

ты значения, следующие из работы [6]. Экспериментальное значение $P_{\text{пор}} = 70$ кВт. Наклон зависимости $P_{\text{вых}}$ от P накачки определяется величиной $\eta_{\text{KB}}\eta_v S_{\text{раз}}/S$, где $\eta_{\text{KB}} = \frac{l_{\text{акс}}}{E_i} = 90\%$, η_v — КПД возбуждения $\approx 80\%$, $S_{\text{раз}}/S$ — отношение площади выходного окна к площади разряда $\approx 0,29$, т. е. $\lesssim 0,2$. В эксперименте это значение $\simeq 0,17$. Теоретический КПД при накачке 152 кВт дает с использованием (6) $\eta \leq 0,12$, в эксперименте КПД $\approx 0,08$. Величина $l_{\text{теор}} \approx 5,5$, $l_{\text{акс}} = 4$. Учитывая приближения, использованные при построении теории, следует считать достигнутое согласие удовлетворительным.

Поступила 10 VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Brau C. A. Classical theory of vibrational relaxation of anharmonic oscillators.— «Physica», 1972, vol. 58, p. 533.
2. Гордиц Б. Ф., Мамедов Ш. С., Шелепин Л. А. Колебательная релаксация и диссоциация в системе ангармонических осцилляторов при селективном «разогреве» колебаний. Препринт ФИАН, № 28, 1974; Гордиц Б. Ф., Мамедов Ш. С. Функция распределения и скорость релаксации колебательной энергии в системе ангармонических осцилляторов.— ПМТФ, 1974, № 3, с. 13.
3. Treanor C. E., Rich J. W., Rehm R. J. Vibrational relaxation of anharmonic oscillators with exchange-dominated collisions.— «J. Chem. Phys.», 1968, vol. 48, p. 1798.
4. Smith N. S., Hassan P. A. Power calculations for high-flow CO electric discharge laser systems. AIAA Paper, N 75—35, 1975.
5. Jones T. J., Byron S. R., Hoffman A. L., O'Brien B. B., Lacina W. B. Electron-beam-stabilized cw electric discharge laser in supersonically cooled CO/N₂/Ar mixtures. AIAA Paper, N 74—562, 1974.
6. Powell H. T. Vibrational ralaxation of carbon monoxide using a pulse discharge.— «J. Chem. Phys.», 1975, vol. 63, p. 2635.

УДК 533.95

РАСЧЕТ РАЗВИТИЯ ЛАЗЕРНОГО ВЗРЫВА В ВОЗДУХЕ С УЧЕТОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

И. В. Немчинов, В. В. Светцов

(Москва)

Введение. При воздействии интенсивного лазерного излучения на мишень в воздухе или при пробое воздуха сфокусированным излучением возникают области с высокой концентрацией энергии. В условиях таких экспериментов часто используются многоканальные лазерные установки [1—3], обеспечивающие всестороннее, почти равномерное облучение, в результате чего распределение параметров в образующейся плазме близко к сферически-симметричному. Дальнейший разлет и остывание такого сферического газового объема носит характер сильного взрыва.

Представляет интерес теоретически исследовать картину развития такого лазерного взрыва и определить влияние излучения горячей плазмы на процесс движения и основные параметры взрыва. Одним из практических приложений таких расчетов может быть определение энергии излучения лазера, поглощенной в плазме, по закону движения ударной волны. В [1, 2] поглощенная в плазме энергия находилась по формулам сильного точечного взрыва [4] при использовании оценочного значения среднего показателя адиабаты плазмы воздуха или гелия. В [5] для тех же целей использовались результаты численного расчета взрыва с противодавлением в гелии. Однако при этом не учитывалось излучение.

Вместе с тем процессы переноса излучения, как и для взрывов крупного масштаба [6, 7], могут приводить к высвечиванию части энергии из огненного шара взрыва и оказывать влияние на распространение ударной волны за счет потерь энергии и перераспределения оставшейся ее части в горячей области.

В [8] численно исследовались радиационно-газодинамические процессы при взрывах большой мощности в многогрупповом приближении, причем с довольно большим числом групп (40), хотя и при весьма грубом учете углового распределения излучения. Однако результаты [6–8] не могут быть непосредственно использованы для рассматриваемого в данной работе случая, так как в силу отличия масштаба явления сильно различаются оптические толщины плазмы и сам процесс переноса излучения носит иной характер.

