Проблемы логики и методологии науки

УДК 51:101.8
DOI:
10.15372/PS20180305

В.В. Целищев

ИНТУИЦИЯ И ПРИНЦИПЫ IF-ЛОГИКИ: КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ БАЗИС VS ФОРМАЛЬНАЯ ТЕХНИКА*

В статье рассматриваются усложнения аппарата IF-логики, вызванные необходимостью устранения ее контринтуитивных следствий. Показывается, что это приводит к усложнению концептуального аппарата IF-логики, которое входит в противоречие с ее изначальными целями. В частности, рассматриваются необходимость различения двух видов сколемизации, а также трактовка пропозициональных связок, ведущая к модификации концепции ветвящихся кванторов в IF-логике.

Ключевые слова: IF-логика; квантор; пропозициональные связки; сколемовские функции; теоретико-игровая семантика

V.V.Tselishchev

INTUITION AND PRINCIPLES OF IF LOGIC: CONCEPTUAL BASIS VS. FORMAL TECHNIQUE

The article considers complications of the IF logic apparatus caused by the need to eliminate its counterintuitive consequences. It is shown that this leads to complication of the IF logic conceptual apparatus which contradicts its original goals. In particular, we consider the need to distinguish two types of skolemization, as well as the interpretation of propositional connectives leading to modification of the concept of branching quantifiers in IF logic.

Keywords: IF logic; quantifier; propositional connectives; Skolem functions; game theoretic semantics

* Исследования, нашедшие отражение в данной статье, выполнены при финансовой поддержке РФФИ (грант 16-02-00352).

Введение в оборот IF-логики комментировалось ее создателями как революция в логике [7]. Замысел был фактически программным, о чем свидетельствовало само название главного представления новой логики – «Принципы математики, ревизированные» [5] с очевидной аллюзией к знаменитому трактату Б. Рассела «Принципы математики» [10]. За программной книгой последовало множество статей Я. Хинтикки и Г. Санду, в которых разрабатывались детали новой логики и ее применения. Новая логика столкнулась с непониманием со стороны многих логиков, упреки которых можно разделить на два класса. Один из них – это принципиальные возражениями, а другой суть упреки в невнимании к важным деталям, которые требуют доработки или по крайней мере объяснения. В этом смысле, как и в случае значительных явлений в методологии науки, в соответствии со знаменитым афоризмом неопозитивиста О. Нейрата, корабль надо ремонтировать уже на плаву.

В данной статье отмечены несколько деталей, которые были предметом такого «ремонта на ходу» этой чрезвычайно интересной и перспективной логической системы, выразительные возможности которой значительно превосходят возможности логики первого порядка. Что касается первого класса возражений в адрес IF-логики, то мы не затрагиеваем их в данной статье, тем более что тут задеваются гораздо более глубокие пласты природы логики. Одно лишь то обстоятельство, что в этой логической системе не являются справедливыми ограничительные теоремы Геделя и Тарского, говорит само за себя.

Идея IF- логики (Independent Friedly Logic – дружественно-независимая логика) связана прежде всего с зависимостью и независимостью переменных в логических языках. Соответственно, речь идет о зависимости и независимости кванторов в выражениях, области действия которых являются вложенными друг в друга. В языках первого порядка эти факторы не играют особой роли в том смысле, что они не ограничивают выразительную силу формального языка. Но как было показано Хинтиккой и Санду, ограничения все-таки существуют, в частности как при формализации естественного языка, так и при использовании логики в математическом теоретизировании. Структура ветвящихся кванторов Генкина позволяет преодолевать эти ограничения ценой введения теоретико-игровой семантики вместо стандартной теоретико-модельной семантики Тарского. Интуитивным обоснованием такого маневра является то, что квантор ассоциируется с выбором индивидов из соответствующей области. Этот выбор связан, в свою очередь, с определенной целью: универсальный квантор ассоциируется с попыткой фальсификации логического выражения, в то время как экзистенциальный квантор – с попыткой верификации этого выражения. Последовательность ходов «игроков» определяется правилами, зависящими от результата предыдущего хода. В любом случае соединение теоретико-игровой интерпретации логики, которая была известна задолго до IF-логики, с идеей зависимости и независимости кванторов оказалось интуитивно оправданным. О том, что внимание Я. Хинтикки было направлено именно на кванторы, говорит его ранняя публикация «Языковые игры для кванторов» [4]. Однако в следующей его известной книге одна из начальных глав называется «Игры логики» [5], что говорит о распространении идей по поводу зависимости и независимости кванторов на всю логику и, значит, на логические связки. Первое обстоятельное изложение распространения игровой интерпретации на логические связки было предложено лишь в 1989 г. [6].

