

УДК 532.546:949.8

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
ПРИ СОПРЯЖЕНИИ РАЗЛИЧНЫХ
НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФИЛЬТРАЦИИ
ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ***

О.Б. БОЧАРОВ¹, И.Г. ТЕЛЕГИН²

¹*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН,
Новосибирск*

²*Институт водных и экологических проблем СО РАН, Новосибирск*

В работе численно исследуется задача сопряжения неизоотермических моделей Маскета — Леверетта и Баклея — Леверетта. Рассматривается одномерный вариант задачи вытеснения при заданном суммарном расходе фаз жидкости. Исследуются структура решения и гидродинамические характеристики этой задачи при вариации параметров процесса.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время задачи сопряжения различных математических моделей активно исследуются в связи с наличием в сплошных средах различных пограничных слоев, которые малы по размерам, но оказывают значительное влияние на общую структуру решения. Такими областями применительно к задачам нефтедобычи являются прискважинные зоны, т. е. участки вблизи нагнетательной и эксплуатационной скважин. Здесь более оправданным является использование моделей, в которых не учитываются капиллярные силы (например, модель Баклея — Леверетта (БЛ-модель)). В основной части пласта роль капиллярных сил оказывается существенной, что приводит к необходимости использования более сложной модели Маскета — Леверетта (МЛ-модель), учитывающей капиллярные эффекты. Первые постановки задач сопряжения различных моделей фильтрации приведены в работах [1, 2]. Задача сопряжения МЛ- и БЛ-моделей достаточно подробно численно исследовалась в работах [3, 4]. С учетом температуры приходим к задаче сопряжения МЛТ- и БЛТ-моделей (неизоотермические модели). Отметим, что по отдельности МЛТ- и БЛТ-модели изучались в [5]. В данной работе численно анализируется один из подходов к решению этой задачи в случае заданного суммарного расхода фаз (задача Раппопорта — Лиса). Исследуется структура решения и гидродинамические характеристики задачи вытеснения нефти водой по сопряженной модели при вариации некоторых параметров.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (грант НШ 22.2003.5).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В однородной изотропной пористой среде без учета гравитации одномерная модель неизотермической двухфазной фильтрации Маскета — Леверетта (МЛТ) имеет вид [6]:

$$\begin{cases} ms_t = (k_0 a_0 (p_{cs} s_x + p_{c\theta} \theta_x) - Q(t)b)_x \equiv -v_x, \\ \theta_t = (\lambda \theta_x - Q(t)\theta)_x, \end{cases} \quad (1)$$

где $x \in [0, L]$ — пространственная переменная, L — расстояние от нагнетательной скважины до эксплуатационной, t — время, $s = (s_1 - S_1^0)/(1 - S_1^0 - S_2^0)$ — динамическая насыщенность смачивающей фазы (воды), s_1 — истинная насыщенность смачивающей фазы, $(S_1^0, S_2^0) = \text{const}$ — остаточные водо- и нефтенасыщенности, $\theta \in (\theta_{\min}, \theta_{\max})$ — температура, $m = m_0(1 - S_1^0 - S_2^0)$, m_0 — пористость породы, $k_0 = \text{const}$ — абсолютная проницаемость коллектора, $a_0(s, \theta) = -k_1 k_2 / (\mu_2(k_1 + \mu k_2))$, $p_c(s, \theta) = (m_0/k_0)^{1/2} \gamma j$ — капиллярное давление, $\gamma(\theta)$ — коэффициент поверхностного натяжения, $j(s)$ — функция Леверетта, $b(s, \theta) = k_1 / (k_1 + \mu k_2)$ — коэффициент подвижности вытесняющей фазы, v — расход смачивающей фазы, $k_i(s)$ — относительные фазовые проницаемости, $\mu = \mu_1 / \mu_2$, $\mu_i(\theta)$ — вязкости фаз,

$\lambda(s, \theta) = \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i \lambda_i}{\rho_i c_{pi}}$ — коэффициент температуропроводности смеси, ρ_i — плотности, $\alpha_1 = m_0 s_1$, $\alpha_2 = m_0(1 - s_1)$, $\alpha_3 = 1 - m_0$ (индекс $i=1$ соответствует воде, $i=2$ — нефти, $i=3$ — пористой среде), c_{pi} — теплоемкость фазы при постоянном давлении, λ_i — коэффициенты теплопроводности, $Q(t)$ — общий расход смеси.

Свойства функциональных параметров модели описаны в [6]. Отметим, $k_1(0) = k_2(1) = 0$, что приводит к вырождению типа уравнения для водонасыщенности. Свойства $a_0(0, \theta) = a_0(1, \theta) = 0$ ведут к плохой обусловленности естественных граничных условий (градиенты решения в окрестности границы пласта становятся бесконечно большими). Применительно к изотермическому случаю сложности, вызванные этим обстоятельством, описаны в [7].

