

5. К. Г. Шкадинский, Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1971, 7, 1, 19.
6. Э. И. Максимов, К. Г. Шкадинский. ФГВ, 1971, 7, 3, 454.
7. А. П. Алдушин, Т. М. Мартемьянова, А. Г. Мержанов и др. ФГВ, 1972, 8, 2, 202.
8. А. П. Алдушин, Т. М. Мартемьянова, А. Г. Мержанов и др. ФГВ, 1973, 9, 5, 613.
9. Б. И. Хайкин.— В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1977.
10. Б. В. Новожилов. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973.
11. К. Г. Шкадинский. Канд. дис., Черноголовка, ОИХФ АН СССР, 1971.
12. А. Г. Струнина, В. И. Ермаков, С. В. Костин и др. ФГВ, 1981, 17, 4, 3.
13. С. С. Рыбанин, С. Л. Соболев. Докл. АН СССР, 1983, 269, 6, 1394.

*Поступила в редакцию 3/VI 1985,
после доработки — 25/II 1986*

РАСПРОСТРАНЕНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ГОРЕНИЯ В ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМАХ С ПРОДОЛЬНОЙ ПОРИСТОСТЬЮ И ПЕРЕХОД В РЕЖИМ НЕДОСЖАТОЙ ДЕТОНАЦИИ

Н. Н. Смирнов
(Москва)

Известно, что скорость нормального послойного горения твердых унитарных топлив относительно невелика и определяется процессами теплопроводности в конденсированной фазе. При горении пористых зарядов пламя может проникать в трещины и поры и сильно ускоряться в продольных каналах. Механизм распространения пламени при этом имеет качественно другой характер: воспламенение последующих слоев топлива определяется не процессами теплопроводности, а происходит вследствие конвективной теплопередачи от горячих продуктов реакции, затекающих в каналы с большой скоростью. Это приводит к возникновению режимов конвективного горения, при которых пламя распространяется со скоростями на три порядка большими, чем скорости горения монолитного топлива. Теоретические и экспериментальные исследования возникновения и распространения конвективного горения в каналах и трещинах представлены, например, в [1—5].

В данной работе предлагается теоретическая модель нестационарного распространения конвективного фронта пламени в пористом твердом топливе и топливе с продольными каналами, исследуются условия возникновения конвективного горения и выхода процесса на режим, обладающий характеристиками псевдонедосжатой (слабой) детонации [6].

Конвективное горение пористых топлив с несжимаемой конденсированной фазой

Рассмотрим процесс конвективного горения в среде с относительно крупными порами, когда влиянием деформирования к-фазы на размер каналов можно пренебречь. Выделим расчетную цилиндрическую ячейку с площадью основания S_0 и осью, совпадающей с направлением движения фронта пламени. Один конец ячейки ($x = 0$), у которого происходит воспламенение, сообщается с внешней средой, другой конец ($x = L$) наглухо закрыт. На боковой поверхности поставим условия симметрии. На начальном участке каналы (поры) воспламеняются под действием затекающих в канал горячих газов либо принудительным зажиганием на начальном участке $x \in [0, x_0]$.

Нестационарные одномерные уравнения, описывающие течение газа в каналах, образованных сообщающимися порами, и учитывающие трение, тепло- и массообмен, энерговыделение на поверхности раздела газовой и конденсированной фаз, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \rho_1 \alpha_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1}{\partial x} = I, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_2 \alpha_2}{\partial t} = -I, \quad \alpha_2 = 1 - \alpha_1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1^2}{\partial x} = -\frac{\partial \alpha_1 p_1}{\partial x} + \bar{p}_{2w} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} - F_s \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_1 \alpha_1 E_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho_1 \alpha_1 u_1 \left(E_1 + \frac{p_1}{\rho_1} \right) = -Q + IH_{2w}, \quad (4)$$

$$p_1 = \rho_1 \frac{R}{m_1} T_1, \quad (5)$$

где p_i , ρ_i , u_i — давление, плотности и скорость фаз ($i = 1$ и 2 — газообразная и конденсированная фазы); $\alpha_1 = S/S_0$ — среднеобъемная концентрация газовой фазы; $E_i = c_{Vi} T_i + \frac{u_i^2}{2} + h_i^0$, $H_i = c_{pi} T_i + \frac{u_i^2}{2} + h_i^0$ — удельные энергия и энтальпия i -й фазы; $h_2^0 - h_1^0 = \Delta H$ — удельная теплота химической реакции при абсолютном нуле; m_1 — средняя молярная масса газовой смеси; $p_{2w} = p_1 + \rho_2 u_f^2 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right)$;

$$I = \frac{\dot{m} \Pi}{S_0}, \quad \bar{F} = \frac{\tau_w \Pi}{S_0}, \quad Q = \frac{q_w \Pi}{S_0}, \quad \frac{\Pi}{S_0} = \frac{\Pi}{S} \frac{S}{S_0} = \frac{4}{d} \alpha_1; \quad (6)$$