В частности, речь идет о правилах для конъюнкции и дизъюнкции, а также для отрицания. Как и в случае кванторов, интуитивно эти правила согласуются с самой идеей игровой семантики. Игра осуществляется двумя игроками – их принято с подачи авторов IF-логики называть Элоизой (Верификатор) и Абеляром (Фальсификатор). Игроки делают ходы, выбирая теперь уже не индивиды, а варианты игры или ее редуцированного вида.

Так, правило для дизъюнкции выглядит следующим образом [5, p. 25]: игра G с конъюнкцией предложений S_1 и S_2 идет в соответствии со следующим правилом:

$G(S_1 \vee S_2)$ начинается с выбора Верификатором S_i (i равно 1 или 2). Остальная игра ведется как с $G(S_i)$.

Следует сразу отметить важное обстоятельство. Это правило является частью процедуры, но не непосредственно относящейся к получению истинности или доказательства, а процедуры в последовательности ходов в семантической игре. А вот понятия истинности или доказательства являются производными от понятия стратегии игры. В частности, выражение S истинно в модели M, если и только если существует выигрышная стратегия для исходного Верификатора в игре $G(S)$, играемой на модели M.

Соответственно, выражение S ложно в модели M, если и только если, существует выигрышная стратегия для исходного фальсификатора в игре $G(S)$, играемой на модели M.

Аналогично правилу для дизъюнкции выглядит правило для конъюнкции, а именно игра $G(S_1 \ \& \ S_2)$ начинается с выбора Фальсификатором S_i (i равно 1 или 2). Остальная игра ведется как с $G(S_i)$.

На чем основывается уверенность в интуитивной оправданности этих правил? Конечно же, на трактовке универсального и экзистенциального кванторов как аналогов конъюнкции и дизъюнкции соответственно для случая конечной области квантификации. Для такой области правила для логических связок тривиально сводимы к кванторным правилам.

Но самой по себе интуитивной аналогии с кванторами оказывается недостаточно. Так, У. Ходжес указал на определенную аномалию [8]. Не все, что можно сделать с кванторами в теоретико-игровой интерпретации, можно сделать с логическими связками. Если опираться на аналогию с кванторами, можно говорить о зависимости или независимости логических связок друг от друга. Рассмотрим случай предложения $(p \ (\& \ / \ \{\vee\}) \vee Ra$, где конъюнкция независима от дизъюнкции (мы не оговариваем здесь слэш-нотацию, предполагая ее знакомой). Пусть Элоиза делает первый ход, выбирая дизъюнкцию. Далее, Абеляр должен знать, настала ли очередь его хода. Если не его очередь, тогда он должен быть способен вывести, что Элоиза выбрала правую часть дизъюнкции, которая, будучи атомарной формулой, не требует от игроков дальнейших ходов. Если же оказывается, что это его ход, тогда он должен знать, какой ход ему предстоит сделать. И если его ход состоит в выборе одного из конъюнктов p или q, тогда он должен быть способен вывести, что ранее Элоиза выбрала левую часть дизъюнкции. Другими словами, факт знания Абеляром планируемого им хода влечет знание, какой стадии достигла игра, из чего он может сделать вывод обо всех предыдущих ходах Элоизы. Но тогда эффект независимости конъюнкции от дизъюнкции пропадает.

