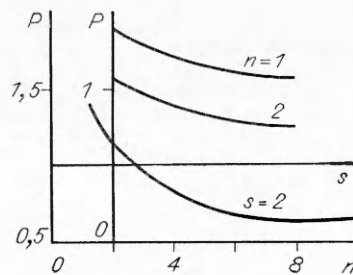


Р и с. 5



Р и с. 6

1) в плоскости комплексного переменного $z = \alpha + i\beta$ функция $L(z)z^{-1}$ четная и мероморфная, а при $\beta = 0$ действительная и регулярная;

$$2) \lim_{z \rightarrow 0} L(z)z^{-1} = D, D = \frac{\mu_1 b_4 - \mu_2 b_3}{b_4 - b_3} > 0;$$

3) на действительной оси при $|\alpha| \rightarrow \infty$ имеет место оценка $L(\alpha) \cong \cong 1 + O(e^{-\nu|\alpha|})$, $\nu = 2(\mu_1 + \mu_2) > 0$. Поэтому для решения интегрального уравнения (2.6) можно применять асимптотические методы «больших и малых λ » [5]. Результаты исследования (2.6) с помощью этих методов представлены на рис. 6 в форме зависимостей вдавливающей силы $P = \int_0^1 q(r) dr$ при фиксированной осадке штампа ($\delta = \text{const}$) и $\lambda = 3,1$ от механических свойств среды ($\psi = \psi(\tau)$, $\varphi = \text{const}$) и условий преднапряжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Толоконников Л. А. Механика деформируемого твердого тела. — М.: Высш. шк., 1979.
2. Цытович И. А. Механика грунтов. — М.: Высш. шк., 1979.
3. Гузь А. Н. О трехмерной теории устойчивости деформируемых тел. Внутренняя устойчивость // Прикл. механика. — 1985. — № 11.
4. Biot M. A. Mechanics of incremental deformations. — N. Y.: Wiley, 1965.
5. Воронич И. И., Александров В. М., Бабенко В. А. Неклассические смешанные задачи теории упругости. — М.: Наука, 1974.

г. Москва

Поступила 10/1 1989 г.

УДК 539.373 : 624.074 : 678.067

А. Г. Козюк, Г. И. Старостин

СТРУКТУРНЫЕ ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В АРМИРОВАННЫХ ОБОЛОЧКАХ ВРАЩЕНИЯ

Характерная особенность конструкций из композитных материалов — наличие в них полей остаточных напряжений и деформаций, образующихся в результате технологического процесса изготовления и влияющих на прочность готовой конструкции и отклонение ее формы от первоначально заданной. В настоящее время достаточно подробно исследована задача об образовании таких полей в слоистых армированных цилиндрических телах, изготовленных методом намотки (см. [1]). Решений задачи для конструкций, отличных от цилиндрических, значительно меньше [2]. В существующих работах остаточные напряжения в композиционном материале определяются на макроуровне, а формирование остаточных напряжений в арматуре и связующем (структурные напряжения) не рассматривается. Между тем эксперименты на простей-

ших однонаправленно армированных образцах [3] показывают, что такие напряжения, вызванные, в частности, термической и химической усадкой связующего, могут достигать существенных значений при полном отсутствии макронапряжений.

В данной работе предложен метод нахождения остаточного напряженно-деформированного состояния (в том числе и структурных напряжений) в армированных осесимметричных оболочках, изготавливаемых методами намотки или формования.

1. Процесс изготовления оболочки представим как последовательность пяти основных этапов [4]: формирования полуфабриката оболочки путем укладки (намотки) однонаправленно армированных слоев на оправку, разогрева полуфабриката совместно с оправкой до температуры полимеризации связующего и его формования внешним силовым воздействием, полимеризации связующего, остывания готовой оболочки на оправке, удаления оправки.