Π — периметр внутреннего поперечного сечения канала; d — приведенный диаметр пор; $\dot{m} = \rho_2 u_f$ — массовая скорость выгорания топлива; $u_f = u_{f0} \left[\frac{p}{p_0} \right]^\varepsilon$ — скорость нормального горения твердого топлива; $\varepsilon = \kappa |u_1| + \delta$ — коэффициент эрозии; τ_w — напряжение трения на поверхности, которое при отсутствии массообмена определяется по формуле [7]:

$$\frac{\tau_w^0}{\frac{1}{2} \rho_1 u_1^2} = k \text{Re}^{-n}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_1 u_1 d}{\mu_1}, \quad \frac{1}{7} \leq n \leq \frac{2}{3},$$

а при наличии массообмена — по формуле [8, 9]:

$$\frac{\tau_w}{\tau_w^0} = \frac{\ln(1+B)}{B}, \quad B = \frac{\dot{m} u_1}{\tau_w},$$

являющейся хорошим приближением при $B \leq 3 \div 4$. Для значений $5 < B < 100$ в [10] получено

$$\frac{\tau_w}{\tau_w^0} = \left[\frac{\ln(1+B)}{B} \right]^{4/5} \left[\frac{1 + 1,3B + 0,4B^2}{(1+B)(1+0,5B)^2} \right]^{1/5}. \quad (7)$$

Поток тепла через поверхность раздела q_w при отсутствии горения определяется выражением

$$q_w^0 = \text{St} \rho_1 u_1 (H_{1r} - H_{1w}) \quad (8)$$

$\left(H_{1r} = c_{p1} T_1 + r \frac{u_1^2}{2} + h_1^0, \quad r \text{ — коэффициент восстановления} \right)$. Число Стантона определяется из аналогии Рейнольдса

$$\text{St} = \frac{1}{2} c_f \mathcal{L}_R,$$

где, по данным [11],

$$\mathcal{L}_R = \text{Pr}^{-2/3} \left(\text{Pr} = \frac{\mu_1 c_{p1}}{\lambda_1} \right).$$

При горении поверхности топлива поток тепла в к-фазу определяется

из решения задачи теплопроводности:

$$q_w = c_2 \rho_2 u_f (T_{2w} - T_{20}). \quad (9)$$

Момент воспламенения поверхности находим из условия, что ее температура достигла некоторой температуры воспламенения T_* . Изменение температуры поверхности, пренебрегая газификацией до начала горения, определим из решения второй краевой задачи теплопроводности

$$T_w(t) = T_{20} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2 \pi}} \int_0^t \frac{q_w^0(t-\eta)}{\sqrt{\eta}} d\eta \quad (10)$$

(λ_2 — коэффициент теплопроводности топлива).

В качестве граничных условий системы (1) — (4) у закрытого конца ($x = L$) используется условие непротекания $u = 0$. У открытого конца ($x = 0$) при затекании газа в канал со стороны внешней среды ($u > 0$) задаются значения двух внешних параметров (например, давления p_e и температуры T_e) при дозвуковом режиме. Если же определяемая из решения скорость на внешней границе оказывается больше звуковой, то при $x = 0$ задаются условия критического затекания ($u = a_c(T_e)$, $p = p_c$).

При истечении газа из канала во внешнюю среду у открытого конца задается один параметр (например, $p = p_e$) при дозвуковом или околозвуковом режиме истечения ($-a_c(T_1) \leq u_1 < 0$) и не ставятся условия при сверхзвуковом режиме. Заметим, что при наличии таких внешних воздействий, как энерговыделение, трение, теплоотвод, приток массы и разгорание порохового свода, переход через скорость звука может осуществляться не на срезе $x = 0$, а внутри каналов, т. е. существует участок $0 < x < x_*$, где $u_1 < a_c(T_1)$.

Система (1) — (4), представленная в векторном виде

$$\frac{\partial \vec{X}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \vec{A}(\vec{X}) + \vec{B}(\vec{X}) \frac{\partial}{\partial x} \vec{C}(\vec{X}) = \vec{D}(\vec{X}),$$

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} \rho_1 \alpha_1 \\ \rho_2 \alpha_2 \\ \rho_1 \alpha_1 u_1 \\ \rho_1 \alpha_1 E_1 \end{pmatrix}, \quad \vec{A}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} \rho_1 \alpha_1 u_1 \\ 0 \\ \rho_1 \alpha_1 u_1^2 \\ \rho_1 \alpha_1 u_1 \left(E_1 + \frac{p_1}{\rho_1} \right) \end{pmatrix},$$

$$\vec{B}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{C}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{D}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} I \\ -I \\ -\dot{m} u_f \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} - F \\ IH_{2w} - Q \end{pmatrix},$$

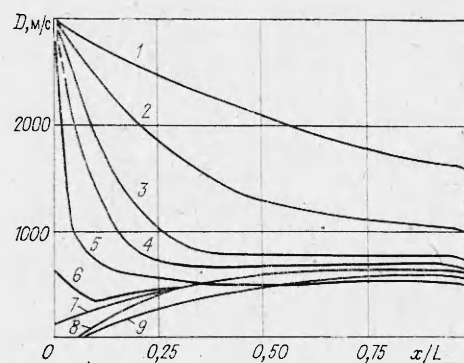
решается с помощью модифицированной схемы Лакса — Вендрофа [12, 13].