Выход из этой ситуации состоит в определенного рода усложнениях, которые ранее трудно было предугадать. Поэтому ряд логиков трактуют связки как кванторы, пробегающие над индексным множеством для формул. Для удобства лучше понять эту ситуацию сначала в виде структуры ветвящихся кванторов Генкина. Рассмотрим предложение

$$\left.\begin{array}{l}\forall x \bigvee\limits_{i=\{0,1\}} \\ \forall y \bigvee\limits_{j=\{0,1\}}\end{array}\right\} \underset{ij\in\{0,1\}}{p_{ij}(x,y)} \; ,$$

которое соответствует игре, где Абеляр первым выбирает индивид *a*, затем Элоиза выбирает число *i*, затем Абеляр выбирает индивид *b* без знания, каково число *i*, и, наконец, Элоиза выбирает число *j*, не зная, чем являются *a* и *j*. Элоиза выигрывает, если и только если справедливо $\phi_{i,j}$ (*a, b*).

Наше исходное предложение (*p* (& / {V}) V *Ra* в терминах так называемых предложений Вота (Vaught) теперь может быть представлено в таком виде (здесь Λ – конъюнкция, а V – дизъюнкция):

$$\bigvee_{i=\{0,1\}} (\underset{j=\{0,1\}}{\&}) \, p_{ij}$$

$$\left.\begin{array}{l}\forall x(\exists y) \\ \forall z(\exists u\end{array}\right\} F[x,y,z,u] \; ,$$

где p_{00} есть *p*, p_{01} есть *q*, и $p_{10} = p_{11}$ есть *R*.

Таким образом, цена «ремонта» состоит в трактовке пропозициональных связок в виде ограниченных кванторов. Более того, введение индексов в язык приводит к модификации концепции ветвящихся кванторов в IF-логике.

В конструировании концепции зависимости кванторов в рамках IF-логики важнейшее место занимают так называемые сколемовские функции. Выражению (∀*x*) (∃*y*) $\underline{F}$[*x*, *y*] можно сопоставить выражение (∀*x*) F(*x*, f(*x*)], где f(*x*) и будет сколемовской функцией. Как видно, интуитивный смысл этой функции состоит в том, что она «выбирает» некоторый индивид, являющийся значением переменной *y*. Более точное представление об этой функции можно получить при увеличении числа переменных в исходной формуле. Так, формуле (∀*x*) (∃*z*) (∀*y*) (∃*u*) F[*x*, *y*, *z*, *u*] будет соответствовать формула (∀*x*) (∀*y*) F[*x*, *y*, f(*x*), g(*x*, *y*)]. Из формул обычной логики первого порядка можно получить понимание самого факта зависимости кванторов, но непросто постичь механизм этой зависимости. Представление формул с использованием сколемовских функций позволяет увидеть различные модусы такой зависимости, поскольку выбор аргументов для них «изображает» картину зависимости [7, p. 407].

Сколемовские функции являются определяющими в теоретико-игровой семантике. Сама игра состоит из ходов, содержание которых заключается в выборе индивидов из области квантификации. За каждый выбор «ответственна» соответствующая сколемовская функция. Коль скоро серия ходов и составляет игру, массив сколемовских функций представляет собой стратегию этой игры. Семантическая игра в отношении некоторой формулы *S* для установления ее истинностного значения определяется характером этой стратегии. Если существует выигрышная стратегия, значит, формула *S* истинна. Существование такой стратегии, в свою очередь, выражается утверждением о существовании соответствующей сколемовской функции.

Важно понимать, что использование сколемовской функции в качестве механизма игры (последовательный выбор индивидов) не является артефактом IF-логики, или *ad hoc* средством для сведения концов с концами. Действительно, уже предшествующая IF-логике идея ветвящихся кванторов понимается лучше с помощью сколемовских функций. Известная схема

$$\left.\begin{matrix}\forall x(\exists y)\\ \forall z(\exists u\end{matrix}\right\} F[x, y, z, u]$$

может быть представлена как $(\exists \mathrm{f})\ (\exists \mathrm{g})\ (\forall x)\ (\forall z)\ \mathrm{F}[x, \mathrm{f}(x), z, \mathrm{g}(z)]$.

