Если функция f линейная:

$$f\left(\frac{P_0 r}{\varepsilon}\right) = K\frac{P_0 r}{\varepsilon}, \quad \text{то } \tau_+ = \frac{K_1}{c_0} r$$

не зависит от энергии взрыва (c_0 — скорость звука в среде, K — коэффициент).

Найденная зависимость (5) будет справедлива для волн не слишком малой интенсивности. Для слабых волн, как это следует из теории распространения плоских волн, имеем

$$\Delta p \sim \frac{1}{\sqrt{r - r_0}}, \quad \tau_+ \sim \sqrt{r - r_0} \quad (r_0 = \text{const}) \tag{6}$$

На основании (6), формулы (3) и закона подобия может быть предложена асимптотическая формула для избыточного давления в плоской ударной волне (без учета влияния трения о стенки):

$$\Delta p = \frac{0.83 p_0}{\sqrt{P_0 r / \varepsilon - 1}} \quad \text{при } \frac{p_0 r}{\varepsilon} \geqslant 3, \quad \text{или} \quad \Delta p \leqslant 0.6 \tag{7}$$

где Δp и p_0 выражены в *кг/см²*, r — в *м*, ε — в *кал/см²*. Расхождение вычисленных значений Δp по формулам (3) и (7) не превышает 4%.

Асимптотическая формула для времени действия τ_+ в плоской ударной волне получена в виде

$$\tau_+ = \frac{710\varepsilon}{c_0 p_0} \sqrt{\frac{p_0 r}{\varepsilon} - 1} \quad \text{при } \frac{p_0 r}{\varepsilon} \geqslant 3 \tag{8}$$

где τ_+ выражено в *мсек*, ε — в *кал/см²*, r — в *м*, c_0 — в *м/сек*, p_0 — в *кг/см²*.

Формула (8), так же как и (7), применима при $p_0 r/\varepsilon \geqslant 3$ и при этом значении аргумента привязана к экспериментальным данным, изложенным выше.

Поступила 10 V 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Рябинин Ю. Н., Родионов В. Н., Вахрамеев Ю. С. Затухание ударных волн в каналах постоянного сечения. Сб. Физика взрыва. Изд-во АН СССР, 1956, № 5.

ОБ УЧЕТЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ КОНДУКТИВНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ

Э. А. Сидоров

(Москва)

Как известно, из трех основных теплофизических характеристик, используемых при расчетах кондуктивного теплообмена, в наибольшей степени зависит от температуры T коэффициент теплопроводности λ. Что же касается двух остальных характеристик — плотности ρ и теплоемкости c, то их изменение с температурой проявляется обычно слабее и потому этим изменением иногда можно пренебречь.

Для практических расчетов наиболее простым и удобным способом учета влияния $\lambda = \lambda(T)$ на процесс кондуктивного теплообмена является выбор некоторого эффективного значения коэффициента теплопроводности $\lambda = \lambda_* = \text{const}$, подстановка которого в выражения, полученные из решения обычного линейного дифференциального уравнения теплопроводности (т. е. для случая $\lambda = \text{const}$), позволила бы получить близкое к реальному (т. е. с учетом $\lambda = \lambda(T)$) распределение температуры и плотности теплового потока.

Для стационарного режима кондуктивного теплообмена значение λ_*, как известно [1], равно среднеинтегральному значению $\lambda_{\text{ср}}$ в изучаемом диапазоне температур.

Ниже рассматривается вопрос о выборе значения λ_* для нестационарного режима кондуктивного теплообмена.

При $\lambda = \lambda(T)$ простейшее дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + W \tag{1}$$

где τ — время, W — интенсивность внутренних источников тепловыделения.

Введя λ_*, это же уравнение можно записать в линеаризированном виде

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + W \tag{2}$$

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$$\lambda_* = \lambda + \frac{(d\lambda / dT)(dT / dx)}{d^2T / dx^2} \tag{3}$$

Выразим распределение температуры в виде параболической зависимости

$$t = t_0 \left(1 - \frac{x}{X}\right)^n \tag{4}$$

где $t = T - T_0$, $t_0 = T_1 - T_0$, $T_0 = \mathrm{const}$ — начальная температура тела, $T_1 = \mathrm{const}$ — температура поверхности ($x = 0$) тела, $X = X(\tau)$ — толщина нагретого слоя тела. Примем линейную зависимость

$$\lambda = \lambda_0 + bt \qquad \left(\lambda_0 = \lambda(T_0),\ b = \frac{d\lambda}{dT} = \mathrm{const}\right) \tag{5}$$

Тогда с учетом сделанных допущений среднеинтегральное значение λ_* будет определяться соотношением

$$\lambda_* = \frac{1}{X} \int_0^X \left[\lambda_0 + bt + \frac{(d\lambda / dt)(\partial t / \partial x)^2}{\partial^2 t / \partial x^2}\right] dx \tag{6}$$

Подставляя в правую часть (6) значения $t(x)$ по (4) и $\lambda[t(x)]$ по (5), получим после интегрирования

$$\lambda_* = \lambda_0 + \frac{2n - 1}{n^2 - 1} bt_0 \tag{7}$$

Как показывает анализ [2], наилучшее приближение в большинстве случаев имеет место при $n \simeq 2$. Полагая в (7) $n = 2$, находим

$$\lambda = \lambda_0 + bt_0 \tag{8}$$

т. е. эффективный коэффициент теплопроводности в этом случае ($n = 2$) совпадает со значением λ, взятым при температуре поверхности T_1.

Для конкретного примера рассмотрим случай нагрева полубесконечного тела, для которого А. Н. Тихоновым [3] численными методами было рассчитано распределение безразмерной температуры t/t_0 с учетом $\lambda = \lambda(t)$.

В таблице дано сравнение значений t/t_0, вычисленных в функции безразмерного параметра $\chi = x/\sqrt{a_0\tau}$ (где $a_0 = \lambda_0/\rho c$) при $bt_0/\lambda_0 = 1$.

Значения t/t_0

χ	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	∞
Решение при $\lambda = \lambda_0$	1	0.72	0.48	0.29	0.16	0.08	0.03	0.02	0.01	0
при $\lambda = \lambda_{ср}$	1	0.77	0.66	0.39	0.25	0.15	0.08	0.04	0.02	0
при $\lambda = \lambda_*$	1	0.80	0.62	0.46	0.32	0.21	0.13	0.08	0.05	0
Точное численное	1	0.80	0.63	0.47	0.32	0.20	0.12	0.07	0.04	0

Как видно из таблицы, решение линейного уравнения теплопроводности, взятое при $\lambda = \lambda_*$, находится в достаточно хорошем согласии с точным численным решением нелинейного уравнения.

Поступила 21 XI 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Машгиз, 1957.
2. Вейник А. И. Приближенный расчет процессов теплопроводности. Госэнергоиздат, 1959.
3. Тихонов А. Н. и Самарский А. А. Уравнения математической физики. Гостехиздат, 1953.