В [9] рассматривался процесс остыивания огненного шара «микровзрыва» в воздухе (с энергией в несколько джоулей), причем также с довольно большим числом спектральных интервалов (50), но и с подробным учетом углового распределения излучения. Для упрощения задачи использовался метод расщепления: уравнения переноса излучения решались лишь совместно с уравнением энергии при заданном законе изменения давления, находившемся из отдельного расчета газодинамики процесса. Такой подход мог быть успешно применен к условиям взрыва в воздухе нормальной плотности, когда процесс высвечивания происходит в основном в довольно поздней стадии, после отрыва ударной волны от огненного шара. Однако в условиях экспериментов [1] воздух имел пониженную плотность (порядка 0,02–0,03 от нормальной), и радиационные процессы могли быть гораздо более сильными.

В [10] проводился сквозной расчет радиационно-газодинамической задачи о взрыве с учетом торможения продуктов взрыва сферической мишени, в которой выделилась энергия лазера, применительно к условиям экспериментов [1].

Угловое распределение учитывалось весьма подробно благодаря применению квазидиффузионного метода [11], но использовалось лишь небольшое число групп по спектру. Расчет [10] был закончен вскоре после того, как продукты взрыва передали в основном свою энергию воздуху (при энергии взрыва 200 Дж граница продукты взрыва—воздух пульсировала на расстоянии в 0,3–0,4 см, в то время как ударная волна ушла на расстояние от 0,4 до 1,0 см и волна прогрева — на расстояние 1,4–1,4 см). В [10] рекомендовано определять энергию по результатам проведенных расчетов. Однако определение энергии целесообразнее производить по закону движения ударной волны на более поздней стадии, свободной от влияния конкретных начальных условий взрыва и от сложных физических процессов в начальной стадии. Достаточно указать, что, согласно оценкам, следующим из [7], при температурах порядка 1 кэВ и концентрациях электронов порядка 10^{18} см^{-3} , характерное время выравнивания электронной и ионной температуры оказывается около 300 нс, т. е. сравнимо со временем всего расчета [10]. Приближение термодинамического равновесия допустимо лишь при более низких температурах — порядка 30 эВ.

В данной работе проведены систематические расчеты более поздней стадии лазерных взрывов (при температурах менее 10–30 эВ) в воздухе пониженной плотности, некоторые результаты расчетов которых приводятся ниже. Поскольку в этой стадии заметную роль могло оказать высвечивание из горячей области, то особое внимание уделено как можно более подробному учету спектрального состава излучения.

1. Постановка задачи и методика расчета. В описываемой ниже серии расчетов предполагалось мгновенное или достаточно быстрое энерговыделение в сфере некоторого радиуса при плотности, равной плотности окружающего воздуха. Температура в пределах этой сферы радиуса R считалась равной некоторой начальной температуре T_0 . Движение воздуха в этот момент считалось пренебрежимо малым. Процесс энерговыделения, близкий по своему характеру к указанному, может осуществляться при пробое в воздухе (при наличии в нем небольшой «затравочной» мишени или даже без нее) и последующем распространении от места инициирования сверхзвуковой радиационной волны [12]. Так, согласно расчетам [12], при плотности потока излучения лазера $2,5 \text{ ГВт/см}^2$ и плотности воздуха 0,1 от нормальной скорость распространения плазменного фронта навстречу лучу ОКГ составляет 150 км/с и за время 100 нс радиационная волна уходит примерно на 1,5 см. При этом плотность воздуха остается практически неизменной и равной начальной, а скорости его движения не

превышают нескольких километров в секунду. Заметим, что достигнутые в плазме температуры (около 10 эВ) слабо зависят от плотности потока излучения и плотности воздуха, а распределение температуры по пространству близко к однородному.