Уравнение для $s(x, t)$ системы (1), как следует из определения функциональных параметров, можно переписать в эквивалентном представлении:

$$ms_t = (k_0 a_0 p_{cx} - Q(t)b)_x. \quad (2)$$

Положив $Q(t) = Q_0$, введем безразмерные переменные: $\bar{x} = x/L$, $\bar{t} = Q_0 t / (mL)$, $\bar{\theta} = (\theta - \theta_{\min}) / (\theta_{\max} - \theta_{\min})$, $\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_0$ (далее черта над безразмерными переменными опускается). В силу доказанного в [6] принципа максимума, θ_{\min} и θ_{\max} достигаются на границах области при $x = 1$ и $x = 0$. С учетом представления (2) система уравнений (1) в новых обозначениях запишется в виде:

$$\begin{cases} s_t = (\varepsilon a p_x - b)_x \equiv -v_x, \\ \theta_t = (\varepsilon_\theta \lambda \theta_x - m \theta)_x \equiv -q_x, \end{cases} \quad (3)$$

где $\varepsilon = \gamma_0 (m_0 / k_0)^{1/2} / (Q_0 L \mu_0)$ — капиллярное число, $a(s, \theta) = -k_1 \cdot k_2 / (\mu_2^*(k_1 + \mu k_2))$, $p(s, \theta) = j \gamma^*$, $\varepsilon_\theta = m \lambda_0 / (Q_0 L)$, $\gamma^* = \gamma / \gamma_0$, $\mu = \mu_1^* / \mu_2^*$, $\mu_2^* = \mu_2 / \mu_0$,

$\mu_1^* = \mu_1 / \mu_0$, $\gamma_0 = \max_{\theta \in [0,1]}(\gamma(\theta))$, $\mu_0 = \max_{\theta \in [0,1]}(\mu_2(\theta))$, $\lambda_0 = \lambda(0, 0)$. Звездочки при μ_1^* , μ_2^*

и γ^* в дальнейшем опускаются. При значении параметра $\varepsilon = 0$ получаем неизотермическую модель Баклея — Леверетта (БЛТ).

Обозначим через $\Gamma_0 = \{x, t \mid x=0, t \geq 0\}$ — нагнетательную скважину, $\Gamma_l = \{x, t \mid x=l, t \geq 0\}$ — линию сопряжения моделей, $\Gamma_1 = \{x, t \mid x=1, t \geq 0\}$ — эксплуатационную скважину, а через Ω_{zn} — область $\{x, t \mid z < x \leq n, t \geq 0\}$, где $z = 0; l, n = l; 1$.

Как правило, нагнетание вытеснителя и добыча нефти производятся через скважины, которые моделируются точечными источниками и стоками, причем на эксплуатационных скважинах обычно задается давление. В этом случае скорость ведет себя как $1/r$, где r — расстояние до оси скважины, и так как радиус скважины весьма мал, то в ее окрестности может развиваться достаточно большая скорость, которая существенно уменьшает влияние капиллярных сил. Рассмотрим случай, в котором вблизи эксплуатационной скважины капиллярные силы малы. Разобьем область Ω_{01} на две: в области Ω_{0l} фильтрация двухфазной жидкости описывается МЛТ-моделью и соответственно этому в (3) $\varepsilon \neq 0$, а в области Ω_{l1} — БЛТ-моделью и в (3) $\varepsilon = 0$. Предлагается для решения системы (3) в области Ω_{01} изучать следующую начально-краевую задачу:

$$s|_{x=0} = 1, \theta|_{x=0} = \theta_1, [s]_{x=l} = [v]_{x=l} = [\theta]_{x=l} = [q]_{x=l} = 0, \varepsilon_\theta \lambda \theta_x|_{x=1} = 0; \quad (4)$$

$$s|_{t=0} = s_0(x), \theta|_{t=0} = \theta_0(x), \quad x \in [0, 1],$$

где $[f]_{x=l} = \{f(l-0, t) - f(l+0, t)\}$ — скачок функции $f(x, t)$ на линии Γ_l . Из условий склейки на Γ_l следует условие $\varepsilon ap_x|_{x=l-0} = 0$ и задача (3), (4) распадается на три подзадачи. В области Ω_{0l}

$$s_t = (\varepsilon ap_x - b)_x; \quad s|_{t=0} = s_0(x), \quad x \in (0, l]; \quad s|_{x=0} = 1, \quad \varepsilon ap_x|_{x=l} = 0. \quad (5)$$

В области Ω_{l1} процесс фильтрации описывается БЛТ моделью:

$$s_t = -b_x; \quad s|_{x=l} = S_l(t); \quad s|_{t=0} = s_0(x), \quad x \in (l, 1], \quad (6)$$

где $S_l(t)$ определяется по решению $s(x, t)$ задачи (5).

