

ствие чего к отрицательной эрозии. По мере роста скорости обдува эффект увеличения коэффициентов переноса становится ведущим, это приводит к сокращению зоны прогрева и увеличению скорости горения.

В зависимости от скорости обдувающего потока зона горения газовой фазы может находиться не только в вязком подслое, но выходить и в логарифмический подслой, поэтому из известных зависимостей для коэффициента турбулентной вязкости следует использовать аппроксимационную зависимость Ван-Дриста, справедливую вплоть до внешней границы логарифмического подслоя.

*Поступила в редакцию 13/IV 1982*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, О. И. Лейпунский, В. В. Либрович. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975.
2. В. Н. Вилюнов. Докл. АН СССР, 1961, 136, 2, 381.
3. В. Н. Вилюнов, А. А. Дворянин. ФГВ, 1971, 7, 1, 45.
4. Турбулентность/Под ред. П. Брэдшоу. М.: Машиностроение, 1980.
5. Б. В. Новожилов. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973.
6. И. П. Гинзбург. Теория сопротивления и теплопередачи. Л.: Изд-во ЛГУ, 1970.
7. И. О. Хинце. Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963.
8. А. Дж. Рейнольдс. Турбулентные течения в инженерных приложениях. М.: Энергия, 1979.

---

### РАСЧЕТ ДИСПЕРСНОСТИ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ

*A. Я. Лукин, A. M. Степанов  
(Ленинград)*

Расчеты по квазистационарным моделям горения частицы металла [1—3] показали, что существенную роль в формировании полей температуры и концентраций реагентов вблизи частицы играют процессы конденсации и испарения продуктов реакции. Поскольку тепло, выделяющееся при конденсации окисла, намного превосходит тепло химической реакции, а испарение сконденсировавшихся продуктов ограничивает рост температуры в зоне горения, адекватность математической модели горения частицы зависит от качества (корректности) описания процессов конденсации и испарения окисла. Ряд важных результатов получен расчетом по нестационарной модели в предположении, что пары окисла везде насыщены [4], т. е. осуществляется равновесный фазовый переход. Можно отметить два наиболее существенных недостатка такого подхода. Во-первых, как следует из оценок [5], вблизи мелких металлических частиц процесс конденсации окисла может быть сильно неравновесным на протяжении всего времени горения, во-вторых, для практики важно иметь сведения о дисперсности получающихся продуктов, а их в рамках предположения о фазовом равновесии окисла получить невозможно.

В данной работе предпринята попытка построения модели горения металлической частицы с учетом кинетики образования (конденсации) дисперсных продуктов реакции. Поскольку исследуемый объем (область микропламени у частицы) очень мал, не приходится говорить о наличии посторонних центров конденсации, обычных для атмосферного воздуха. Процесс конденсации носит существенно гомогенный характер. Наиболее общепринятый в настоящее время метод расчета кинетики гомогенной конденсации основан на вычислении первых четырех моментов функции распределения частичек по их размерам  $f(\delta)$ . Дифференциальные уравнения для их вычисления получаются путем интегрирования

кинетического уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \operatorname{div}(f\vec{v}) + \frac{\partial}{\partial \delta}(f\dot{\delta}) = J\Delta(\delta - \delta_{kp}) \quad (1)$$

в предположении, что массообмен каждой частички конденсата с газовой средой происходит в свободномолекулярном режиме, т. е. величина  $\dot{\delta} = \frac{d\delta}{dt}$  не зависит от  $\delta$ . Правая часть уравнения (1) (в ней  $\Delta$  — дельта-функция) учитывает образование зародышей критического размера

$$\delta_{kp} = 4\sigma\mu/\gamma_k T \ln S \quad (2)$$

( $\gamma$  — плотность конденсата;  $\sigma$  — его поверхностное натяжение;  $\mu$  — масса молекулы;  $T$  — температура;  $S$  — пересыщение паров). Скорость образования (нуклеации) зародышей  $I$  рассчитывается, как правило, по формулам теории Френкеля — Зельдовича.