В условиях, близких к экспериментам [1, 2], почти вся энергия лазера вначале передается мишени, а затем происходит торможение продуктов взрыва в воздухе. Однако когда вся энергия в основном уже передана воздуху и масса воздуха на порядок или более превосходит массу продуктов, средняя температура на порядок или более ниже, чем начальная (300—1000 эВ), и составляет, следовательно, менее 30—100 эВ. К тому же, как показывают расчеты [10], доля кинетической энергии в этой стадии оказывается незначительной и излучение существенным образом выравнивает температуру в горячей области. Таким образом, приводимые ниже результаты расчетов могут использоваться и для определения параметров при лазерном взрыве плотной мишени при временах, достаточно больших по сравнению с характерным временем торможения продуктов взрыва, и сильном увеличении размеров области повышенного давления по сравнению с принятыми в качестве первоначальных, т. е. в той стадии, когда вследствие радиационных и газодинамических процессов влияние начальных данных в значительной степени уменьшится.

Расчеты, в которых начальная температура T_0 принималась равной 23,7 эВ, а относительная плотность воздуха $\delta = 0,03$, проводились при начальном радиусе $R = 1,22$ см для энергии $E = 1$ кДж, которая примерно соответствует условиям уже проведенных экспериментов [1, 2], и при $R = 2,6$ см для $E = 10$ кДж, которая примерно соответствует условиям установок [3]. Для выяснения влияния плотности воздуха расчет с той же начальной температурой был выполнен и при относительной плотности воздуха $\delta = 0,1$, а для выяснения влияния начальных условий на последующую картину движения расчет при $\delta = 0,1$ проводился и при более низком значении $T_0 = 8,6$ эВ ($R = 0,82$ и 1,15 см для $E = 1$ кДж).

Использовались подробные таблицы термодинамических свойств горячего воздуха [13] и его оптических свойств с учетом непрерывного поглощения и линий [14], а при температурах $T > 20\ 000$ К — продолжение таблиц [14], любезно предоставленное Ю. П. Высоцким, Г. А. Кобзевым и В. А. Нужным. В указанных таблицах спектральных коэффициентов поглощения воздуха $k_e(T, \rho)$ имеется 600 точек в области ε до 18,6 эВ с равномерным шагом. Кроме того, эти таблицы расширены до 250 эВ с помощью вычисления значений k_e в 55 точках с неравномерным шагом (без учета линий). Анализ этих таблиц показал, что в некоторых соседних интервалах значения k_e при всех температурах мало отличаются, и эти интервалы были объединены в более крупные с соответствующим осреднением. В результате таблицы были сокращены до 455 спектральных интервалов с неравномерным шагом без заметной потери точности по сравнению с исходными таблицами, т. е. можно считать, что расчет велся практически с полным использованием наиболее подробных из известных таблиц оптических свойств воздуха. Угловое распределение учитывалось расчетом уравнений переноса вдоль 13 лучей (от 0 до 90°) в прямом и противоположном их направлении. Столь подробный учет спектрального и углового распределения излучения в нестационарной радиационно-газодинамической задаче производился, по-видимому, впервые.

Поскольку определение поля излучения, распространяющегося вдоль различных направлений, при различных длинах волн во всех узлах расчетной сетки по пространству и в различные моменты времени является очень трудоемким и трудно выполнимым даже на современных ЭВМ, то использовался метод осреднения уравнений переноса [15]. Эффективность

этого метода существенно зависит от способа сохранения безразмерных коэффициентов в осредненных уравнениях переноса излучения в промежутках между осреднениями и выбора такой главной переменной, от которой в первую очередь зависят эти коэффициенты. Предварительный анализ и результаты пробных расчетов показали, что для рассматриваемой задачи в качестве главной переменной можно принять температуру.

Осреднение проводилось для 6 групп с пределами $0 \dots 6,52 \dots 7,95 \dots 9,96 \dots 18,6 \dots 80,5 \dots 248$ эВ. Разбиение на группы представлялось необходимым в силу того, что изменение средних коэффициентов поглощения с температурой в разных областях спектра различно.

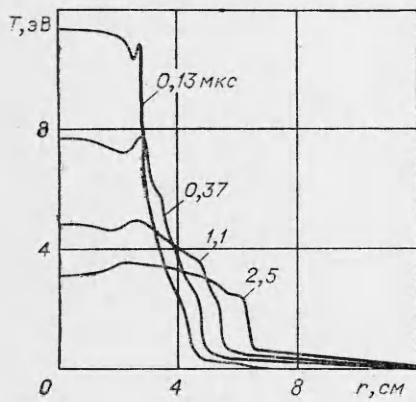
Эффективность метода осреднения оказалась достаточно высокой — при полном числе расчетных слоев около 2500 число осреднений составляло примерно 20—25, при этом изменение параметров взрыва на этапе «счет» и «пересчет» было невелико.