Во всей области Ω_{01} решается уравнение для температуры:

$$\theta_t = (\varepsilon_\theta \lambda \theta_x - m\theta)_x; \quad \theta|_{x=0} = 1, \varepsilon_\theta \lambda \theta_x|_{x=1} = 0; \quad \theta|_{t=0} = \theta_0(x), \quad x \in (0, 1]. \quad (7)$$

В отличие от изотермического случая в неизотермическом имеет место обратное влияние процессов в области Ω_{l1} на область Ω_{01} с помощью температуры, однако из-за малой величины коэффициента $\varepsilon_\theta \lambda$ при θ_{xx} это обратное влияние пренебрежимо мало.

В работе [1] с целью обоснования непрерывности расхода v было предложено сменить эволюционную переменную в области Ω_{l1} и искомую насыщенность $s(x, t)$ на расход $v(x, t)$. Такой подход дает удовлетворительные результаты при

$\mu_i \equiv \text{const}$, в противном случае такая постановка становится слишком сложной. Это связано с тем, что в уравнении для насыщенности появится член с θ_i , а это крайне нежелательно.

2. ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

Для описания численного алгоритма используются обозначения, принятые в [8]. Введем сетку в области Ω_{01} с распределенными узлами $\bar{\omega}_{hr} = \{x_i = ih, t_n = n\tau; i = 0, \dots, N, n = 0, 1, 2, \dots\}$, где h — шаг по пространственной координате, $\tau = rh^2$ — шаг по временной переменной. Пусть при этом линии Γ_l соответствует номер $M_l = lN$ узла на сетке (предполагается, что M_l не является дробным числом). В расчетах шаг h брался равный 0,005 ($N = 200$), а $\tau = 0,00025$.

Насыщенность $s(x, t)$ определяем с использованием однородной противопотоковой схемы первого порядка точности. Уравнение для температуры (7) аппроксимируем неявной разностной схемой первого порядка.

$$\begin{cases} \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\tau} = \frac{\varepsilon_\theta}{h} (\lambda_{i+1/2}^n \theta_{x,i}^{n+1} - \lambda_{i-1/2}^n \theta_{\bar{x},i}^{n+1}) - m(\theta_{x,i}^{n+1} - h/4, 5\theta_{\bar{x},i}^n); \\ \theta_i^0 = \theta_0, \quad i = \overline{1, N}; \quad \theta_0^n = \theta_0^{n+1} = \theta_1; \\ \frac{\theta_N^{n+1} - \theta_N^n}{\tau} = -\frac{2\varepsilon_\theta}{h} \lambda_{N-1/2}^n \theta_{\bar{x},N}^{n+1} - m\theta_{\bar{x},N}^{n+1}, \quad n = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (8)$$

где $\lambda_{i+1/2}^n = \lambda((s_i^n + s_{i+1}^n)/2, (\theta_i^n + \theta_{i+1}^n)/2)$,

$$\begin{cases} \frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\tau} = \frac{\varepsilon}{h} (a_{i+1/2}^n p_{x,i}^{n+1} - a_{i-1/2}^n p_{\bar{x},i}^{n+1}) - b_{\bar{x},i}^{n+1}, \quad s_i^0 = s_0(x_i), \quad i = \overline{1, M_l - 1}; \quad s_0^n = s_0^{n+1} = 1; \\ \frac{s_N^{n+1} - s_N^n}{\tau} = -\frac{2\varepsilon}{h} a_{M_l-1/2}^n p_{\bar{x},M_l}^{n+1} - b_{\bar{x},M_l}^{n+1}, \quad n = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (9)$$

где $a_{i+1/2}^n = a((s_i^n + s_{i+1}^n)/2, (\theta_i^n + \theta_{i+1}^n)/2)$, p_i^{n+1} линейризовывалось в виде $p_i^{n+1} = p_i^n + p_{s_i}^n (s_i^{n+1} - s_i^n)$, аналогичная линейризация применялась и для b_i^{n+1} . По аналогии с (5) аппроксимировалось и уравнение (6):

$$\frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\tau} = -b_{\bar{x},i}^{n+1}, \quad s_i^0 = s_0(x_i), \quad i = \overline{M_l + 1, N}; \quad s_{M_l}^{n+1} = S_{M_l}^{n+1}. \quad (10)$$

Для численного решения систем (8) – (10) применялся метод правой прогонки.

На каждом временном шаге находилась $\eta(t) = 100 \% \int_0^1 s(x, t) dx$ — обводненность пласта. Интеграл в правой части соотношения вычислялся по формуле трапеций. Контролировалась предельная точка распространения фронта водонасыщенности $x_f(t)$. Также отслеживалось положение $x_c(t)$ — фронтовой водонасыщенности в БЛ модели s_c , которая определялась решением нелинейного уравнения $b_s(s_c, 0) = b(s_c, 0)/s_c$.