При попытке использования такой методики для расчета конденсации продуктов реакции при горении металлической частицы обнаружились следующие характерные особенности (конкретные расчеты велись на примере горения частиц магния в воздухе):

1) вблизи и вдали частицы имеются области сильных пересыщений ( $\ln S \sim 10$ ), что критический размер зародыша в них оказывается значительно меньше молекулярного. Для того чтобы избежать таких абсурдных результатов, вычисление скорости нуклеации  $I$  в указанных областях проводилось непосредственно по бимолекулярным столкновениям молекул;

2) конвективный перенос конденсата вместе с газовым потоком ведет к перемещению образовавшихся двух молекулярных комплексов по направлению к зоне горения через области, где пересыщения заметно меньше ( $\ln S \sim 1$ ). Здесь следует ожидать испарения мелких частиц и их исчезновения. Однако уменьшение счетной концентрации комплексов в модели не предусмотрено, в результате размер частиц конденсата, образующихся за время горения, оказывается чрезвычайно малым (до  $10 \text{ \AA}$ );

3) в самой зоне горения, где  $\ln S < 0$ , должно происходить интенсивное испарение конденсата, также не описываемое «проинтегрированной» моделью.

Рассмотрена возможность численного интегрирования непосредственно кинетического уравнения (1) для размеров  $\delta > \delta_{kp}$ , а для  $\delta < \delta_{kp}$ , полагая справедливым распределение  $f(\delta)$ , используемое в теории Френкеля — Зельдовича. Но и при таком подходе к проблеме оставался нерешенным вопрос, как считать процесс испарения в случае  $\ln S < 0$ . Поэтому процесс конденсации (испарения) продуктов реакции решено описать системой кинетических уравнений Беккера — Деринга (с учетом конвективного переноса комплексов со скоростью газа  $v$ ):

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 v f_i) = c_{i-1} f_{i-1} - (c_i + a_i) f_i + a_{i+1} f_{i+1} \quad (i = 3, 4, \dots). \quad (3)$$

Согласно этим уравнениям образование комплекса из  $i$  молекул может происходить либо присоединением молекулы к комплексу меньшего размера (из  $i-1$  молекул), либо отрывом от большего комплекса (из  $i+1$  молекул). Процесс коагуляции комплексов не учитывается, поскольку, как известно [3, 8], продуктами горения частиц магния являются монокристаллы (кубической формы). Частота присоединения молекул  $c_i$  определяется локальным давлением паров окисла  $p_{ok} = Sp_\infty(T)$ :

$$c_i = z s_i Sp_\infty(T), \quad z = \alpha / \sqrt{2\pi\mu kT}. \quad (4)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент испарения;  $s_i = \pi \delta_i^2$  — поверхность  $i$ -комплекса;  $p_\infty(T)$  — давление насыщенного пара над плоской поверхностью.

Частоту отрыва молекул  $a_i$  будем считать одинаковой как для равновесного, так и для неравновесного процесса молекулярного обмена, т. е.

$$a_i = z s_i p_i, \quad (5)$$

где  $p_i = p_\infty \exp\left(\frac{-i\sigma_1}{\gamma k T \delta_i}\right)$  — давление насыщенного пара над поверхностью  $i$ -комплекса. Использование поверхностного натяжения  $\sigma$  для вычисления  $p_i$  при малых  $i$  может вызвать возражения. В свое оправдание можем только заметить, что нас мало интересует точное поведение функции распределения комплексов  $f(\delta_i)$  при малых  $i$ ; эта область размеров фактически лишь обеспечивает, если так можно выражаться, узкие ворота для процесса образования крупных (наблюдаемых в экспериментах) частиц.

Для двухмолекулярных комплексов кинетическое уравнение (3) принимает вид

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v f_2) = \frac{c_1}{2} \frac{p_{\text{ок}}}{kT} - (c_2 + a_2) f_2 + a_3 f_3. \quad (6)$$

Плотность взвеси конденсата в любой точке определяется по функции распределения комплексов

$$\rho_{\text{ок}} = \mu \sum_{i=2}^{\infty} i f_i. \quad (7)$$

Если положить, что  $f_1 = \frac{p_{\text{ок}}}{2kT}$ , то выражение для массовой скорости конденсации  $m$  можно получить, умножая уравнения (3) на  $i\mu$  и суммируя затем их правые части по  $i = 2, 3, \dots$ ; в результате имеем

$$m = \mu \left[ c_1 f_1 - a_2 f_2 + \sum_{i=1}^{\infty} (c_i f_i - a_{i+1} f_{i+1}) \right]. \quad (8)$$

При равенстве локальных температур, удельных теплоемкостей и скоростей движения газа и частиц окисла распределение температуры  $T(r, t)$  около горящей частицы металла определяется уравнением

$$c_p (\rho + \rho_{\text{ок}}) \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) = qk + l_{\text{ок}} m, \quad (9)$$

где  $k = k^* \rho^2 n_{\text{п}} n_{\text{к}} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$ . Первое слагаемое в левой части (9) учитывает накопление в единице объема энталпии газа и конденсированного окисла, второе учитывает конвективный перенос тепла газовой и конденсированной фазой, третье — перенос тепла теплопроводностью по газу. Первое слагаемое в правой части (9) означает выделение тепла реакции паров металла с окислителем до образования газообразного окисла (скорость реакции  $k$  описывается законом Аррениуса), второе — выделение (или поглощение) тепла при конденсации (или испарении) окисла.