Расчеты проведены для модельного твердого топлива: $u_{f0} = 4 \cdot 10^{-3}$ м/с, $\varphi = 1,0$, $\Delta H = 3,6 \cdot 10^6$ Дж/кг, $\rho_2 = 1,6 \cdot 10^3$ кг/м³, $\kappa = 0,005$ с/м, $\delta = 1,0$, $n = 1/4$, $k \approx 1$, $\gamma = c_{p1}/c_{v1} = 1,25$, $c_{v1} = 1580$ Дж/(кг · К), $m_1 = 0,024$ кг/моль, $c_2 = 1330$ Дж/(кг · К), $\lambda_2 = 0,16$ Вт/(м · К), $T_* = 650$ К, $\alpha_{10} = 0,35$, $L = 0,2$ м, $p_0 = 0,1$ МПа. Приведенные диаметры пор $d = 2 \div 0,5$ мм.

Результаты расчетов при принудительном зажигании на начальном участке показали, что при глубине зоны зажигания $x_r < 2d$ режим конвективного горения не возникает и с течением времени происходит переход к обычному послойному горению. При $2d \leq x_0 \leq 3d$ конвективному горению предшествует значительный период задержки, когда фронт

Рис. 1. Изменение скорости распространения конвективного фронта пламени по длине канала.

p_e , МПа: 1—5 — 100; 6 — 5; 7 — $2,5 \cdot 10^4 t + 0,1$; 8, 9 — 0,1; d , мм: 1 — 3,0; 2, 9 — 1,5; 3 — 0,5; 4 — 0,25; 5 — 0,1; 6—8 — 1,0.



пламени не движется, и поверхность пор постепенно прогревается затекающими горячими продуктами реакции. При $x_0 > 6d$ процесс достаточно быстро выходит на режим, когда поверхность пор воспламеняется не горячими продуктами реакции, а потоком ударно-сжатого газа, и распространение фронта пламени определяется движением волны сжатия в газовой фазе, первоначально заполнявшей поры. Такой режим распространения характеризуется, как правило, стационарной скоростью фронта и стационарной структурой зоны реакции [14]. При этом скорость истекающих газов в конце зоны реакции может быть сверхзвуковой относительно переднего фронта волны, т. е. процесс обладает характеристиками недосжатой детонации.

При инициировании конвективного горения путем принудительного зажигания или при затекании горячих продуктов реакции при небольшом перепаде внешнего давления процесс ускоряется и выходит на стационарный самоподдерживающийся режим (рис. 1, 7—9). При большом перепаде давления, например при $p_e = 100$ МПа, скорость конвективного горения в начальный момент определяется скоростью УВ, образованной при распаде разрыва. С течением времени фронт замедляется до стационарного самоподдерживающегося режима (рис. 1, 1—5). Чем меньше диаметр канала, тем быстрее осуществляется выход на самоподдерживающийся режим. Рис. 1, 1, 2 иллюстрирует случаи, когда стационарная скорость не успела установиться в пределах расчетной области $0 < x < L$.

Кривая 6 на рис. 1 соответствует $p_e = 5,0$ МПа, когда начальное замедление фронта под действием диссипативных сил происходит быстрее, чем выход на стационарный режим.

Определение скорости самоподдерживающегося режима

Результаты численного моделирования нестационарного процесса конвективного горения топлив с продольными порами показывают, что после выхода на стационарный самоподдерживающийся режим распространение фронта пламени не зависит от условий инициирования, а определяется свойствами гетерогенной системы. Для нахождения стационарной скорости самоподдерживающегося режима воспользуемся уравнениями сохранения потоков массы, импульса и энергии в зоне реакции, которые запишем в подвижной системе координат $\tilde{x}$, связанной с фронтом головной волны в газе. В этой системе координат течение стационарно и уравнения (1)—(4) можно проинтегрировать:

$$\rho_1 \alpha_1 u_1 - \rho_{10} \alpha_{10} D = \int_0^l I d\tilde{x}, \quad (11)$$

$$\rho_{20} D (\alpha_1 - \alpha_{10}) = \int_0^l I d\tilde{x}, \quad (12)$$

$$\rho_1 \alpha_1 u_1^2 + p_1 \alpha_1 - \alpha_{10} (\rho_{10} D^2 - p_0) = \int_0^l \left[I \frac{u_1^2}{D} \left(\frac{\rho_{10}}{\rho_1} - 1 \right) + I \frac{\rho_1}{\rho_{20} D} + ID + F \right] d\tilde{x}, \quad (13)$$

$$\rho_1 \alpha_1 u_1 \left(E_1 + \frac{p_1}{\rho_1} \right) - \rho_{10} D \alpha_{10} \left(E_{10} + \frac{p_0}{\rho_{10}} \right) = \int_0^l (IH_{2w} - Q + FD) d\tilde{x}. \quad (14)$$

Здесь l — размер зоны течения за фронтом; D — скорость распространения головной волны в газе при стационарном режиме, индексом 0 отмечены параметры невозмущенной среды перед фронтом; p_1 , ρ_1 , u_1 , α_1 — параметры в сечении $\tilde{x} = l$.