В численных расчетах использовался следующий набор модельных параметров: $k_1 = s^2$, $k_2 = (1-s)^2$, $j = (1-s)/(d+s)$, $d = 0,9$, $S_1^0 = S_2^0 = 0$, $s_0 = 0$, $m = 0,36$, $\mu_2 = \mu_{2\max} + (\mu_{2\min} - \mu_{2\max})\theta$, $\mu_1 = 0,1$, $\gamma = \gamma_{\max} + (\gamma_{\min} - \gamma_{\max})\theta$, $\gamma_{\max} = 1$, $\varepsilon_\theta = 1,2 \cdot 10^{-7}$, $\varepsilon = 0,5$, $l = 0,8$. Выбор μ_1 был определен тем, что вязкость воды слабо зависит от температуры.

Остальные параметры брались из работы [9]:

$\lambda_1 = 0,644$ Вт/(м·К), $\lambda_2 = 0,08$ Вт/(м·К), $\lambda_3 = 2,40$ Вт/(м·К), $\rho_1 = 1000$ кг/(м³), $\rho_2 = 730$ кг/(м³), $\rho_3 = 4216$ кг/(м³), $c_{p1} = 4071$ Дж/(кг·К), $c_{p2} = 2100$ Дж/(кг·К), $c_{p3} = 920$ Дж/(кг·К).

На рисунках толстыми линиями обозначены решения $s(x, t)$ или характеристики процесса вытеснения, относящиеся к задаче сопряжения, тонкими — результаты расчета по МЛТ-модели во всей области Ω_{01} с условием $\varepsilon ap_x = 0$ при $x = 1$, тонкими линиями с кружками — профили температуры, пунктиром — линия сопряжения моделей.

3. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ

3.1. Особенности решений задачи сопряжения (5) – (7) в изотермическом случае

Напомним особенности численных решений, изученных в [4]. В изотермическом случае характерной особенностью решения задачи сопряжения является подъем и выполаживание графика водонасыщенности в точке $x = l - 0$, объясняемого наличием в этой точке краевого условия $\varepsilon ap_x|_{x=l} = 0$. Второй особенностью решений задачи сопряжения МЛ- и БЛ-моделей является эффект недобегания, который выражается в том, что в Ω_{11} формируется скачкообразный профиль водонасыщенности, поэтому приход воды на эксплуатационную скважину в задаче сопряжения происходит позднее, чем в задаче для МЛ-модели во всей области. Следствием эффектов недобегания и выполаживания является тот факт, что после момента прихода воды, рассчитанного по МЛ-модели, на эксплуатационную скважину, обводненность пласта $\eta(t)$ в задаче сопряжения выше, чем по МЛ-модели.

3.2. Особенности решений задачи сопряжения при закачке горячей воды

Закачка горячей воды моделировалась заданием $\theta_1 = 1$, $\theta_0 = 0$. В том случае, когда γ зависит от температуры, как отмечалось в [5], перед температурным фронтом образуется локальный максимум, а после него — локальный минимум. Наличие зоны действия БЛТ-модели в области Ω_{11} изменяет структуру решения $s(x, t)$. При прохождении линии сопряжения фронтом водонасыщенности в прискважинной зоне формируется баклеевский прямой скачок (рис. 1, при $t = 0,3$). Когда температурный фронт с зоной немонотонности на профиле насыщенности пересекает линию склейки, локальные минимум и максимум сближаются и начинают формироваться обратный скачок. Так, на рис. 1, а приведены графики решений по модели сопряжения и по МЛТ-модели, а также графики температуры при $\gamma_{\min} = 0,5$, $\mu_2 \equiv 1$ (вариант 1). Заметим, что температурные графики при разном $s(x, t)$ практически совпадают, что говорит о незначительном влиянии $s(x, t)$ на распределение $\theta(x, t)$.

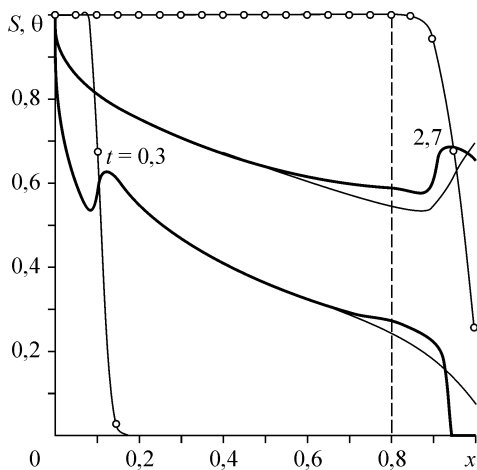


Рис. 1. Закачка горячей воды в нефтяной пласт.
 $\gamma = \gamma(\theta), \mu_2 \equiv 1$.