При расчете использовалась достаточно густая сетка по пространству 200—250 точек со сгущением в местах возникновения резких температурных фронтов (вставка точек производилась из условия, чтобы перепад температуры между соседними точками не превышал некоторого заданного значения).

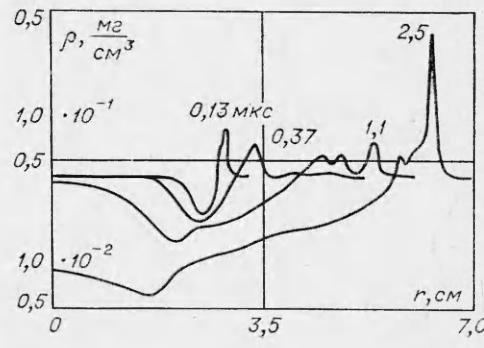
2. Результаты расчетов. Опишем картину развития взрыва на примере расчета варианта взрыва с энергией $E = 10$ кДж при относительной плотности воздуха $\delta = 0,03$.

Картина развития взрыва с излучением существенно отличается от той, которая была бы в отсутствие излучения. На фиг. 1, 2 представлены распределения температуры и плотности по радиусу в моменты времени, которые указаны на соответствующих кривых. В начальные моменты времени от точки разрыва начальных данных к центру распространяется волна разрежения, а к периферии — ударная волна. При этом газ в горячей области быстро охлаждается излучением, а перед фронтом ударной волны нагревается до значительных температур. Сжатие за фронтом ударной волны составляет 1,5—2. Контактный разрыв, обусловленный начальными данными, быстро сглаживается излучением.

В момент времени $t = 0,37$ мкс фронт ударной волны находится на расстоянии 3,5 см. Температура воздуха за фронтом (5,5 эВ) незначительно превышает температуру перед фронтом ударной волны (4,5 эВ). Газ, нагретый перед фронтом ударной волны, можно разделить на две области. В первой области непосредственно перед ударной волной воздух нагрет до температур более 2 эВ, причем имеется довольно резкий фронт неравно-



Фиг. 1



Фиг. 2

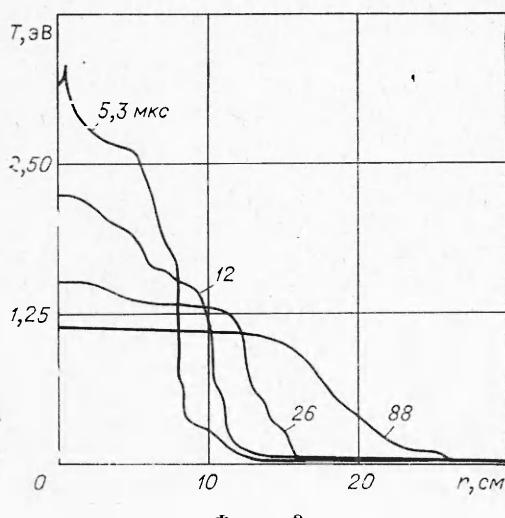
весной (в смысле излучения) тепловой волны на расстоянии около 4,7 см. Перед этим горячим слоем имеется еще одна область с более низкой температурой—порядка 0,5 эВ, простирающаяся до 8—9 см. Отметим, что продвижение этого «языка» обусловлено квантами 2-й и 3-й групп с энергиями 6,5—10 эВ, в то время как первый прогревный слой (с более высокой температурой) возникает за счет излучения 4-й и 5-й групп, т. е. квантов с большими энергиями.

По мере уменьшения потоков излучения и замедления движения фронта горячего прогревного слоя за фронтом тепловой волны начинается интенсивное движение. В момент $t = 0,37$ мкс уже заметны отклонения в плотности от начальной (см. фиг. 2). Сжатие за фронтом нарастает и к $t = 2,5$ мкс достигает значения 10. Образовавшаяся сильная ударная волна отрывается от огненного шара; первая же слабая ударная волна догоняет вторую. Некоторое время скачок уплотнения движется по нагретому до температур 0,5—0,2 эВ слою, а затем переходит в область холодного воздуха. Это видно на фиг. 3,4, где изображены распределения температуры и плотности для более поздних моментов времени.