При таком представлении налицо отступление от интуитивности, которая, по общему мнению, присуща логике первого порядка. Формулы со сколемовскими функциями принадлежат логике второго порядка, со всеми вытекающими отсюда следствиями. И вопрос о том, можно ли их «вернуть» на уровень первого порядка, достаточно трудный. Но именно этот вопрос постоянно ставится перед создателями IF-логики: не является ли то обстоятельство, что эта логика по своим выразительным возможностям превосходит логику первого порядка, результатом того, что сама IF-логика есть попросту логика второго порядка? Тогда встает другой вопрос: компенсируются ли чем-то некоторые «неестественные» стороны IF-логики при сопоставлении ее выразительных возможностей с возможностями логики второго порядка? Ведь основная мысль создателей IF-логики заключалась в том, что она сочетает преимущества простоты логики первого порядка с выразительными возможностями логики второго порядка. Ответ на этот вопрос порождает ряд других сложных вопросов о статусе предложений IF-логики в арифметической иерархии, в частности вопрос о возможности перевода их в Σ_1^1-предложения.

Частично на этот вопрос Хинтикка отвечает так: «IF-логика не является “неклассической” логикой. Она получается за счет того, что остаются неизменными все семантические правила (сформулированные в теоретико-игровом каркасе), но используются они в более гибкой манере, чем это было до нее. Я предпочитаю называть ее гиперклассической логикой. В любом случае это общая неограниченная логика первого порядка. Некоторые философы столь ослеплены приверженностью идее квантора как “пробегающего над”, полагая эту идею полной истиной о кванторах, что когда эта идея рушится, как это имеет место в IF-логике, они перепрыгивают к заключению, что такая логика обязательно должна быть более высокого порядка. Это нонсенс по их собственным критериям, потому что единственным разумным способом различения логики первого порядка и логики высших порядков является обсуждение в терминах сущностей, над которыми проводится квантификация. И согласно этому критерию IF-первопорядковая логика является и в самом деле логикой первого порядка [7, p. 409].

В ходе развития IF-логики возникла одна весомая аномалия, связанная с эффектом так назывемой сигнализации. Это феномен использования другой части формулы для реконструирования информации в ситуации несовершенной информации [9]. Феномен возникает в связи с тем, что в условиях несовершенной информации есть существенная разница, знает или не знает игрок о своих собственных предыдущих ходах. В частности, речь идет об определенной аномалии при «переплетении» экзистенциальных кванторов [8, p. 548].

Рассмотрим семантическую игру с формулой $(\forall x)$ $(\exists z)$ $(\exists y/x)$ $[x = y]$, в которой Элоиза выбирает стратегию приравнивания z к x, а затем приравнивает y к z, что по сути своей и есть пример феномена «сигнализации». Легко видеть, что такая стратегия даст истинность формулы в любой модели. Однако здесь мы наталкиваемся на странный факт: какую роль тут вообще играет «лишний» квантор $(\exists x)$, не несущий никакой смысловой нагрузки? Очевидно, что более естественна формула $(\forall x)$ $(\exists y/x)$ $[x = y]$. Однако эта последняя формула неразрешима во всех моделях с более чем одним элементом. Но это означает, что введение лишнего (в смысле отсутствия у него области квантификации) экзистенциального квантора в осмысленную формулу изменяет истинностное значение этой формулы. Такой аномалии невозможно избежать, если не ввести определенные ограничения в IF-логику. Вопрос состоит только в том, насколько эти ограничения будут интуитивно оправданны, по крайней мере в той же степени, в какой интуитивна сама IF-логика.

Ф. Дешесне [2, p. 33] показала, что преодоление аномалии возможно за счет рамификации способов сколемовских функций. Другими словами, предполагается специальный алгоритм, при котором учитывается, есть ли переплетение экзистенциальных кванторов или нет. Это равносильно учету различия между ситуациями, в которых Верификатор знает о своих предыдущих ходах или не знает. Но этот алгоритм, или скорее предписание, ни в коем случае не является интуитивным. Здесь мы имеем весьма характерную тенденцию, заключающуюся в том, что первоначально сформулированные принципы на основе интуитивных соображений формальной системы логики постепенно при встрече с аномалиями все больше подвергаются математизации, целью которой является устранение «монстров» в смысле Лакатоса [1].