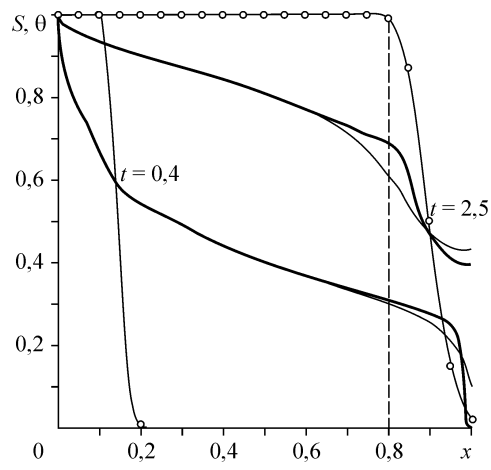
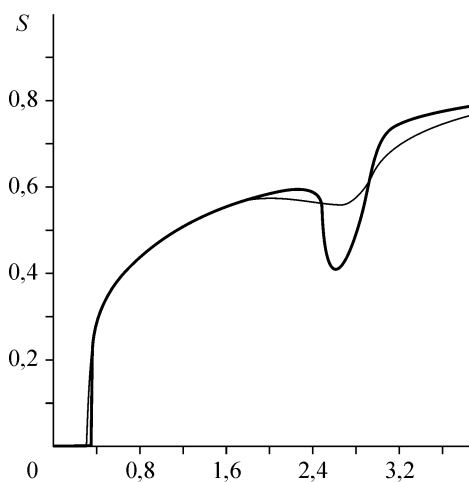


Рис. 2. Закачка горячей воды в нефтяной пласт.
 $\gamma \equiv 1, \mu_2 = \mu_2(\theta)$.

На рис. 2 приведены решения, в которых от температуры зависят только вязкости фаз, при следующих параметрах: $\gamma \equiv 1, \mu_{2\min} = 0,2, \mu_{2\max} = 1$ (вариант 2). На начальной стадии в Ω_{II} формируется также прямой скачок водонасыщенности. Однако при пересечении температурным фронтом линии $x = l$ решение $s(x, t)$ ведет себя иначе, чем в варианте 1. Из рисунка видно, что в области действия БЛТ-модели происходит формирование выемки в зоне температурного фронта. Это можно объяснить тем, что после прохождения температурного фронта величина $\mu_2(\theta)$ убывает до 0,2, а отношение $\mu = \mu_1 / \mu_2$ возрастает. В результате увеличивается фронтальная насыщенность $s_c(\mu)$ и в области Ω_{II} начинает формироваться новый прямой скачок водонасыщенности, который и порождает немонотонность профиля $s(x, t)$ при сохранении баланса массы. В работе [5] было показано, что для БЛТ-модели за температурным фронтом образуется дополнительный вал вытеснения. В данной задаче в Ω_{OI} он незаметен, поскольку размазывается действием капиллярных сил, но в зоне Ω_{II} , где $\varepsilon = 0$, он себя проявляет и формирует выемку. На рис. 3 приведены графики $s(1, t)$. Здесь хорошо видна выемка, формирующаяся



в результате понижения водонасыщенности перед температурным фронтом. Отметим, что для модели сопряжения время прорыва воды на эксплуатационную скважину оказалось равное $t_{\text{пр}} = 0,310$, а для МЛТ-модели — 0,283, поэтому на рис. 2 различие в моментах прорыва в данном масштабе слабо заметно. Такой масштаб потребовался для лучшего отображения зоны $t \in [2, 3]$ (данное замечание относится и к рис. 5, 7, 9, см. ниже).

Рис. 3. Графики $s(1, t)$ к рис. 2.

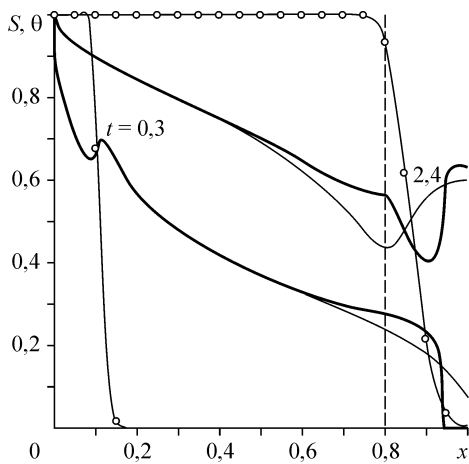


Рис. 4. Закачка горячей воды в нефтяной пласт.
 $\gamma = \gamma(\theta), \mu_2 = \mu_2(\theta)$.

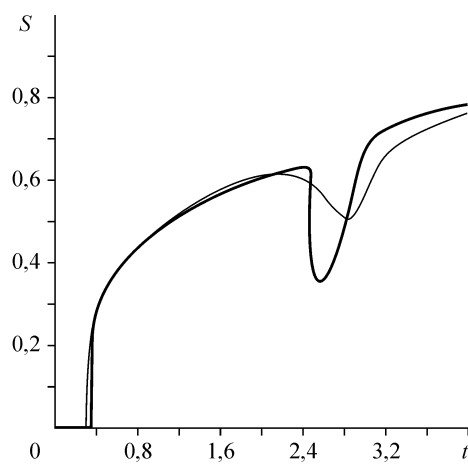


Рис. 5. Графики $s(1, t)$ к рис. 4.

Во всех просчитанных вариантах при прохождении фронтом насыщенности линии сопряжения формируется прямой скачок. Наиболее интересные изменения в решениях происходят при прохождении линии Γ_l зоной температурного фронта. На это в дальнейшем и будем обращать внимание.