Принимаем допущения: 1) вследствие вязкости неотвержденного связующего структурные напряжения, образовавшиеся в композите к моменту перехода связующего в упругую фазу, полностью релаксируют; поэтому на первых двух этапах рассматриваем связующее как идеальную жидкость, а на остальных — как изотропное твердое тело, для которого справедлив закон Дюамеля—Неймана; этот же закон справедлив для материала арматуры на всех этапах; 2) полимеризация представляет мгновенное изменение свойств связующего от жидкой фазы к твердой; 3) в силу тонкостенности оболочки поле температуры в течение всего процесса однородно по толщине, а изменением напряжений в армированном каркасе, вызванным фильтрацией связующего и движением фронта полимеризации, можно пренебречь [5]; 4) арматура и отвержденное связующее находятся в плоском напряженном состоянии и идеально скреплены между собой.

При сделанных предположениях технологический процесс можно условно разбить на две стадии в зависимости от агрегатного состояния связующего: первая включает два первых этапа процесса, вторая — три заключительных. Введем в плоскости однонаправленного армированного слоя ортогональные оси (1, 2), связав первую ось с направлением армирования. Используя на основании предположения 1 нитяную модель, получим уравнения состояния для однонаправленного композита с неотвержденным связующим в виде

$$(1.1) \quad \Delta\sigma_{1(k)} = \xi' E' (\Delta\varepsilon_{1(k)} - \alpha' \Delta t_k), \quad \Delta\sigma_{2(k)} = \Delta\sigma_{12(k)} = 0 \quad (k = 1, 2),$$

при этом напряжения в арматуре связаны с приращениями макронапряжений соотношениями

$$(1.2) \quad \sigma'_{1(k)} = \sigma'_{1(k-1)} + \Delta\sigma_{1(k)}/\xi', \quad \sigma'_{2(k)} = \sigma'_{12(k)} = 0.$$

Здесь и далее $\Delta\sigma_{1(k)} = \sigma_{1(k)} - \sigma_{1(k-1)}$; $\Delta\varepsilon_{1(k)} = \varepsilon_{1(k)} - \varepsilon_{1(k-1)}$; $\sigma_{1(0)} = \sigma_0$; $\sigma_{2(0)} = \sigma_{12(0)} = 0$; $\varepsilon_{1(0)} = \varepsilon_{2(0)} = 0$; $\sigma'_{1(0)} = \sigma_0/\xi'$; $\sigma'_{2(0)} = \sigma'_{12(0)} = 0$; $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$; $t_0 = t_1$; k — номер этапа; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}, \varepsilon_1$ — осредненные макронапряжения и макродеформации в композите; штрихом обозначены соответствующие осредненные величины, относящиеся к арматуре; E', ν', α' — модуль Юнга, коэффициенты Пуассона и температурного расширения; ξ' — интенсивность армирования; σ_0 — заданное предварительное напряжение в слое при укладке полуфабриката (например, от натяжения при силовой намотке); t_k — температура полуфабриката в конце k -го этапа.

Используя подход [6], предложенный для композита с отвержденным связующим, и учитывая дополнительно усадочную и температурные деформации, а также предварительные напряжения в структурных элементах, находим уравнения состояния однонаправленного композита на этапах второй стадии ($k = 3, 4, 5$):

$$(1.3) \quad \Delta\{\sigma_{12(k)}\} = [g_k](\Delta\{\varepsilon_{12(k)}\} - \{\alpha_{12(k)}\}\Delta t_k - \{\lambda_{12(k)}\}\delta_{3k}\varepsilon_0),$$

при этом структурные напряжения связаны с приращениями макронапряжений соотношениями

$$(1.4) \quad \sigma'_{2(k)} = \sigma''_{2(k)} = \sigma''_{2(k-1)} + \Delta\sigma_{2(k)}, \quad \sigma'_{12(k)} = \sigma''_{12(k)} = \sigma''_{12(k-1)} + \Delta\sigma_{12(k)}, \\ \sigma'_{1(k)} = \sigma'_{1(k-1)} + (E'\Delta\sigma_{1(k)} + \xi''\lambda\Delta\sigma_{2(k)})/E_1 + \xi''\sigma_{(k)}, \\ \sigma''_{1(k)} = \sigma''_{1(k-1)} + (E''\Delta\sigma_{1(k)} - \xi'\lambda\Delta\sigma_{2(k)})/E_1 - \xi'\sigma_{(k)}, \\ \sigma_{(k)} = E'E''[(\alpha'' - \alpha')\Delta t_k + \delta_{3k}\varepsilon_0].$$