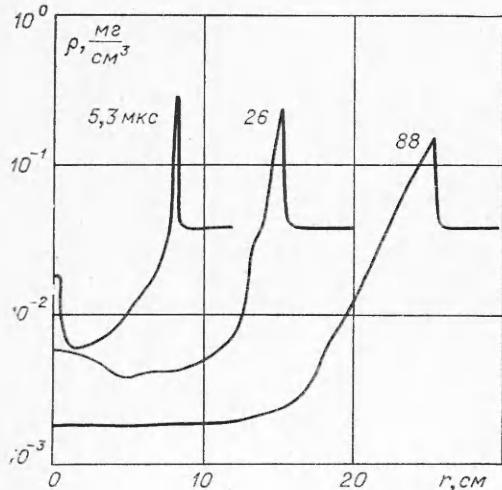
Амплитуда ударной волны после ее отрыва постепенно падает, и к $t = 88$ мкс сжатие за расположенным на расстоянии 25,5 см фронтом ударной волны имеет значение около 4, а температура за фронтом приближается к температуре холодного воздуха (составляя в эти моменты времени примерно 0,08 эВ).

Отметим, что после достижения волной разрежения центра симметрии образуется волна сжатия, движущаяся к центру (см. фиг. 1, 2, $t = 2,5$ мкс) и схлопывающаяся в центре. Это вызывает заметный нагрев и сжатие газа в центральной части взрыва (см. фиг. 3, 4, $t = 5,3$ мкс). Амплитуды возмущений, распространяющиеся по горячей области в более поздние моменты времени, невелики. В этой стадии происходит остывание огненного шара.

На фиг. 5 показаны зависимости от времени следующих величин: максимальной температуры T_{\max} , доли выходящей на бесконечность за счет излучения энергии W , а также «степени черноты» в центре симметрии η , т. е. отношения одностороннего потока излучения к потоку черного тела при



Фиг. 3



Фиг. 4

температура в центре. Видно, что огненный шар взрыва является довольно прозрачным. Значения параметра η на ранней стадии малы в связи с большими пробегами фотонов при высоких температурах воздуха. С уменьшением T_{\max} величина η возрастает от 0,01 до максимального значения, равного 0,32 при $T_{\max} = 5$ эВ, а затем падает снова до значений порядка 0,01 по мере разлета и охлаждения газа. Высвечивание W достигает к моменту $t = 100$ мкс значений около 20%, это гораздо больше, чем получено в [9].

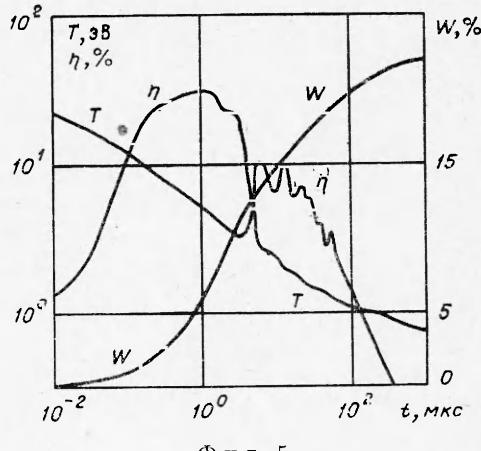
Лазерный взрыв можно использовать как мощный источник светового излучения со сплошным спектром. Для иллюстрации спектральных характеристик задачи на фиг. 6 приведена интенсивность выходящего вдоль радиуса излучения I_e (на расстоянии 30 см) в момент времени 2,5 мкс, когда температура в горячей области составляет 3,0—3,5 эВ. Видно, что роль линий достаточно велика. Заметим, что на участок по энергиям квантов от 0 до 7 эВ приходится 155 спектральных интервалов. В более ранние моменты времени при более высоких температурах роль линий в выходящем спектре не так существенна, и спектр имеет довольно плавный вид, напоминающий планковский, но обрезанный при $\epsilon = 7$ эВ. Наоборот, в более поздние моменты времени, т. е. при меньших температурах и плотностях воздуха и, следовательно, больших пробегах излучения, роль линий и полос в выходящем спектре возрастает.