Случай, в котором от температуры зависят и капиллярное давление и вязкость, приведен на рис. 4, при следующих параметрах: $\mu_{2\min} = 0,2$, $\mu_{2\max} = 1$, $\gamma_{\min} = 0,5$ (вариант 3). Графики $s(1, t)$ представлены на рис. 5. При прохождении температурным фронтом линии сопряжения вновь образуется выемка в профиле водонасыщенности. Однако она имеет свои особенности, объединя варианты 1 и 2. В зоне действия БЛТ-модели происходит трансформация структуры максимум-минимум в обратный скачок насыщенности, как в варианте 1. Видно, что по сравнению с вариантом 2 передняя стенка выемки существенно круче. Задняя стенка выемки формируется, как и в варианте 2, за счет влияния температуры на вязкости фаз и по уклону очень похожа на соответствующий вариант. По графику $s(1, t)$ (см. рис. 5) также виден первый по времени скачок водонасыщенности.

3.3. Особенности решений задачи сопряжения при вытеснении холодной водой

На рис. 6, 7 в условиях, соответствующих нагнетанию холодной воды ($\theta_1 = 0$, $\theta_0 = 1$), указаны решения при $\gamma_{\min} = 0,5$, $\mu_{2\max} = \mu_{2\min} = 1$ (вариант 4). Модель сопряжения значительно сглаживает эффекты понижения водонасыщенности перед температурным фронтом и дополнительного вала вытеснения после температурного фронта, которые характерны для МЛТ-модели (например, на рис. 8 зона повышения водонасыщенности сильно размазана). В результате температурное воздействие на водонасыщенность в решении задачи оказывается менее заметным.

Рисунок 8 иллюстрирует нагнетание холодной воды в случае зависимости от температуры только вязкостей фаз при $\gamma \equiv 1$, $\mu_{2\max} = 4$, $\mu_{2\min} = 1$ (вариант 5). Тогда у БЛТ модели [5] за температурным фронтом формируется область подъема

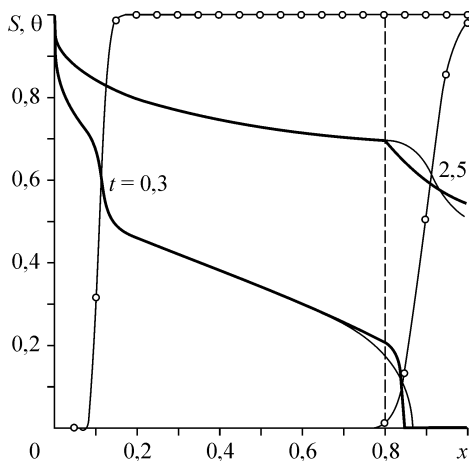


Рис. 6. Закачка холодной воды в нефтяной пласт.
 $\gamma = \gamma(\theta), \mu_2 \equiv 1$.

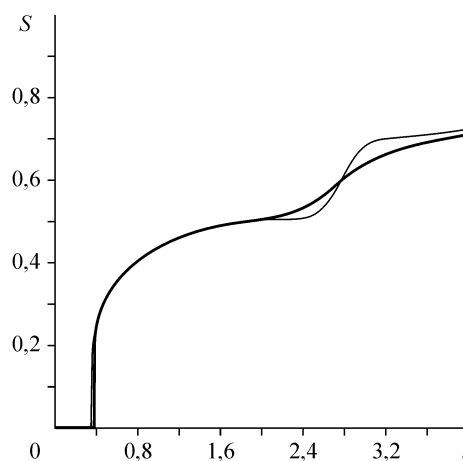


Рис. 7. Графики $s(1, t)$ к рис. 6.

водонасыщенности, далее располагаются область выполаживания (полка $s \approx \text{const}$)

и локальный минимум $s(x, t)$. МЛТ-модель сглаживает эти эффекты (большое γ), а модель сопряжения, напротив, их восстанавливает в области Ω_{II} . Поэтому вблизи эксплуатационной скважины появляется горка, что хорошо заметно на рис. 9, на котором представлены зависимости $s(1, t)$. Здесь же хорошо видно, что после подъема водонасыщенности восстанавливается и зона выполаживания при $t > 2,7$.