Здесь $\Delta\{\sigma_{12(k)}\}, \dots, \{\lambda_{12(k)}\}$ — матрицы-столбцы (индекс k опущен):

$$\Delta\{\sigma_{12}\} = \{\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_{12}\}^T, \quad \Delta\{\varepsilon_{12}\} = \{\Delta\varepsilon_1, \Delta\varepsilon_2, \Delta\varepsilon_{12}\}^T, \\ \{\alpha_{12}\} = \{\alpha_1, \alpha_2, 0\}^T, \quad \{\lambda_{12}\} = \{\lambda_1, \lambda_2, 0\}^T;$$

$[g_k]$ — симметричная матрица порядка 3×3 , элементы которой имеют вид

$$(1.5) \quad g_{11}^{(k)} = \nu E_1, \quad g_{12}^{(k)} = \nu E_1 \nu_{12}, \quad g_{22}^{(k)} = \nu E_2 \quad (k = 3, 4, 5), \\ g_{13}^{(k)} = g_{23}^{(k)} = 0, \quad g_{33}^{(k)} = G_{12}, \quad \nu = (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1}, \quad E_1 = \xi'E' + \xi''E'', \\ E_2 = E_1 E' E'' [E_1(\xi'E' + \xi''E'') - \xi'\xi''\lambda^2]^{-1}, \quad \nu_{21} = \xi'\nu' + \xi''\nu'', \\ G_{12} = G'G''(\xi'G' + \xi''G'')^{-1}, \quad \lambda = \nu'E' - \nu''E'', \quad \alpha_1 = (\xi'E'\alpha' + \xi''E''\alpha'')/E_1, \\ \lambda_1 = \xi''E''/E_1, \quad \xi' = 1 - \xi'', \quad \alpha_2 = \xi'\alpha' + \xi''\alpha'' + \xi'\xi''\lambda(\alpha' - \alpha'')/E_1, \\ \lambda_2 = \xi''(E_1 - \xi'\lambda)/E_1;$$

двумя штрихами обозначены величины, относящиеся к связующему; G — модуль сдвига; ε_0 — усадочная деформация связующего в твердой фазе; δ_{3k} — символ Кронекера.

Используя (1.2) и (1.5), запишем уравнения состояния однонаправленного композита единообразно для обеих стадий в осях (s, θ) , повернутых в плоскости слоя относительно осей $(1, 2)$ на произвольный угол φ :

$$(1.6) \quad \Delta\{\sigma_{s\theta(k)}\} = [B_k]\Delta\{\varepsilon_{s\theta(k)}\} - \{\alpha_{s\theta(k)}\}\Delta t_k - \{\lambda_{s\theta(k)}\}\delta_{3k}\varepsilon_0, \\ ([B_k], \{\alpha_{s\theta(k)}\}, \{\lambda_{s\theta(k)}\}) = [T_1][g_k]([T_1]^T, \{\alpha_{12(k)}\}, \{\lambda_{12(k)}\}),$$

где $[T_1]$ — матрица преобразования компонент тензора напряжений при повороте [7]. В (1.6) элементы матриц $[g_k], \{\alpha_{12(k)}\}, \{\lambda_{12(k)}\}$ определяются для первой стадии ($k = 1, 2$) соотношениями

$$(1.7) \quad g_{11}^{(k)} = \xi'E', \quad g_{12}^{(k)} = g_{22}^{(k)} = g_{23}^{(k)} = g_{33}^{(k)} = 0, \quad \alpha_{1(k)} = \alpha', \\ \alpha_{2(k)} = 0, \quad \lambda_{1(k)} = \lambda_{2(k)} = 0,$$

а для второй ($k = 3, 4, 5$) — соотношениями (1.6). Отметим, что из (1.3) и формулы преобразования при повороте $\Delta\{\varepsilon_{12(k)}\} = [T_1]^T\Delta\{\varepsilon_{s\theta(k)}\}$ следует равенство

$$(1.8) \quad \Delta\{\sigma_{12(k)}\} = [g_k]([T_1]^T\Delta\{\varepsilon_{s\theta(k)}\} - \{\alpha_{12(k)}\}\Delta t_k - \{\lambda_{12(k)}\}\delta_{3k}\varepsilon_0),$$

которое совместно с (1.2) или (1.4) устанавливает зависимость между структурными напряжениями и приращениями макродеформаций композита на всех стадиях процесса.