В данном случае такое устранение достигается расширением понятия сколемизации формул IF-логики. Стратегия создателей IF-логики состоит в придании этому маневру более общего характера, не связанного непосредственно с формулами IF-логики (с использованием слэша «/»). Различают два типа сколемизации для логики первого порядка. В качестве более общего мотива такого различения указывается разный характер играемых игр: с совершенной информацией и несовершенной информацией. Другими словами, обоснование феноменов, связанных с IF-логикой (в том числе с устранением аномалий), все больше смещается в сторону математических деталей собственно общей теории игр.

Один из типов остается прежним, достаточно интуитивным в том смысле, что на каждом шаге известны все ходы, которые уже сделаны оппонентами в игре. Это вполне естественная посылка в понимании природы игры. Его характер можно видеть на примере перевода формулы первого порядка в сколемизированную форму:

$$(\forall x)\,(\exists y)\,(\forall z)\,(\exists w)\,\mathrm{R}[x, y, z, w] \Leftrightarrow (\exists \mathrm{f})\,(\exists \mathrm{g})\,(\forall x)\,(\forall z)\,\mathrm{R}[x, \mathrm{f}(x), z, \mathrm{g}(x, z)].$$

Второй способ сколемизации связан с определением всех возможных ходов, независимо от того, сделаны ли они самим игроком или его оппонентом. Иллюстрацией такого способа может служить другой вариант перевода той же самой формулы:

$$(\forall x)\,(\exists y)\,(\forall z)\,(\exists w)\,\mathrm{R}[x, \mathrm{y}, z, w] \Leftrightarrow (\exists \mathrm{f})\,(\exists \mathrm{h})\,(\forall x)\,(\forall z)\,\mathrm{R}[x, \mathrm{f}(x), z, \mathrm{g}(x,\mathrm{f}(\mathrm{x}), z)] \ [12].$$

Несмотря на различный вид, эти два выражения эквивалентны. Различия появляются при использовании нотации слэша, т.е. нотации, присущей именно IF-логике. Но в этом случае неясно, есть ли смысл апеллировать к более общему обоснованию двух типов сколемизации. Как бы то ни было, два типа выражений имеют следующие аналоги со слэшем:

$$(\forall x)\,(\exists z)\,(\exists y/\{z\}\,)\,(\exists w/\{x\})\,\mathrm{R}[x, y, z, w] \Leftrightarrow (\exists \mathrm{f})\,(\exists \mathrm{g})\,(\forall x)\,(\forall z)\,\mathrm{R}[x, \mathrm{f}(x), z, \mathrm{g}(z)];$$
$$(\forall x)\,(\exists z)\,(\exists y/\{z\}\,)\,(\exists w/\{x\}\,)\,\mathrm{R}\,[x, y, z, w] \Leftrightarrow (\exists \mathrm{f})\,(\exists \mathrm{g})\,(\forall x)\,(\forall z)\,\mathrm{R}[x, \mathrm{f}(x), z, \mathrm{g}(\mathrm{z})\,\mathrm{f}(x))].$$

Легко показать, что при достаточно простой конкретизации R[x, y, z, w] правые части приведенных выражений будут различаться на моделях с разным числом элементов. Это обстоятельство уже обсуждалось выше, и введение второго способа сколемизации есть определенного рода «ремонт» для устранения аномалий. Этот ремонт можно рассматривать либо как устройство ad hoc, либо как естественное обобщение в сторону большей математической общности. То, что интуитивные аспекты IF-логики уступают место математическим обобщениям, видно из намерений авторов этой логики поместить ее структуры в контекст алгебры.