Распределения концентраций паров металла  $n_{\text{п}}(r, t)$ , окислителя  $n_{\text{к}}(r, t)$  и паров окисла  $n_{\text{ок}}(r, t)$  описываются уравнениями массопереноса

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho n_{\text{п}})}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \left( \rho v n_{\text{п}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{п}}}{\partial r} \right) \right] &= -\beta k, \\ \frac{\partial (\rho n_{\text{к}})}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \left( \rho v n_{\text{к}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{к}}}{\partial r} \right) \right] &= -k, \\ \frac{\partial (\rho n_{\text{ок}})}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \left( \rho v n_{\text{ок}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{ок}}}{\partial r} \right) \right] &= (1 + \beta) k - m. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $D$  — коэффициент диффузии;  $\beta$  — стехиометрический множитель; плотность газа в каждой точке определяется уравнением состояния  $\rho =$

$= \mu P / kT$ , где  $P$  — полное давление, молекулярный вес всех газовых компонентов считается одинаковым.

По распределениям  $n_{\text{ок}}(r, t)$  и  $T(r, t)$  вычисляется локальное пересыщение паров окисла  $S = n_{\text{ок}}P/p_{\infty}(T)$ . Из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) = -m \quad (11)$$

может быть рассчитана массовая скорость газа  $v$ .

Границные и начальные условия к системе уравнений (3), (6), (9)–(11).

1. На поверхности частицы ( $r = r_s$ ):

а) поток паров металла определяется разностью их локального парциального давления  $p_{\text{п}} = n_{\text{п}}P$  и давления насыщения при температуре частицы

$$\left( \rho v n_{\text{п}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{п}}}{\partial r} \right)_s = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi k T_s}} \left[ p_{\text{п}}^* \exp \left( -\frac{l_{\text{п}}}{RT_s} \right) - p_{\text{п}} \right]_s,$$

где  $l_{\text{п}}$  — теплота испарения металла, его коэффициент испарения принят равным единице;

б) аналогично определяется поток газообразного окисла

$$\left( \rho v n_{\text{ок}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{ок}}}{\partial r} \right)_s = \alpha \sqrt{\frac{\mu}{2\pi k T_s}} \left[ p_{\text{ок}}^* \exp \left( -\frac{l_{\text{ок}}}{RT_s} \right) - p_{\text{ок}} \right]_s;$$

в) поток окислителя равен скорости гетерогенной реакции

$$\left( \rho v n_{\text{к}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{к}}}{\partial r} \right)_s = -k_s = -k_s^* \rho n_{\text{к}} s \exp \left( -\frac{E_s}{RT_s} \right);$$

г) поток нейтральных газов отсутствует

$$\left[ \rho v (1 - n_{\text{п}} - n_{\text{к}} - n_{\text{ок}}) - \rho D \frac{\partial}{\partial r} (1 - n_{\text{п}} - n_{\text{к}} - n_{\text{ок}}) \right]_s = 0;$$

д) конденсированный окисел не уносится потоком газа, т. е. если

$v_s > 0$ , то  $\rho_{\text{ок}} s = 0$  или  $f_{is} = 0$  ( $i = 2, 3, \dots$ );

е)  $T = T_s$ . Температура частицы  $T_s$  определяется из уравнения ее нагрева

$$\frac{c_p \rho_m r_s}{3} \frac{dT_s}{dt} = \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_s + q_s k_s - l_{\text{п}} \left( \rho v n_{\text{п}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{п}}}{\partial r} \right)_s - l_{\text{ок}} \left( \rho v n_{\text{ок}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{ок}}}{\partial r} \right)_s. \quad (12)$$

Частица греется за счет кондуктивного тепла (первое слагаемое в правой части (12)), за счет тепла гетерогенной реакции (второе слагаемое), тепла конденсации окисла (четвертое слагаемое); часть подведенного к ней тепла расходуется на испарение металла (третье слагаемое). В течение времени  $t = t_{\text{пл}}$  частица плавится; тогда  $T_s = T_{\text{пл}} = \text{const}$ . Радиус частицы  $r_s$  определяется по уравнению баланса массы металла

$$-\rho_m \frac{dr_s}{dt} = \beta k_s + \left( \rho v n_{\text{п}} - \rho D \frac{\partial n_{\text{п}}}{\partial r} \right)_s. \quad (13)$$