2. Рассмотрим оболочку вращения, образованную симметричной относительно срединной поверхности укладкой пар однонаправленных армированных слоев. Слои одной пары одинаковы, траектории армирования составляют углы $\pm\psi_m$ ($m = 1, \dots, n$, n — число пар слоев) с направлением меридиана срединной поверхности. При описании напряженно-деформированного состояния оболочки в течение процесса изготовления предполагаем: 1) для всего пакета слоев справедливы гипотезы Кирхгофа—Лява; 2) уравнения состояния элементарных слоев имеют вид (1.6); 3) оболочка находится в осесимметричном безмоментном состоянии и контактирует с оправкой и формирующим устройством без трения. Податливостью оправки по сравнению с податливостью полуфабриката пренебре-

гаем. Тогда уравнения теории оболочек [8] на k -м этапе запишем как

$$(2.1) \quad \begin{aligned} rdT_{s(k)}/ds + (T_{s(k)} - T_{\theta(k)})dr/ds &= 0, \\ T_{s(k)}/R_1 + T_{\theta(k)}/R_2 &= p_k, \quad p_k = p_k^+ + p_k^-, \\ T_{s(k)} &= T_{s(k-1)} + C_{11}^{(k)}\Delta\varepsilon_{s(k)} + C_{12}^{(k)}\Delta\varepsilon_{\theta(k)} - C_{13}^{(k)}\Delta t_k - C_{14}^{(k)}\delta_{3k}\varepsilon_0, \\ T_{\theta(k)} &= T_{\theta(k-1)} + C_{12}^{(k)}\Delta\varepsilon_{s(k)} + C_{22}^{(k)}\Delta\varepsilon_{\theta(k)} - C_{23}^{(k)}\Delta t_k - C_{24}^{(k)}\delta_{3k}\varepsilon_0, \\ \Delta\varepsilon_{s(k)} &= d(\Delta u_k)/ds + \Delta w_k/R_1, \quad r\Delta\varepsilon_{\theta(k)} = \Delta u_k dr/ds + w_k \sin \varphi, \\ \Delta\varepsilon_{s\theta(k)} &= 0, \quad u_k = u_{k-1} + \Delta u_k, \quad w_k = w_{k-1} + \Delta w_k, \quad u_0 = w_0 = 0. \end{aligned}$$

Здесь
$$(T_{s(0)}, T_{\theta(0)}) = 4 \sum_{m=1}^n (\sigma_{s(0)}, \sigma_{\theta(0)})_m h_m;$$

$$(C_{11}^{(k)}, C_{22}^{(k)}, C_{13}^{(k)}, C_{23}^{(k)}, C_{14}^{(k)}, C_{24}^{(k)}) = 4 \left[\sum_{m=1}^n (B_{1i}, B_{22}, \alpha_s, \alpha_\theta, \lambda_s, \lambda_\theta)_m h_m \right]_{(k)}$$

($i = 1, 2$);

$T_{s(k)}$, $T_{\theta(k)}$, u_k , w_k — усилия и смещения в оболочке в конце k -го этапа; r , R_1 , R_2 — радиусы вращения и главных кривизн срединной поверхности; s — длина дуги меридиана; φ — угол между нормалью к срединной поверхности и осью вращения; $p_k^\pm$ — нормальные составляющие нагрузок, действующих на внешнюю (+) и внутреннюю (—) поверхности оболочки на k -м этапе; h_m — толщина однонаправленного слоя в m -й паре пакета слоев.