Интуитивность идей, лежащих в основе формальной системы логики, является зачастую умением обращаться с символизмом с достаточной степенью «легкости». Безусловно, не следует все время искать эпистемологические мотивы в удобстве той или иной нотации, хотя в науке известны многие случаи такого рода удобства. Хрестоматийным примером его является преимущество лейбницевской нотации перед ньютоновской в исчислениях. Важнейший мотив создания IF-логики – нотационное удобство слэша «/», который делает язык логического исчисления более выразительным. Тем не менее IF-логика является в этом смысле скорее теоретическим проектом, нежели практическим инструментом. Дело в том, что процедуры перевода формул логики первого порядка в формулы IF-логики, а последних – в $\Sigma_1^{\,1}$-формулы требуют навыка, который состоит не столько в том, чтобы «набить руку» на таких переводах, сколько в отсутствии интуиции и видения соответствующих возможностей. Гиперклассическая логика Я. Хинтикки имеет много потенциальных интересных применений, которые нужно угадать. Важным примером может служить то, как это делает сам автор, рассматривая характеристику взаимно зависимых кванторов. Для этой цели он рассматривает IF-предложение типа $(\forall x)(\exists y)$ F[x, y], в котором универсальные кванторы независимы. Общая форма таких предложений следующая [3, p. 419] (заметим, что пока читатель не имеет представления, для чего она предложена вообще, поскольку отсутствуют какие-либо намеки на интуитивную идею в основе этой манипуляции):

$$(\forall x_1)\,(\forall x_2)\,\ldots\,(\exists z_1/\,\forall x_1)\,(\exists z_2/\forall x_2)\ldots\,((x_1 = z_1)\&(z_2 = x_2)\&\ldots\&\mathrm{F}[x_1, x_2,\ldots].$$

В соответствие с нотацией, кванторы $(\exists z_i)$ независимы от кванторов $(\forall x_j)$.

Переводим это предложение в сколемовскую форму:

$$(\exists \mathrm{f}_1)\,(\exists \mathrm{f}_2)\ldots\,(\forall x_1)\,(\forall x_2)\ldots((x_1 = \mathrm{f}_1(x_2, x_3,\ldots))\;\&\;(x_2{=}\mathrm{f}_2(x_1, x_3,\ldots))\;\&\;\ldots\&\;\mathrm{F}[x_1, x_2,\ldots]).$$

Эти формальные преобразования высвечивают последовательность $(x_1, x_2,\ldots)$, которая появляется как чисто комбинаторный продукт. Здесь Хинтикка делает тот самый ход, который выше описывался нами как «алгебраизация» логики: он предлагает считать эту последовательность вектором, а массив сколемовских функций $<\mathrm{f}_1, \mathrm{f}_2,\ldots>$ – оператором, переводящим пространство векторов в самого себя. Эти сколемовские операторы, как их называет Хинтикка, ассоциированные с предложением S, с теоретико-игровой точки зрения являются кодификацией различных выигрышных стратегий в семантической игре $G(S)$.

В чем состоит «выигрыш» от такого обобщения формализма IF-логики? Хинтикка делает по-настоящему важное «вложение» логики в алгебру, а именно: сколемовские векторы, для которых S реализуемо в мире (т.е. в модели для S), являются собственными значениями его сколемовских операторов [11]. Аналогия применения этого математического аппарата в математической физике с использованием IF-логики напрашивается сама собой, и Хинтикка делает наметки, усматривая интересную проблему в переходе от непрерывного векторного пространства математической физики к дискретному векторному сколемовскому пространству логики.

Нет нужды повторять, что такого рода обобщения далеки от интуитивных соображений, которые объявлялись мотивами создания IF-логики. С другой стороны, эта тенденция отхода от интуитивных соображений прослеживается и в смещении акцентов при преподнесении IF-логики от трактовки кванторов в сторону весьма абстрактных аспектов теории игр. В самом деле, в последней книге соавтора IF-логики Г. Санду изложение идей IF-логики оказывается отнюдь не на первых страницах, фактически завершая изложение важных идей из теории игр [11].

Литература

1. *Лакатос И.* Доказательства и опровержения: Как доказываются теоремы. – М.: Наука, 1967.

2. *Dechesne F.* Game, Set, Maths: Formal Investigations into Logic with Imperfect Information. – Tilburg: Universiteit van Tilburg, 2005.

3. *Hintikka J.* Hyperclassical logic (a.k.a. IF logic) and its implications for logical theory // The Bulletin of Symbolic Logic. – 2002. – Vol. 8, No. 3. – P. 404–423.