На фиг. 7 показана интенсивность излучения I_e в центре в тот же момент времени, что и выходящий спектр на фиг. 6. Спектр излучения в центре для энергий квантов $\epsilon \leq 7$ эВ имеет вид, аналогичный выходящему, и на фиг. 7 не показан. Видно, что если в выходящем спектре практически отсутствует ультрафиолетовое излучение, то оно является определяющим для внутренних областей.

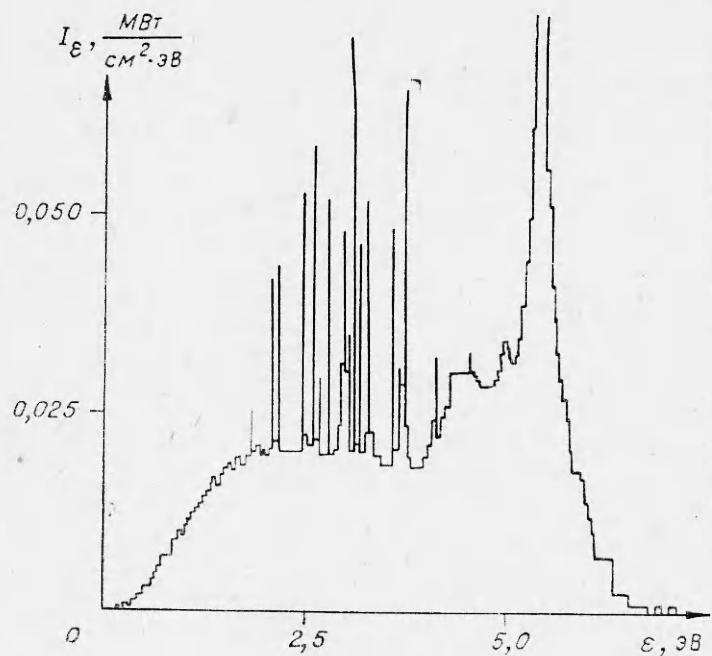
Как следует из фиг. 6, 7, а также из анализа спектров в других точках и в другие моменты времени, разрешающая способность использованных таблиц (элементарный интервал 0,03 эВ) в рассматриваемых условиях вполне достаточна для описания контура важных в спектре наиболее толстых линий, хотя позволяет лишь грубо наметить контур тонких линий. Ясно также, что поскольку имеет место существенное перекрытие крыльев линий, то нельзя применить разделенный расчет индивидуальных линий и континуума, что и приводит к необходимости введения большого числа спектральных интервалов для описания спектра.

В спектре не учтены линии при $\epsilon > 18,6$ эВ, однако вряд ли это существенно сказывается на параметрах взрыва, поскольку основное высвечивание происходит при $T < 6$ эВ, когда максимум планковской функции находится внутри интервала, в котором линии учтены. Ультрафиолетовое излучение, испущенное горячей областью, практически не уходит на большие расстояния и определяет профиль температуры на краю огненного шара, косвенно сказываясь на потерях энергии.

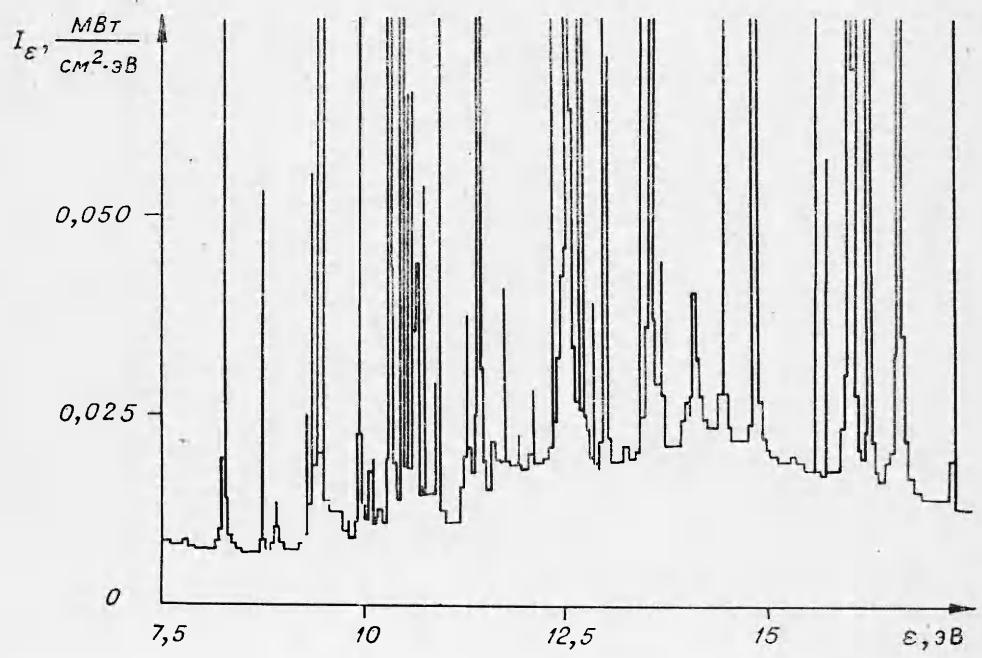
Для проверки этого обстоятельства проведен контрольный расчет, в котором при $T > 20000$ К вообще не были учтены линии. В силу уменьшения числа рассматриваемых линий оказалось достаточным использо-