На краях оболочки $s = 0$, $s = s_1$ необходимо задать по одной величине из каждой пары величин

$$(2.2) \quad (T_{s(k)}(0), u_k(0)), (T_{s(k)}(s_1), u_k(s_1)).$$

Кроме того, условие жесткости оправки накладывает ограничение на прогиб:

$$(2.3) \quad w_k \geq 0 \text{ либо } w_k \leq 0.$$

Первое ограничение имеет место, когда оправка расположена со стороны внутренней поверхности оболочки, второе, — когда со стороны внешней поверхности. При этом в первом случае $p_k^+(s)$ является внешним давлением формовки, а $p_k^-(s)$ — реакцией оправки, во втором — функции $p_k^+(s)$, $p_k^-(s)$ меняются смыслами. Отметим также, что из условий контакта $p_k^+ \leq 0$, $p_k^- \geq 0$ и равенства $p_k = p_k^+ + p_k^-$ следует

$$(2.4) \quad p_k^+ \leq p_k, \quad p_k^- \geq p_k.$$

Соотношения (2.1) — (2.3) при $k = 1, \dots, 4$ и (2.1), (2.2) при $k = 5$ образуют рекуррентную последовательность краевых задач для определения на каждом из этапов функций $T_{s(k)}$, $T_{\theta(k)}$, $\Delta\varepsilon_{s(k)}$, $\Delta\varepsilon_{\theta(k)}$, u_k , w_k , причем при $k = 1, \dots, 4$ результирующая внешнего давления на оболочку $p_k(s)$ — также искомая функция, а при $k = 5$ (оправка удалена) $p_5(s) = 0$. Найденное в результате решения этой последовательности задач напряженно-деформированное состояние оболочки на завершающем этапе технологического процесса будет искомым остаточным состоянием в готовой оболочке. Соответствующие структурные остаточные напряжения находим по (1.4), (1.8) с учетом (1.5).

В силу линейности рассматриваемых задач указанную последовательность можно свести к решению двух краевых задач, отвечающих двум стадиям процесса. На каждой стадии в качестве силовой нагрузки выступает нагрузка на последнем этапе стадии, а в качестве приращений — разности соответствующих функций в начале и конце стадии.

Приведем решения этих задач. На первой стадии примем $k = 2$ и $\Delta t_2 = t_2 - t_0$, $\Delta\varepsilon_{s(2)} = \varepsilon_{s(2)} - \varepsilon_{s(0)} = \varepsilon_{s(2)}$, $\Delta\varepsilon_{\theta(2)} = \varepsilon_{\theta(2)} - \varepsilon_{\theta(0)} = \varepsilon_{\theta(2)}$, $\Delta u_2 = u_2 - u_0 = u_2$, $\Delta w_2 = w_2 - w_0 = w_2$. Для определенности

рассмотрим случай, когда на этапах формования полуфабрикат полностью прилегает к оправке, т. е. условия (2.3) имеют вид

$$(2.5) \quad w_2 = 0.$$

Тогда, исключая в (2.1) усилия и приращения деформаций и учитывая (2.5), получим

$$(2.6) \quad a_1 d^2 u_2 / ds^2 + a_2 du_2 / ds + a_3 u_2 = a_4;$$

$$(2.7) \quad p_2 = b_1 du_2 / ds + b_2 u_2 + b_3,$$

где функции $a_1(s)$, ..., $b_3(s)$ выражаются через функции $r(s)$, $C_{ij}^{(2)}$, $C_{i3}^{(2)}$, $C_{i4}^{(2)}$, $T_{s(0)}$, $T_{\theta(0)}$ ($i, j = 1, 2$) и их производные при условиях (1.7). Общее решение уравнения (2.6) запишем как $u_2 = c_1 f_1(s) + c_2 f_2(s) + f_3(s)$ ($f_1(s)$, $f_2(s)$ — линейно независимые частные решения однородного уравнения, $f_3(s)$ — частное решение уравнения (2.6)). Постоянные c_1 , c_2 определяем из краевых условий (2.2), в которых при задании на краях оболочки усилий следует принять

$$T_{s(2)} = C_{11}^{(2)} du_2 / ds + C_{12}^{(2)} u_2 dr / ds + T_{s(0)} - C_{13}^{(2)} \Delta t_2.$$

По смещению u_2 из (2.1) найдем $\varepsilon_{s(2)}$, $\varepsilon_{\theta(2)}$, $T_{s(2)}$, $T_{\theta(2)}$ и далее из (1.2), (1.8) — напряжения в арматуре $\{\sigma_{12(2)}^1\}$ в конце первой стадии.

