^8$ Н растет число стрингеров и шпангоутов, подкрепляющих оболочку, причем их геометрические размеры остаются постоянными для каждого конкретного значения максимальной глубины разрушения. Толщина обшивки при этом увеличивается с ростом сжимающей нагрузки. При достижении сжимающей нагрузки $5\cdot10^8$ Н с ростом максимальной глубины разрушения проис-

N, мн	D, мм	Параметры оптимальных проектов						
		x_1, мм	x_2	x_3	x_4, мм	x_5, мм	x_6, год	G, кг/год
100	1	4,8	18	6	8,0	7,0	8	7,02
100	2	4,9	18	6	8,2	7,2	8	7,35
100	3	5,0	18	6	8,5	7,3	8	7,68
300	1	6,0	19	8	8,0	7,0	7	9,88
300	2	6,3	19	8	8,2	7,2	7	10,42
300	3	6,5	19	8	8,5	7,3	7	10,84
500	1	7,1	21	9	8,0	7,0	6	13,01
500	2	6,9	21	9	7,8	6,8	6	12,37
500	3	6,6	21	9	7,5	6,5	6	11,44
1000	1	9,2	24	11	8,0	7,0	4	23,63
1000	2	8,8	24	11	7,6	6,6	4	21,45
1000	3	8,5	24	11	7,3	6,3	4	19,83

ходит равномерное уменьшение толщины обшивки, ширины стрингеров и шпангоутов; при этом их количество в отдельности, а также долговечность всей конструкции остаются постоянными. Это объясняется, видимо, тем, что рост механических напряжений в металле изменяет его структуру, ослабляет силы сцепления между его частицами, что при достижении нагрузкой определенного значения ведет к отслоению корродируемого металла, а с ростом максимальной глубины разрушения — к уменьшению толщины оболочки, ширины стрингеров и шпангоутов. Оптимальная долговечность оболочек, как и следовало ожидать, снижается с увеличением их нагруженности.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Иноземцев В. К., Синева Н. Ф.** Расчет на устойчивость тонкостенных элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой // Работоспособность материалов и элементов конструкций при воздействии агрессивных сред.— Саратов: Политехн. ин-т, 1986.
2. **Амиро И. Я., Заруцкий В. А., Поляков П. С.** Ребристые цилиндрические оболочки.— Киев: Наук. думка, 1973.
3. **Амиро И. Я., Заруцкий В. А.** Методы расчета оболочек: В 5 т. Теория ребристых оболочек.— Киев: Наук. думка, 1980.— Т. 2.
4. **Криворучко Т. М., Почтман Ю. М.** Моделирование процесса потери устойчивости ребристых цилиндрических оболочек, подвергающихся коррозионному износу // Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. «Актуальные проблемы моделирования и управления системами с распределенными параметрами».— Киев: Изд-во Киев. ун-та, 1987.
5. **Подстригач Я. С., Коляно Ю. М.** Обобщенная термомеханика.— Киев: Наук. думка, 1976.
6. **Овчинников И. Г.** О математическом прогнозировании коррозии металлических элементов конструкций.— Саратов, 1982.— Деп. в ВИНИТИ 28.04.82, № 2061—82.
7. **Гурвич И. Б., Захарченко В. Г., Почтман Ю. М.** Рандомизированный алгоритм для решения задач нелинейного программирования // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика.— 1979.— № 5.

Поступила 11/I 1988 г.

УДК 534.222.2

ВЛИЯНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗУПРОЧНЕНИЯ НА ПРОЦЕСС СХЛОПЫВАНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

А. В. Аттетков, В. В. Селиванов, В. С. Соловьев

(Москва)

В последние годы исследованию проблемы кумуляции энергии в процессе схлопывания несжимаемых оболочек различной геометрии уделяется все большее внимание. Результаты анализа процессов тепловой диссипации при схлопывании вязких оболочек нашли отражение в [1—3], жесткопластических — в [4], вязкопластических — в [5—10]. Возможность достижения значительных температурных градиентов и воз-