Система (11) — (14) содержит неизвестные: α_1 , p_1 , ρ_1 , u_1 , D , l , так как с учетом уравнений состояния получим $E_1 = E_1(p_1, \rho_1, u_1)$. Для отыскания дополнительных соотношений, замыкающих систему, проведем следующие рассуждения. Выход фронта пламени на самоподдерживающийся режим возможен, когда существует такое конечное расстояние l , что при $\tilde{x} > l$ течение не оказывает влияния на головную волну, т. е. зона течения, определяющая режим распространения фронта, имеет постоянный конечный размер l . Это возможно тогда и только тогда, когда течение за головной волной в точке $\tilde{x} = l$ из дозвукового становится сверхзвуковым;

$$M(\tilde{x} = l) = \frac{u_1}{a_1} = 1, \quad a_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial p_1}{\partial \rho_1} \right)_s}.$$

В системе координат $\tilde{x}$ течение стационарно и уравнения (1) — (4) становятся обыкновенными дифференциальными уравнениями, которые после несложных преобразований позволяют получить выражение

$$(1 - M^2) \frac{du_1}{d\tilde{x}} = \frac{G}{\rho_1 a_1^2}, \quad (15)$$

где

$$G = \frac{\gamma - 1}{\alpha_1} \left\{ I \left[c_2 T_w - c_{p1} T_1 + \frac{(D - u_1)^2}{2} + \Delta H(T_w) \right] + F(D - u_1) - Q \right\} + \\ + I \frac{a_1^2}{\alpha_1} \left(1 - \frac{\rho_1 - u_1}{\rho_{20} D} - \frac{1}{\alpha_1} [Fu_1 - I(D - u_1)u_1] \right).$$

Соотношение (15) показывает, что для перехода через скорость звука необходимы дополнительные уравнения

$$M = 1, \quad (16)$$

$$G = 0, \quad (17)$$

которые замыкают систему (11) — (14). Так как в рассматриваемой задаче непосредственно за ударной волной течение дозвуковое в относительной системе координат $\tilde{x}$, то при $\tilde{x} = l$ происходит переход от дозвука к сверхзвуку, откуда следует, что при $\tilde{x} = l$ должно выполняться дополнительное условие

$$dG/d\tilde{x} < 0. \quad (18)$$

Расчеты показывают, что в исследуемом диапазоне параметров система (11) — (14), (16), (17) имеет решение, т. е. существуют режимы распространения фронта горения в продольных порах, когда скорость фронта постоянна и превышает скорость звука в газе перед фронтом ($D > a_{10}$), зона реакции обладает постоянным размером и стационарной структурой, на расстоянии $\tilde{x} = l$ за фронтом осуществляется переход от дозвукового к сверхзвуковому режиму и дальнейшее течение в зоне реакции сверхзвуковое относительно головной УВ.

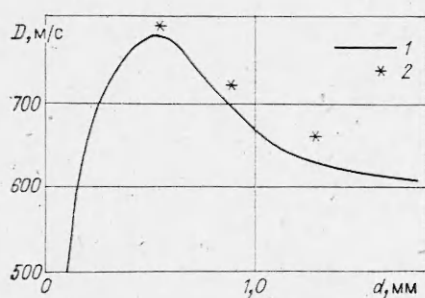


Рис. 2. Зависимость стационарной скорости конвективного фронта пламени D от диаметра канала d .
1 — расчет; 2 — эксперимент.

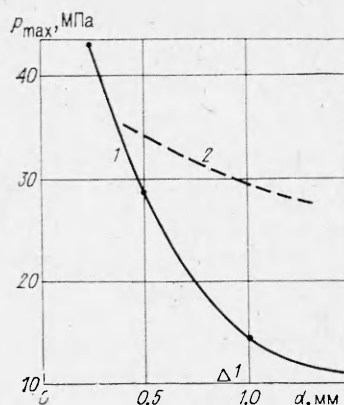


Рис. 3. Максимальные давления в каналах при конвективном горении.
1 — расчет; 2 — эксперимент [5].

Таким образом, полученное течение обладает характеристиками слабой (недожатой) детонации. Хотя поверхность топлива воспламеняется не потоком горячих продуктов реакции, а сжатым и нагретым в головной волне газом, назовем этот процесс обобщенным режимом конвективного горения, учитывая общий конвективный механизм воспламенения поверхности топлива.