Фиг. 5



Ф и г. 6



Ф и г. 7

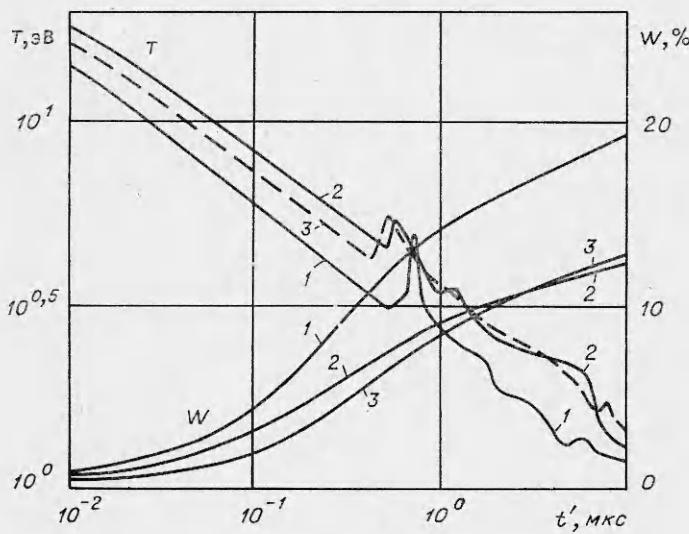
вать 155 спектральных интервалов. При этом величина W изменилась лишь на 1–2%, столь же незначительны изменения величины T_{\max} и других характерных параметров, что дает основание считать, что описанный выше расчет с подробным учетом спектрального состава излучения в этом отношении достаточно надежен. Используя такое решение в качестве эталонного, можно было бы попытаться выяснить, каково число спектральных интервалов, достаточное для определения параметров взрыва с той или иной заданной точностью. Однако это не сделано в данной работе отчасти потому, что расход машинного времени для расчета спектральной задачи с 455 спектральными интервалами лишь в 2–3 раза превышал расход времени для расчета того же варианта в многогрупповом приближении с 15 группами, т. е. уменьшение объема вычислений с применением метода осреднения уже достаточно велико.

Обработка результатов расчета траектории ударной волны показала, что закон ее движения, начиная с некоторого времени, может быть приближенно описан решением задачи о сильном точечном взрыве [4]:

$$r_s^5 = \alpha \frac{E}{\rho} (t + t_0)^2,$$

где r_s — координата фронта ударной волны; E — энергия взрыва; t — время; α и t_0 — константы, которые находятся из численного расчета. Для рассмотренного выше варианта величина $\alpha = 0,41$ в диапазоне времени $2,5 < t < 6$ мкс и расстояний $6 < r_s < 9$ см. Величина W составила 10% к началу этого интервала и 14% к его концу. В диапазоне $6 < t < 30$ мкс и $8 < r_s < 16$ см лучшее соответствие с расчетом обеспечивает $\alpha = 0,46$. Для энергии $E = 1$ кДж в диапазоне $3 < r_s < 7$ см и $1,5 < t < 12$ мкс имеем $\alpha = 0,51$. К началу и концу этого интервала $W = 7$ и 11%. Этот же вариант, просчитанный вообще без учета излучения, привел к значению $\alpha = 0,60$, т. е. уменьшению α на 23%.