На рис. 10 приведен пример нагнетания холодной воды в пласт в случае, в котором от температуры зависят и капиллярное давление и вязкость: $\mu_{2\text{min}} = 1$, $\mu_{2\text{max}} = 4$, $\gamma_{\text{min}} = 0,5$ (вариант 6). Зависимость $p_{c\theta}$ приводит к появлению в уравнении для s системы (3) члена с θ_{xx} , который, меняя знак на температурном фронте, приводит к скручиванию профиля водонасыщенности в этой области по сравнению с вариантом 5 (см. рис. 8). Здесь температура работает на снижение влияния капиллярных сил и поэтому капиллярное эхо меньше, чем в варианте 5

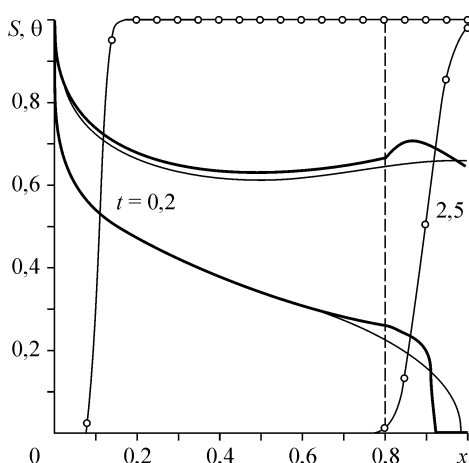


Рис. 8. Закачка холодной воды в нефтяной пласт.
 $\gamma \equiv 1, \mu_2 = \mu_2(\theta)$.

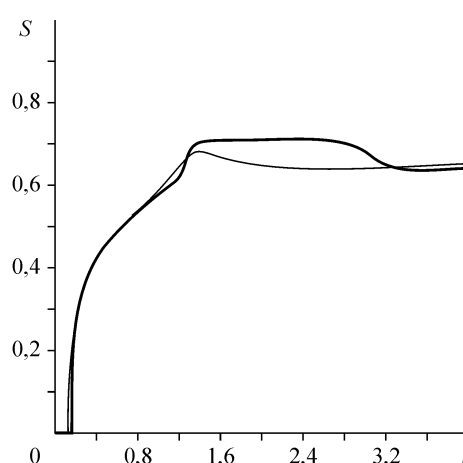


Рис. 9. Графики $s(1, t)$ к рис. 8.

Рис. 10. Закачка холодной воды в нефтяной пласт.

$$\gamma = \gamma(\theta), \mu_2 = \mu_2(\theta).$$

влияет на область Ω_{11} . После прохождения температурным фронтом линии склейки решение стремится выйти на профиль решения БЛТ-модели [5], но только при условии, что отрезок $[0,1]$ сжат до отрезка $[0,8, 1]$. Тогда в области Ω_{11} действия БЛТ модели образуется волновая структура, объединяющая варианты 4, 5. Полка выполаживания сформироваться не успевает, так как промежуток действия МЛТ-модели $(1 - l)$ мал.

В таблице 1 приведены данные по дисбалансам обводненности и различием в решениях для рассмотренных вариантов (вариант 0 — изотермический случай). Дисбалансом будем называть величину:

$$D = \left| \int_0^1 s_{MLT}(x, t) dx - \int_0^1 s_{MLT-BLT}(x, t) dx \right| / \max \left(\int_0^1 s_{MLT}(x, t) dx, \int_0^1 s_{MLT-BLT}(x, t) dx \right).$$

Таблица 1

Дисбаланс и различия в решениях при $t = 4$

Вариант	0	1	2	3	4	5	6
Разница в норме $C [0,1]$ на момент времени, t	0,022	0,022	0,034	0,028	0,012	0,059	0,040
Максимальная разница в норме $C [0,1]$ за весь период счета	0,191	0,192	0,192	0,226	0,181	0,189	0,180
Дисбаланс, %	1,00	0,94	2,00	1,32	0,26	1,30	0,61
Максимальный дисбаланс, %	2,17	2,50	4,84	7,35	1,41	2,22	1,43

3.4. Исследование влияния размера прискважинной зоны на решение задачи сопряжения

В таблицах 2, 3 приведены гидрофизические характеристики процесса вытеснения нефти при закачке в пласт горячей и холодной воды (в условиях вариантов 3, 6) при $t = 4$.

Таблица 2

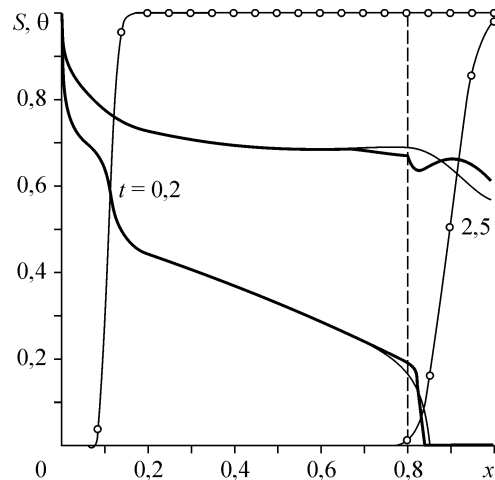
Вытеснение нефти горячей водой при разных l

Параметр l	0,7	0,8	0,9	0,95
Разница в норме $C [0,1]$ на момент времени, t	0,036	0,028	0,019	0,011
Максимальная разница в норме $C [0,1]$ за весь период счета	0,261	0,226	0,168	0,132
Дисбаланс, %	2,00	1,32	0,66	0,33
Максимальный дисбаланс, %	9,47	7,35	4,37	2,37

Таблица 3

Вытеснение нефти холодной водой при разных l

Параметр l	0,7	0,8	0,9	0,95
Разница в норме $C [0,1]$ на момент времени, t	0,041	0,040	0,038	0,013
Максимальная разница в норме $C [0,1]$ за весь	0,195	0,180	0,153	0,124



период счета				
Дисбаланс, %	0,62	0,61	0,27	0,08
Максимальный дисбаланс, %	1,95	1,43	0,84	0,48

Из таблиц видно, что значение параметра l является определяющим при выборе схемы расчета (модели сопряжения или МЛТ-модели во всей области). Отметим, что при одинаковых значениях l дисбаланс при закачке горячей воды больше, чем при закачке холодной.