На рис. 2 представлен график зависимости стационарной скорости конвективного горения D от приведенного диаметра единичной поры d . Немонотонный характер зависимости объясняется тем, что при уменьшении d , с одной стороны, возрастает среднее энерговыделение на единицу объема газа, что приводит к увеличению скорости головной УВ, а с другой — возрастает удельный вес потерь на трение и теплоотвод в результирующем энергетическом балансе, что вызывает уменьшение скорости головной УВ. При уменьшении d вначале преобладает положительное влияние роста энерговыделения, и D увеличивается, а затем преобладающим становится отрицательное влияние потерь, и величина D уменьшается. Точками на рис. 2 отмечены значения стационарных скоростей конвективного горения в единичном продольном канале по данным работы [5].

На рис. 3, 1 изображена зависимость максимального давления от диаметра канала при распространении конвективного горения по каналу. Видно, что при уменьшении диаметра каналов давление резко возрастает. При этом к-фазу уже нельзя считать несжимаемой. Волны сжатия в твердом топливе, вызванные локальным повышением давления, обгоняют фронт конвективного горения и могут приводить к существенным деформациям и изменению площади каналов перед фронтом. При определенных условиях это может оказывать влияние на режим распространения конвективного горения.

Учет сжимаемости к-фазы при распространении волн конвективного горения

Исследования, учитывающие изменения геометрии и пористости к-фазы перед фронтом конвективного горения в результате деформирования твердого топлива в предположении $\rho_2 = \text{const}$, проведены в [15—18]. Цель настоящей работы состоит в определении скорости продольных волн в к-фазе, что возможно только при учете сжимаемости последней, наличия продольных и поперечных деформаций. При этом скорость возмущений не будет совпадать ни со скоростью волн дилатации, ни сдвиговых (эквиволлюминальных) волн, ни волн Рэлея, а должна определяться из совместного решения нелинейных уравнений в газовой и конденсированной фазах с учетом межфазных взаимодействий, энер-

го- и массообмена. Задачу будем решать в квазиподномерной постановке:

$$\frac{\partial \rho_1 \alpha_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1}{\partial x} = I, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \rho_2 \alpha_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 \alpha_2 u_2}{\partial x} = -I. \quad (20)$$

Изменение количества движения i -й фазы $\frac{\partial \rho_i \alpha_i u_i}{\partial t}$ в фиксированном объеме в единицу времени происходит в результате притока количества движения извне за счет конвективного переноса $\left(-\frac{\partial \rho_i \alpha_i u_i^2}{\partial x}\right)$ и при фазовом переходе $\left(I \left(u_2 + v_1 \frac{\partial r_n}{\partial x}\right)\right)$ для газа и $(-I u_2)$ для к-фазы; за счет действия сил межфазного трения $+F$, внешних поверхностных сил со стороны одноименной $\left(-\frac{\partial \alpha_i p_i}{\partial x}\right)$ и разноименной $p_{iw} \frac{\partial \alpha_i}{\partial x}$ фаз. Таким образом, уравнения изменения количества движения принимают вид

$$\frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1^2}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_1 p_1}{\partial x} - p_{1w} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} = -F + I \left[u_2 + v_1 \frac{\partial r_n}{\partial x} \right], \quad (21)$$

$$\frac{\partial \rho_2 \alpha_2 u_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 \alpha_2 u_2^2}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_2 p_2}{\partial x} - p_{2w} \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} = F - I u_2, \quad (22)$$

где r_n — приведенный радиус поры; v_1 — скорость оттока продуктов сгорания по нормали к поверхности раздела фаз; p_{iw} — напряжение на поверхности раздела фаз, направленное по нормали к поверхности, в газе ($i = 1$) и в конденсированной фазе ($i = 2$). Заметим, что пока поверхность не воспламенилась ($T_w < T_*$), выполняется условие $I = 0$, $v_1 = 0$, $p_{1w} = p_{2w} = p_1$.

При горении поверхности поры v_1 и p_{2w} определяются из законов сохранения потоков массы и импульса через поверхность раздела:

$$v_1 = u_f \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right), \quad p_{2w} = p_{1w} + \rho_2 u_f^2 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right), \quad p_{1w} = p_1. \quad (23)$$

Изменение полной энергии каждой из фаз в единице объема происходит за счет притока энергии вследствие конвективного переноса $\left[-\frac{\partial \rho_i \alpha_i u_i E_i}{\partial x}\right]$ и фазового перехода $I \left(E_2 + \frac{p_{2w}}{\rho_2} \right)$, за счет работы сил трения $+F u_2$ и межфазного теплообмена и за счет работы внешних поверхностных сил, действующих на выделенный единичный объем со стороны одноименной фазы и на поверхности раздела фаз. Работа внешних поверхностных сил для газа определяется соотношением

$$-\frac{\partial \alpha_1 p_1 u_1}{\partial x} + p_{2w} u_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} + p_{2w} \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial t},$$

а для конденсированной фазы —

$$-\frac{\partial \alpha_2 p_2 u_2}{\partial x} + p_{2w} u_2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} - p_{2w} \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial t}.$$