Отметим, что если формование оболочки производится равномерным давлением $p_2^+ = \text{const}$, то из первого неравенства (2.4), учитывая (2.7), имеем ограничение на p_2^+ , при выполнении которого обеспечивается условие плотного прилегания полуфабриката к оправке (2.5) в процессе формования:

$$(2.8) \quad p_2^+ \leq p_*^+ = \min_{0 \leq s \leq s_1} p_2(s).$$

Аналогично при формовании давлением p_2^-

$$p_2^- \geq p_*^- = \max_{0 \leq s \leq s_1} p_2(s).$$

На второй стадии принимаем $k = 5$ и $\Delta t_5 = t_5 - t_2$, $p_5 = 0$, $\Delta \varepsilon_{s(5)} = \varepsilon_{s(5)} - \varepsilon_{s(2)}$, $\Delta \varepsilon_{\theta(5)} = \varepsilon_{\theta(5)} - \varepsilon_{\theta(2)}$, $\Delta u_5 = u_5 - u_2$, $\Delta w_5 = w_5 - w_2 = w_5$. Используя эти зависимости при решении уравнений (2.1), находим напряженно-деформированное состояние оболочки после окончания технологического процесса:

$$(2.9) \quad \begin{aligned} T_{s(5)} &= c_3(r \sin \varphi)^{-1}, \quad T_{\theta(5)} = -c_3(R_1 \sin^2 \varphi)^{-1}, \\ \Delta T_{s(5)} &= T_{s(5)} - T_{s(2)}, \quad \Delta T_{\theta(5)} = T_{\theta(5)} - T_{\theta(2)}, \\ \Delta \varepsilon_{s(5)} &= a_{11} \Delta T_{s(5)} + a_{12} T_{\theta(5)} + a_{13} \Delta t_5 + a_{14} \varepsilon_0, \\ \Delta \varepsilon_{\theta(5)} &= a_{12} \Delta T_{s(5)} + a_{22} \Delta T_{\theta(5)} + a_{23} \Delta t_5 + a_{24} \varepsilon_0, \end{aligned}$$

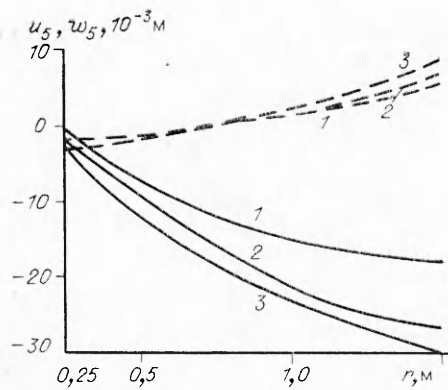
$$u_5 = u_2 + \sin \varphi \left[c_4 + \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{1}{\sin \varphi} (R_1 \Delta \varepsilon_{s(5)} - R_2 \Delta \varepsilon_{\theta(5)}) d\varphi \right],$$

$$w_5 = R_2 \Delta \varepsilon_{\theta(5)} - \Delta u_5 \operatorname{ctg} \varphi, \quad a_{11} = C_{22}^{(5)} D^{-1}, \quad a_{12} = -C_{12}^{(5)} D^{-1}, \quad a_{22} = C_{11}^{(5)} D^{-1},$$

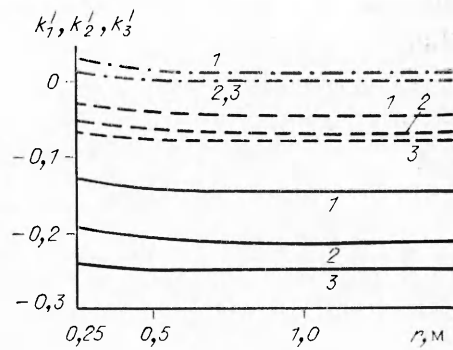
$$D = C_{11}^{(5)} C_{22}^{(5)} - (C_{12}^{(5)})^2, \quad a_{ij} = a_{1i} C_{1j}^{(5)} + a_{2i} C_{2j}^{(5)} \quad (i = 1, 2, j = 3, 4)$$

(c_3 , c_4 — постоянные интегрирования, определяемые из краевых условий (2.2)). Подставив значения $\Delta \{\varepsilon_{s\theta(5)}\}$ из (2.9) в (1.8) и (1.4), получаем остаточные структурные напряжения $\{\sigma_{12(5)}'\}_m$, $\{\sigma_{12(5)}''\}_m$ ($m = 1, \dots, n$) в слоях готовой оболочки.