3.5. Влияние капиллярного числа ϵ на решение $s(x, t)$, отношения вязкостей $\mu = \mu_1 / \mu_2$.

В задаче сопряжения МЛТ- и БЛТ-моделей ϵ оказывает влияние на область Ω_{II} неявно. С увеличением ϵ эффект выполаживания усиливается, что влияет на процесс формирования начального профиля водонасыщенности в зоне действия БЛТ-модели. С уменьшением ϵ отличия в решениях уменьшаются.

Были проведены многовариантные расчеты при разных μ_1 и фиксированных $l = 0,8$, $\mu_{2\min} = 0,2$, $\mu_{2\max} = 1$, $t = 4$ (вариант 3). В таблице 4 приведены результаты расчетов при $\mu \in \mu_1 \cdot [1, 5]$.

Таблица 4

Дисбаланс и различия в решениях при разных μ_1

Параметр μ_1	0,05	0,05	0,1	0,2
Разница в норме $C [0, 1]$ на момент времени, t	0,029	0,027	0,019	0,008
Максимальная разница в норме $[0, 1]$ за весь период счета	0,142	0,197	0,168	0,218
Дисбаланс, %	2,28	1,62	0,66	0,14
Максимальный дисбаланс, %	3,52	4,26	4,37	3,08

Из таблицы видно, что чем меньше соотношение вязкостей μ , тем медленнее уменьшается дисбаланс обводненностей. При больших μ (например при $\mu_1 = 0,2$) разница между моделью Маскета — Леверетта и моделью сопряжения быстро становится незначительной.

4. ВЫВОДЫ

Приведенные расчеты показывают, что в неизотермическом случае сопряжение моделей МЛТ и БЛТ существенно меняет структуру решения $s(x, t)$ в прискважинной зоне. Особенно существенным оказывается влияние зоны действия БЛТ-модели при закачке в пласт горячей воды. При вытеснении из пласта нефти холодной водой влияние зоны Ω_{II} сказывается на решении задачи сопряжения только при достаточно больших $\Delta l = 1 - l$. Такие изменения в решении вряд ли соответствуют физике прискважинных процессов. Неизотермическую модель сопряжения можно применять при расчетах, если Δl достаточно мало ($\leq 0,05$), чтобы зона Ω_{II} не оказывала сильного влияния на решение поставленной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Монахов В.Н.** Сопряжение основных математических моделей фильтрации двухфазной жидкости // Математическое моделирование. — 2002. — Т. 14, № 40. — С. 109–115.
2. **Бочаров О.Б.** О задаче с сосредоточенной емкостью для одномерных уравнений двухфазной фильтрации // Механика быстротекучих процессов (Динамика сплошной среды): Сб. науч. тр. — Новосибирск: ИГиЛ СО АН, 1985. — Вып. 73. — С. 149–155.

3. **Бочаров О.Б., Телегин И.Г.** Численный анализ некоторых методов сопряжения двух моделей фильтрации несмешивающихся жидкостей // Вычислительные технологии. — 2002. — Т. 7, № 5. — С. 11–20.
4. **Бочаров О.Б., Телегин И.Г.** Численное исследование процесса вытеснения при сопряжении различных моделей фильтрации двухфазной жидкости // Наука, культура, образование: Тр. ПАНИ. — Горно-Алтайск: изд-во ГАГУ, 2002. — № 10–11. — С. 118–125.
5. **Бочаров О.Б., Телегин И.Г.** О некоторых особенностях неизо термической фильтрации несмешивающихся жидкостей // Теплофиз. и аэромеханика. — 2002. — Т. 9, № 3. — С. 459–466.
6. **Бочаров О.Б., Монахов В.Н.** Краевые задачи неизо термической двухфазной фильтрации в пористых средах // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. — Новосибирск: ИГиЛ СО АН, 1988. — Вып. 86. — С. 47–59.
7. **Коновалов А.Н.** Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. — Новосибирск: СО Наука, 1988. — 166 с.
8. **Самарский А.А.** Введение в теорию разностных схем. — М., Наука, 1971.
9. **Бочаров О.Б., Осокин А.Е.** Численное исследование автомодельных задач неизо термической двухфазной фильтрации // Сиб. журн. индустр. матем. — 2002. — Т. 5, № 1. — С. 8–20.

Статья поступила в редакцию 26 мая 2005 г.