Заметим, что при записи этих соотношений учитывались равенство (23) и условие $I v_1 \frac{\partial r_n}{\partial x} = m v_1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x}$. Уравнения изменения энергии для газовой и конденсированной фаз имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 E_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1 E_1}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_1 p_1 u_1}{\partial x} - p_{2w} \left[u_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial t} \right] = \\ = I \left(E_2 + \frac{p_{2w}}{\rho_2} \right) - F u_2 - Q, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_2 \alpha_2 E_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 \alpha_2 u_2 E_2}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_2 p_2 u_2}{\partial x} - p_{2w} \left[u_2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} - \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial t} \right] = \\ = F u_2 + Q - I \left(E_2 + \frac{p_{2w}}{\rho_2} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

В к-фазе введены деформации ε_{22} и напряжения p_2 вдоль продольной оси x , а ε_{rr} и p_{rr} — по нормали к продольной оси. Сжимающие напряжения и деформации определены как положительные. Предполагается, что пористая среда обладает свойством $\frac{\partial r_{II}}{\partial x} \ll 1$, так что $p_{rr} \sim p_{2w}$.

Полученная система уравнений дополняется уравнением изменения объемной концентрации α_1 , которое для несжимаемой к-фазы является следствием (2), а при учете сжимаемости превращается в самостоятельное уравнение:

$$-\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial t} + \frac{I}{\rho_2}. \quad (26)$$

По определению ε_{22} для малых деформаций и скоростей конденсированной фазы выполняется условие

$$\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial t} = -\frac{\partial u_2}{\partial x}. \quad (27)$$

При решении системы (19)–(22), (24)–(27) межфазные взаимодействия определяются соотношениями (6)–(9), условие воспламенения — из решения (10). Дополним полученную систему уравнениями состояния, которые для газовой фазы остаются без изменения (5):

$$p_1 = \rho_1 \frac{R}{m_1} T, \quad E_1 = c_{V1} T_1 + \frac{u_1^2}{2},$$

а для к-фазы в предположении, что локально имеет место плоское деформированное состояние, определяется, следуя [19]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{(1-\nu)(1+\nu)}{\hat{E}} p_{rr} - \frac{\nu(1+\nu)}{\hat{E}} p_2, \\ \varepsilon_{22} &= \frac{(1-\nu)(1+\nu)}{\hat{E}} p_2 - \frac{\nu(1+\nu)}{\hat{E}} p_{rr}, \\ E_2 &= c_2 T_2 + \frac{u_2^2}{2} + \Delta H + \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\rho_2} \chi_1^2 + \frac{\mu}{\rho_2} \chi_2 + \frac{3\beta}{\rho_2} \left[\hat{\lambda} + \frac{2}{3} \hat{\mu} \right] T_0 \chi_1. \end{aligned}$$

Здесь $\hat{\lambda}$ и $\hat{\mu}$ — параметры Ламе; $\hat{E} = \frac{\hat{\mu}(\hat{\lambda} + \frac{2}{3}\hat{\mu})}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}}$ — модуль Юнга; $\nu = \hat{\lambda}/(2(\hat{\lambda} + \hat{\mu}))$ — коэффициент Пуассона; β — коэффициент теплового расширения конденсированной фазы; T_0 — начальная температура; χ_1, χ_2 — первый и второй инварианты тензора деформаций.

Система уравнений для решения задачи о совместном распределении возмущений в газовой и конденсированных фазах при конвективном горении может быть записана в векторном виде:

$$\frac{\partial \vec{X}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \vec{A}(\vec{X}) + \vec{C}(\vec{X}) \frac{\partial \vec{B}(\vec{X})}{\partial x} + \vec{F}(\vec{X}) \frac{\partial \vec{E}(\vec{X})}{\partial t} = \vec{D}(\vec{X}), \quad (28)$$

где $\vec{X}, \vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{F}, \vec{E}, \vec{D}$ — вектор-столбцы, определяемые равенствами

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} \rho_1 \alpha_1 \\ \rho_2 \alpha_2 \\ \rho_1 \alpha_1 u_1 \\ \rho_2 \alpha_2 u_2 \\ \rho_1 \alpha_1 E_1 \\ \rho_2 \alpha_2 E_2 \\ \alpha_1 \\ \varepsilon_{22} \end{pmatrix}, \quad \vec{A}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} \rho_1 \alpha_1 u_1 \\ \rho_2 \alpha_2 u_2 \\ \rho_1 \alpha_1 u_1^2 + \alpha_1 p_1 \\ \rho_2 \alpha_2 u_2^2 + \alpha_2 p_2 \\ \alpha_1 u_1 (\rho_1 E_1 + p_1) \\ \alpha_2 u_2 (\rho_2 E_2 + p_2) \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix},$$

$$\vec{C}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_{1w} \\ -p_{2w} \\ -p_{2w} u_2 \\ -p_{2w} u_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{B}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -p_{2w} \alpha_2 \\ + p_{2w} \alpha_2 \\ -\alpha_2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{E}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{rr} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{D}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} I \\ -I \\ -F + \left(u_2 + v_1 \frac{\partial r_{II}}{\partial x}\right) \\ F - I u_2 \\ I \left(E_2 + \frac{p_{2w}}{\rho_2}\right) - F u_2 - Q \\ -I \left(E_2 + \frac{p_{2w}}{\rho_2}\right) + F u_2 + Q \\ I/\rho_2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

При решении системы (28) используется метод сквозного счета, не требующий анализа структуры решения и реализуемый с помощью сравнительно простых алгоритмов.