2. Границные условия при  $r = \infty$  во внешней среде: а) паров металла нет,  $n_{\text{п}} = 0$ ; б) газообразного окисла тоже нет,  $n_{\text{ок}} = 0$ ; в) известны температура  $T = T_v$ ; г) содержание окислителя  $n_{\text{к}} = n_{\text{к}v}$  ( $V$  — индекс внешней среды); д) конденсированный окисел сносится внешним потоком, т. е. если  $v_v < 0$ , то  $\rho_{\text{ок}} v = 0$  или  $f_{iv} = 0$  ( $i = 2, 3, \dots$ ).

3. Начальные условия ( $t = 0$ ): а)  $r_s = r_0$ ,  $T_s = T_{s0}$ ; б) при  $r_s < r < \infty$   $T = T_v$ ,  $n_{\text{к}} = n_{\text{к}v}$ ,  $n_{\text{п}} = 0$ ,  $n_{\text{ок}} = 0$ ,  $\rho_{\text{ок}} = 0$  или  $f_i = 0$  ( $i = 2, 3, \dots$ ).

Сформулированная задача (3)–(13) решалась численными методами на ЭВМ БЭСМ-6. Цепочка уравнений Беккера — Деринга (3), (6)

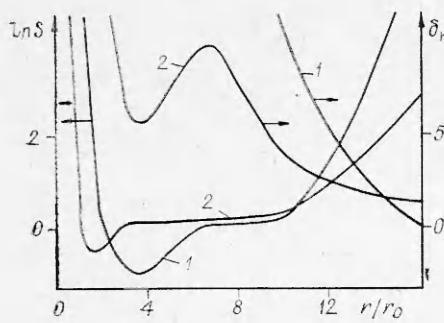


Рис. 1. Распределения пересыщения ( $\ln S$ ) и критического размера зародыша  $\delta_{kp}$  вблизи частицы.

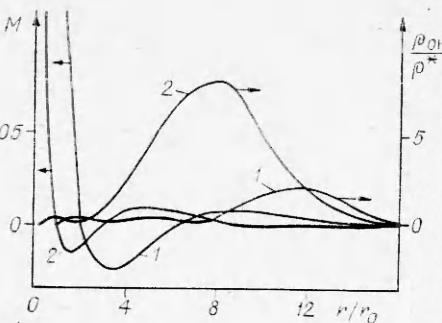


Рис. 2. Распределение скорости конденсации  $M$  и плотности взвеси  $\rho_{ok}$  вблизи частицы.

агрегатировалась, т. е. все комплексы разбивались на классы по размерам. Для учета перехода их из класса использовалась дивергентная схема с переменным направлением, аналогичная схеме, используемой при численном решении уравнений в частных производных.

Так же как и для модели с равновесной конденсацией [4], конкретные расчеты проведены на примере горения частицы магния в воздухе. Кинетические константы гетерогенной реакции ( $k_s^*, E_s$ ) взяты из работы [6], а константы гомогенной реакции ( $k^*, E$ ) — из [7]. Варьировались параметры задачи: начальный размер частицы ( $d_0 = 10 \div 200$  мкм), давление ( $P = 1 \div 100$  атм) и температура в среде ( $T_v = 1000 \div 2000$  С). В качестве исходного варианта для сравнения с остальными используем и наиболее подробно опишем следующий. Холодная частица ( $T_{so} = 20$  С) размером 50 мкм вбрасывается в воздух при температуре 1000 С и давлении 1 атм. Основные результаты этого варианта расчета представлены графически на рис. 1—5.

Учет кинетики конденсации в расчетной модели не привел к каким-либо существенным качественным изменениям во временной эволюции полей температуры и концентраций газовых компонентов около частицы. На рис. 1 показано распределение пересыщения ( $\ln S$ ) и критического размера зародыша  $\delta_{kp}$ , вычисленного из (2); на рис. 2 — распределение скорости конденсации окисла  $M = \frac{c_p r_v^2}{\lambda^*} t$  и плотности взвеси конденсата  $\rho_{ok}/\rho^*$  ( $\rho^*$  и  $\lambda^*$  — значения плотности газовой среды и коэффициента ее теплопроводности при стандартной температуре  $T^* = 1000$  С). Кривые 1 на рис. 1 и 2 относятся к моменту сформирования диффузационного фронта пламени около частицы ( $t = 12,5$  мс), 2 — к моменту ее сгорания ( $t = 16,2$  мс).