3. В качестве примера приведем результаты расчетов по описанному выше алгоритму остаточных смещений и структурных напряжений в стек лопластиковой оболочке, изготовленной формованием равномерным давлением p_2^+ на оправке. Поверхность оправки имеет форму параболоида вращения с уравнением меридиана $r = \sqrt{az}$ ($r_0 \leq r \leq r_1$) (z — координата



Р и с. 1



Р и с. 2

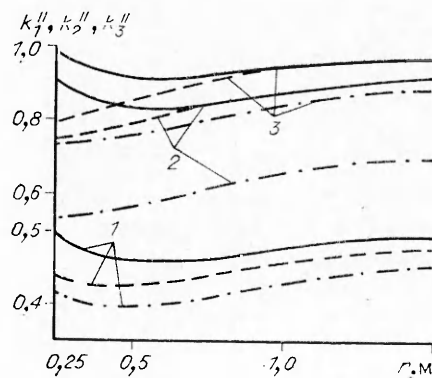
та вдоль оси оправки). Оболочка составлена из шести пар ($n = 3$) одинаковых однонаправленно армированных слоев. Углы армирования в парах: $\psi_1 = 60^\circ$, $\psi_2 = 30^\circ$, $\psi_3 = 0$. Толщины элементарных слоев в парах $h_1 = h_2 = 10^{-4}$ м, $h_3 = 0,5 \cdot 10^{-4}$ м. Арматура и связующее в однонаправленном слое имеют характеристики: $E' = 9 \cdot 10^4$ МПа, $E'' = 4 \cdot 10^3$ МПа, $\nu' = 0,2$, $\nu'' = 0,35$, $\alpha' = 5 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$, $\alpha'' = 5 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$, $\sigma' = 2 \cdot 10^3$ МПа, $\sigma'' = 40$ МПа (σ' , σ'' — пределы пластичности (прочности для хрупких материалов) арматуры и связующего). Укладка слоев произведена при $t_1 = 20^\circ\text{C}$ без предварительного натяжения арматуры ($\sigma_0^m = 0$, $m = 1, 2, 3$). После полимеризации связующего при $t_2 = 170^\circ\text{C}$ оболочка остывает до $t_5 = 20^\circ\text{C}$ и снимается с оправки. В течение всего процесса изготовления края оболочки $r = r_0$, $r = r_1$ свободны от внешней нагрузки: $T_{s(k)}(r_0) = T_{s(k)}(r_1) = 0$.

Для оценки уровня остаточных структурных напряжений введем функции

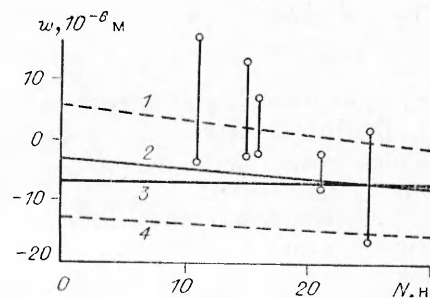
$$k'_m = (\sigma'_{1(5)} / \sigma')_m \quad (m = 1, 2, 3),$$

$$k''_m = [(\sigma''_{1(5)})^2 - \sigma''_{1(5)}\sigma''_{2(5)} + (\sigma''_{2(5)})^2 + 3(\sigma''_{12(5)})^2]_m / \sigma''.$$