При увеличении плотности воздуха до 1/10 от нормальной константа α изменилась, но незначительно. Для $E = 1$ кДж $\alpha = 0,53$ на интервале $1,75 < r_s < 6$ см и $0,5 < t < 12$ мкс (при этом величина W изменилась в этом интервале с 4 до 12%). Уменьшение T_0 до 8,6 эВ не привело к за-



Фиг. 8

метному изменению в величинах W и α . Отметим, что полученные в настоящих расчетах величины α оказались значительно (в 2,0—2,5 раза) ниже, чем в расчетах [10] и чем при обработке экспериментов в [1] в более ранней стадии ($\alpha \approx 1$).

Параметры взрыва на фронте ударной волны и вблизи него при изменении мощности взрыва и плотности воздуха с точностью до небольшого изменения α можно пересчитывать на основании гидродинамической теории подобия. Однако зависимости величины W и максимальной температуры T_{\max} от времени не подчиняются такому пересчету. Это видно из фиг. 8, где отложены зависимости W и T_{\max} от переменной $t' = t(E_0\delta/E)^{1/3}$, причем $E_0 = 1$ кДж. Кривые 1, 2 соответствуют $E = 10$ и 1 кДж при $\delta = 0,03$, а кривая 3 — энергии $E = 1$ кДж и $\delta = 0,1$ (во всех случаях $T_0 = 23,7$ эВ). Отклонение от гидродинамического подобия для этих параметров связано с существенным влиянием на них процессов переноса излучения.

Авторы выражают благодарность Ю. Д. Шмыглевскому за обсуждение результатов данной работы на семинаре в ВИЦ АН СССР.

Поступила 6 VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

- Басов И. Г., Крохин О. Н., Склизков Г. В., Федотов С. И., Шиканов А. С. Мощная лазерная установка и исследование эффективности высокотемпературного нагрева плазмы. — ЖЭТФ, 1972, т. 62, № 4, с. 203—212.
- Басов И. Г., Крохин О. Н., Склизков Г. В., Федотов С. И. Нагрев плазмы и генерация нейтронов при сферическом облучении мощным лазерным импульсом. Лазеры и их применение. — «Труды ФИАН СССР», 1974, т. 76, с. 146—185.
- Басов И. Г., Розанов В. Б., Соболевский Н. М. Лазерный термоядерный синтез в энергетике будущего. — «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1975, № 6, с. 3—17.
- Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Изд. 3-е. М., «Наука», 1965.
- Leonard T. A., Mayer F. J. Helium blast-wave measurements of laser heated micro-shell targets. — «J. Appl. Phys.», 1975, vol. 46, N 8, p. 3562—3565.
- Brode P. L. Gas dynamics motion with radiation: a general numerical method. — «Astronautica Acta», 1969, vol. 14, p. 433—444.
- Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Изд. 2-е. М., «Наука», 1966.
- Zinn J. A finite difference scheme for time-dependent spherical radiation hydrodynamics problems. — «J. Comput. Phys.», 1975, vol. 13, N 4, p. 569—590.
- Маркелова Л. П., Немчинов И. В., Шубадеева Л. П. Остыивание нагретой области, образованной при пробое воздуха излучением ОКГ. — ПМТФ, 1973, № 2, с. 54—63.
- Гольдин В. Я., Четверушкин Б. И. Исследование охлаждения и разлета сферической мишени, разогретой излучением лазера. — ЖЭТФ, 1975, т. 68, № 5, с. 1768—1773.
- Гольдин В. Я. Квазидиффузионный метод решения кинетического уравнения. — ЖВММФ, 1964, т. 4, № 6, с. 1078—1087.
- Бергельсон В. И., Лосева Т. В., Немчинов И. В., Орлова Т. И. Распространение плоских сверхзвуковых радиационных волн. — «Физика плазмы», 1975, № 6, с. 912—922.
- Кузнецов И. М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М., «Машгостроение», 1965.
- Авилова И. В., Биберман Л. М., Воробьев В. С., Замалин В. М., Кобзев Г. А., Лагарьков А. Н., Мнацаканян А. Х., Норман Г. Э. Оптические свойства горячего воздуха. М., «Наука», 1970.
- Немчинов И. В. Об осредненных уравнениях переноса излучения и их использовании при решении газодинамических задач. — ПММ, 1970, т. 34, № 4, с. 706—721.