Расчетная схема для системы (28) основана на двухшаговой разностной схеме Лакса — Вэндроффа [12], которая в настоящей работе используется в несколько модифицированном виде. При отсутствии источников членов ($D(X) \equiv 0$) схема имеет вид: 1-й шаг —

$$\vec{X}_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\vec{X}_{j+1}^n + \vec{X}_j^n) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\vec{A}_{j+1}^n - \vec{A}_j^n) - \frac{1}{4} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\vec{C}_{j+1}^n + \vec{C}_j^n) (\vec{B}_{j+1}^n - \vec{B}_j^n),$$

2-й шаг —

$$\vec{X}_j^{n+1} = \vec{X}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\vec{A}_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{A}_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\vec{C}_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \vec{C}_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \left(\vec{B}_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{B}_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{4} \left(\vec{F}_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \vec{F}_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \left(\vec{E}_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \vec{E}_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - 2\vec{E}_j^n \right).$$

Схема имеет второй порядок точности, а условием устойчивости, как и

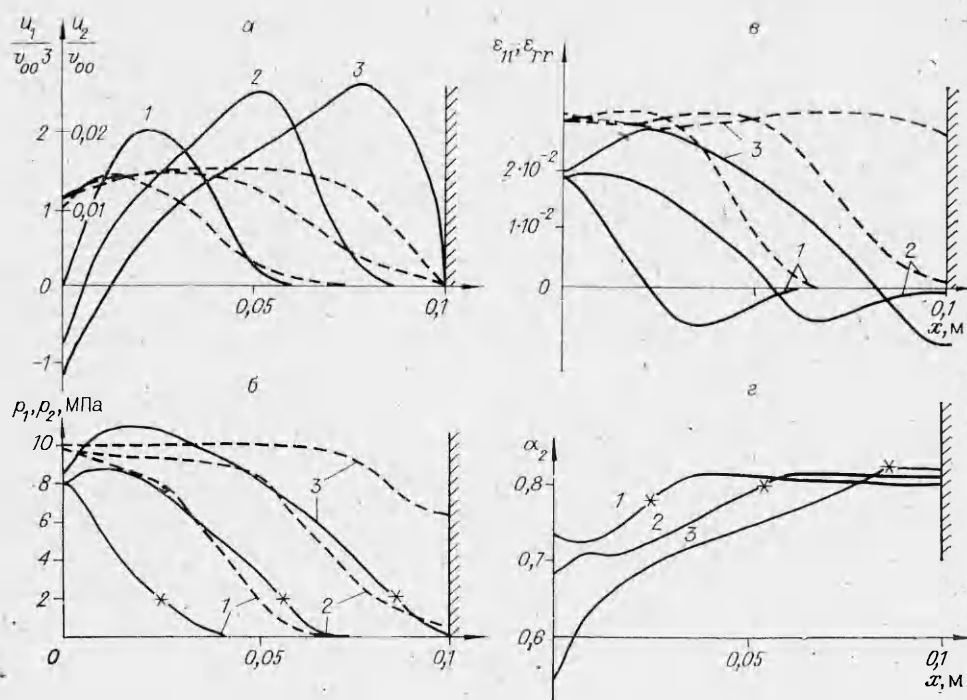


Рис. 4. Профили скоростей (а), давлений (б), деформаций (в) и объемной концентрации (г) по длине канала для моментов времени:

1 — $t_1 = 5,5 \cdot 10^{-5}$ с, 2 — $t_2 = 9,5 \cdot 10^{-5}$ с, 3 — $t_3 = 1,4 \cdot 10^{-4}$ с; $v_{00} = 320$ м/с. u_1 , p_1 , e_{22} — сплошные кривые; u_2 , p_2 , e_{11} , α_2 — штриховые кривые.