На рис. 1 представлены результаты расчета остаточных смещений u_5 (штриховые кривые) и w_5 (сплошные) для оболочки с параметрами $a = 4,5$ м, $r_0 = 0,25$ м, $r_1 = 1,5$ м. Здесь и ниже линии 1 и 2 отвечают значениям усадочной деформации связующего $\varepsilon_0 = 0$ и $-0,005$. На рис. 2, 3 даны графики $k'_m(r)$, $k''_m(r)$, где сплошные, штриховые и штрихпунктирные кривые соответствуют значениям $m = 1, 2, 3$. Из рис. 3 видно, что уровень осредненных остаточных напряжений в связующем достаточно



Р и с. 3



Р и с. 4

высок и при $\varepsilon_0 = -0,005$ для слоев с углами армирования $\psi = 0, 30, 60^\circ$ составляет 70, 86, 88 % от критического. Для минимально допустимой величины давления формования из (2.8) найдено $p_*^+ = 7,3 \cdot 10^{-3}$ МПа. Отсюда следует, в частности, что в рассматриваемом процессе можно использовать вакуумную формовку. На рис. 1—3 графики соответствующих функций (кривые 3) при $t_2 = 200^\circ\text{C}$, $\varepsilon_0 = -0,005$ иллюстрируют влияние температуры полимеризации на остаточные смещения и напряжения.

В качестве второго примера на рис. 4 приведены результаты расчета остаточного прогиба w_5 срединной поверхности (линия 3) круговой цилиндрической оболочки, изготовленной методом мокрой намотки стеклоленты К-115/100 на стальную оправку в зависимости от силы натяжения N . Внутренний радиус цилиндра $r_1 = 0,03$ м, внешний $r_2 = 0,038$ м, температура полимеризации $t_2 = 70^\circ\text{C}$, начальная и конечная температуры процесса изготовления $t_1 = t_5 = 20^\circ\text{C}$, остальные данные для расчета взяты из [9]. Для сравнения на рис. 4 приведены значения остаточных прогибов $w(r_1)$, $w(r_2)$ внутренней и внешней поверхностей цилиндра (линии 1 и 4), подсчитанные в предположении малости жесткости полуфабриката по сравнению с жесткостью оправки по методу [9], где остаточные напряжения и смещения в круговом цилиндре найдены из решения плоской термоупругой задачи. При вычислении $w(r_2)$ принято, что на этапе разогрева полуфабриката совместно с оправкой прогиб его внешней поверхности обусловлен главным образом величиной окружной деформации теплового расширения полуфабриката. Справедливость такого допущения следует из анализа решения [9], если учесть сильную анизотропию свойств материала полуфабриката. Кружками на рис. 4 отмечены крайние значения остаточного прогиба внутренней поверхности, полученные экспериментально в [9]. Прямая 2 отвечает значениям остаточного прогиба срединной поверхности цилиндра, который выражается через остаточные прогибы лицевых поверхностей по формуле $w_* = 0,5(w(r_1) + w(r_2))$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Благонядин В. Л., Воронцов А. Н., Мурхазанов Г. Х. Технологические задачи механики конструкций из композитных материалов // Механика композит. материалов. — 1987. — № 5.
2. Томашевский В. Т., Яковлев В. С. Обобщенная модель механики намотки оболочек из композитных полимерных материалов // Механика композит. материалов. — 1982. — № 5.
3. Абибов А. Л., Молодцов Г. А. Исследование остаточных (внутренних) напряжений в армированном эпоксидном полимере // Механика полимеров. — 1965. — № 4.
4. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. — М.: Машиностроение, 1980.
5. Томашевский В. Т. О задачах механики в технологии композитных материалов // Механика композит. материалов. — 1982. — № 3.
6. Болотин В. В. Плоская задача теории упругости для деталей из армированных материалов // Расчеты на прочность. — М.: Машиностроение, 1966. — Вып. 12.
7. Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1984.
8. Механика композитных материалов и конструкций. — Киев: Наук. думка, 1983. — Т. 2.
9. Болотин В. В., Болотина К. С. Расчет остаточных напряжений и деформаций в намоточных изделиях из армированных пластиков // Механика полимеров. — 1969. — № 1.

г. Красноярск

Поступила 10/IX 1987 г.,
в окончательном варианте — 30/XI 1988 г.