4. *Hintikka J.* Language-game for quantifiers // Logic, Language-Game and Information. – Oxford: Clarendon Press, 1973. – P. 53–82.

5. *Hintikka J.* The Principles of Mathematics Revisited. – Cambridge: Cambridge University Press, 1996. – Ch. 2.

6. *Hintikka J., Sandu G.* A revolution in logic? // Nordic Journal of Philosophical Logic. – 1996. – Vol. 1, No. 2. – P. 169–183.

7. *Hintikka J., Sandu G.* Informational independence as a semantical phenomenon // Logic, Methodology and Philosophy of Science / Ed. by J. Fenstad et al. – Elsevier, 1986. – Vol. VIII. – P. 571–589.

8. *Hodges W.* Compositional semantics for a language of imperfect information // Journal of the IPGL. – Vol. 5. – P. 539–563.

9. *Neumann J., von, Morgenstern O.* Theory of Games and Economic Behavior. – N.Y.: John Wiley, 1964.

10. *Russell B.* Principles of Mathematics. – London: Merchant Books, 2008.

11. *Sandu G.* Logic, Language and Games. – Helsinki, 2015.

12. *Sandu G.* Signalling in languages with imperfect information // Synthese. – 2001. – Vol. 127. – P. 21–34.

References

1. *Lakatos, I.* (1967). Dokazatelstva i oproverzheniya: Kak dokazyvayutsya teoremy [Proofs and Refutations: Ways to Prove Theorems]. Moscow, Nauka Publ. (In Russ.).

2. *Dechesne, F.* (2005). Game, Set, Maths: Formal Investigations into Logic with Imperfect Information. Tilburg, Universiteit van Tilburg.

3. *Hintikka, J.* (2002). Hyperclassical logic (a.k.a. IF logic) and its implications for logical theory. The Bulletin of Symbolic Logic, Vol. 8, No. 3, 404–423.

4. *Hintikka, J.* (1973). Language-game for quanifiers. In: Logic, Language-Game and Information. Oxford, Clarendon Press, 53– 82.

5. *Hintikka, J.* (1996). The Principles of Mathematics Revisited. Cambridge, Cambridge University Press, Ch. 2.

6. *Hintikka, J. & G. Sandu.* (1996). A revolution in logic? Nordic Journal of Philosophical Logic, Vol. 1, No. 2, 169–183.

7. *Hintikka, J. & G. Sandu.* (1986). Informational independence as a semantical phenomenon. In: Fenstad J. et al. (Eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, Vol. VIII. Elsevier, 571–589.

7 *Hintikka, J. & G. Sandu.* (1996). A revolution in logic? Nordic Journal of Philosophical Logic, Vol. 1, No. 2, 169–183.

8. *Hodges, W.* Compositional semantics for a language of imperfect information. Journal of the IPGL, 5, 539–563.

9. Neumann, J., von, & O. Morgenstern. (1964). Theory of Games and Economic Behavior. New York, John Wiley.

10. *Russell, B.* (2008). Principles of Mathematics. London, Merchant Books.

11. *Sandu, G.* (2015). Logic, Language and Games. Helsinki.

12. *Sandu, G.* (2001). Signalling in languages with imperfect information. Synthese, 127, 21–34.

Информация об авторе

Целищев Виталий Валентинович – доктор философских наук, профессор, кафедра гносеологии и истории философии Новосибирского национального исследовательского государственного университета (630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2); научный руководитель Института философии и права СО РАН (630090, Новосибирск, ул. Николаева, 8, e-mail:leitval@gmail.com).

Information about the author

Tselishchev Vitaliy Valentinovich – Doctor of Sciences (Philosophy), Professor, the Department of Gnoseology and History of Philosophy at Novosibirsk National Research State University (2, Pirogov st., Novosibirsk, 630090, Russia); Scientific Director at the Institute of Philosophy and Law, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (8, Nikolaev st., Novosibirsk, 630090, Russia, e-mail: leitval@gmail.com).

Дата поступления 04.06.2018