для других разностных схем уравнений в форме Эйлера, является условие Куранта

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\max_{i,j} (|u_i| + a_i)_j}, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, \dots, N,$$

где a_i — скорость звука в i -й фазе в j -й расчетной ячейке. При наличии источников членов ($D(X) \neq 0$) для учета их влияния используется 3-й шаг

$$\hat{X}_j^{n+1} + \tilde{X}_j^{n+1} + \Delta t \vec{D} \left(\frac{1}{2} (\tilde{X}_j^{n+1} + \tilde{X}_j^n) \right).$$

Подавление осцилляций численного решения, возникающих в зонах больших градиентов, осуществляется с помощью процедуры послойного сглаживания:

$$\tilde{X}_j^{n+1} = (1 - 2\xi) \hat{X}_j^{n+1} + \xi (\tilde{X}_{j+1}^{n+1} + \tilde{X}_{j-1}^{n+1}).$$

В качестве примера на рис. 4 представлены результаты расчета для случая проникновения пламени в единичную пору с $d = 0,8$ мм при $p_e = 10$ МПа. Сжимаемость твердого топлива учитывается при следующих значениях определяющих параметров: $\hat{E} = 2,3 \cdot 10^9$ Н/м², $\nu = 0,25$, $\beta = 0,1$. Точками на графиках отмечено расположение конвективного фронта пламени. Видно, что продольные волны в к-фазе обгоняют фронт волны в газе. В поперечном направлении топливо испытывает сжатие в зоне горения и расширяется впереди конвективного фронта пламени, что приводит к частичному перекрытию канала перед фронтом. В рассматриваемом случае скорость фронта пламени ~ 700 м/с, а скорость волны в к-фазе ~ 1200 м/с. Фронты волн сжатия в газе и к-фазе сильно размазаны из-за большого влияния вязкости в каналах малого диаметра и бокового расширения к-фазы. Результаты проведенных численных экспериментов показывают, что сжимаемость начинает ощутимо влиять

на режим распространения конвективного горения при $d < 0,1$ мм, $\alpha_{10} < 0,2$. Основное влияние сказывается у закрытого торца, где отражение продольных волн, распространяющихся по к-фазе, происходит раньше, чем успевают подойти волны сжатия по газовой фазе. Поэтому в результате частичного захлопывания каналов движение фронта замедляется.

Отметим, что в исследуемом диапазоне параметров стационарные структуры в численном эксперименте не выявлены, т. е. даже при постоянной скорости распространения фронта воспламенения продольная волна в к-фазе уходит вперед. Появление стационарных структур можно ожидать, по-видимому, при других характеристиках свода конденсированного топлива, когда скорости продольных волн в скелете совпадают со скоростью волн в газе, ведущих фронт конвективного воспламенения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Беляев, В. К. Боболев и др. Переход горения конденсированных систем во взрыв. М.: Наука, 1973.
2. Ю. К. Краснов, В. М. Маргулис и др. ФГВ, 1970, 6, 3, 290.
3. В. П. Вилунов, В. М. Ушаков, Э. Р. Шрагер. ФГВ, 1970, 6, 3, 311.
4. К. К. Куо, А. Г. Чен, Т. Р. Девис. РТК, 1978, 16, 6, 74.
5. М. Кумар, С. М. Ковачич, К. К. Куо. РТК, 1981, 19, 7, 78.
6. В. В. Митрофанов. Теория детонации. Новосибирск: Наука, 1982.
7. Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973.
8. Х. Х. Дорренс. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Мир, 1966.
9. И. И. Смирнов. ФГВ, 1982, 18, 5, 63.
10. Г. Макмен, К. Вулдридж, Р. И. Маззи.— В кн.: Гетерогенное горение. М.: Мир, 1967.
11. Ю. В. Лапин. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
12. Р. Рихтмайер, К. Мортон. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.
13. И. И. Смирнов. ФГВ, 1985, 21, 5, 29.
14. И. И. Смирнов.— В кн.: Механика быстропротекающих процессов. Новосибирск, 1984.
15. Р. И. Нигматулин, П. Б. Вайнштейн, П. Ш. Ахатов. ФГВ, 1983, 19, 5, 93.
16. Б. С. Ермолаев, В. С. Посвянский.— В кн.: Горение конденсированных и гетерогенных систем. Черноголовка, 1980.
17. Б. С. Ермолаев, А. А. Сулимов, В. А. Фотеев и др. ФГВ, 1980, 16, 3, 24.
18. Б. С. Ермолаев, Б. В. Новожилов, В. С. Посвянский и др. ФГВ, 1985, 21, 5, 3.
19. Л. И. Седов. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1973.

Поступила в редакцию 25/X 1985,
после доработки — 28/VII 1986

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ДВИЖЕНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ НА ОСИ ГАЗОВОГО ФАКЕЛА

С. М. Межерицкий, Г. Ш. Полищук, М. Н. Нурмухамедов
(Ташкент)

Для изучения закономерностей образования в топках паровых котлов вредных веществ, в частности окиси азота, важно установить время пребывания реагирующих газов при определенных температурах. В связи с этим интерес представляют данные о времени движения продуктов горения непосредственно на оси горелочного устройства.

В настоящей работе предлагается способ определения времени перемещения продуктов сгорания между определенными точками на оси горелки, основанный на макрокинетике выгорания окиси углерода.

В [1] с принятием ряда допущений выведено следующее уравнение для скорости превращения CO в CO₂ в пламени CH₄—O₂:

$$-\frac{dc_{CO}}{d\tau} = K c_{CO} c_{H_2O}^{0,5} c_{O_2}^{0,25}, \quad \text{моль}/(\text{см}^3 \cdot \text{с}), \quad (1)$$