На этапе нагрева частицы давление паров окисла везде крайне мало, однако из-за относительно низкой температуры в среде давление насы-

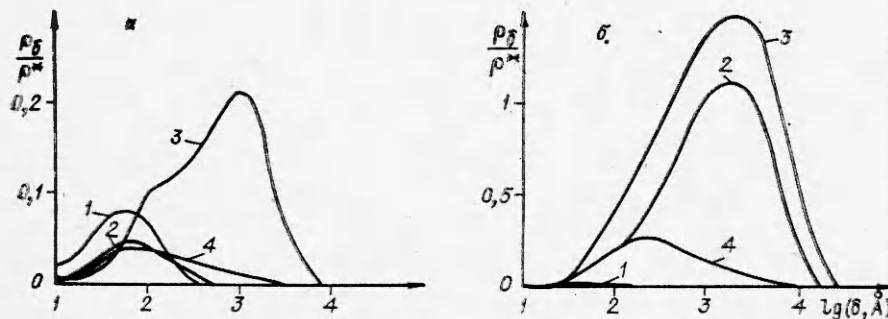


Рис. 3. Плотности распределения  $\rho_0$  массы взвеси частичек конденсата по размерам  $\delta$ .

1 —  $r=2r_0$ ; 2 —  $r=5r_0$ ; 3 —  $r=10r_0$ ; 4 —  $r=16r_0$ .

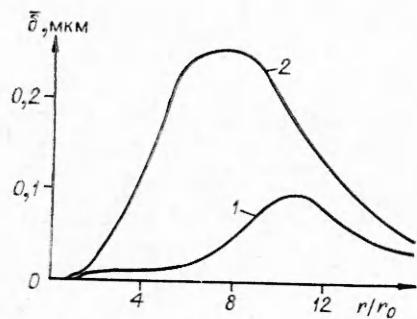


Рис. 4. Распределения среднемассового размера  $\bar{\delta}$  частиц конденсата.

щения еще меньше, скорость конденсации определяется фактически только столкновениями молекул пара, частота которых ( $\sim n_{\text{ок}}^2$ ) также мала. Все это приводит к очень большим локальным пересыщениям паров окисла ( $\ln S \sim 30$ ). В это время массовая скорость только непосредственно у частицы направлена от нее, а во всей остальной области — к частице. По мере разогрева частицы точка перемены знака скорости удаляется от нее и к моменту начала плавления ( $t = 7,2$  мс) находится на расстоянии  $\sim 2r_0$  от центра; здесь она практически и остается до полного расплавления частицы ( $t = 11$  мс).

Вблизи точки перемены знака скорости в процессе плавления металла образуется зона накопления конденсата, плотность его достигает 10 плотностей газа ( $\rho^* = 0,388$  кг/м<sup>3</sup>). В зоне есть частички довольно большого размера ( $\sim 0,1$  мкм), однако их мало и основная масса конденсата сосредоточена во фракциях с  $\delta \sim 100$  Å. Вдали от частицы наиболее представительны (по массе) фракции с  $\delta \sim 10$  Å.

Следующий за плавлением дальнейший рост температуры частицы вызывает увеличение содержания паров металла в газе и, как следствие, рост скорости гомогенной реакции. К моменту  $t = 11,7$  мс вдали от частицы образуется максимум температуры, быстро перемещающейся к центру. Прогреваемый теплом реакции газ начинает расширяться, в результате при  $r \sim 5r_0$  скорость газа повторно меняет знак. Теперь массовый поток везде (за исключением неширокой области  $2r_0 \leq r \leq 5r_0$ ) направлен от частицы. Обе точки перемены знака скорости сближаются и вскоре исчезают, образовавшаяся зона накопления конденсата постепенно «сдувается» от частицы.

К моменту  $t = 12,5$  мс формируются профили  $T(r)$ ,  $n_{\text{n}}(r)$  и  $n_{\text{k}}(r)$ , характерные для диффузионного пламени; фронт горения располагается примерно на расстоянии  $3r_0$  от центра частицы. Газообразный окисел, диффундирующий от фронта горения к частице, попадает в область низких температур и конденсируется частично в объеме, частично на поверхности частицы. Гомогенная конденсация идет в основном за счет бимолекулярных столкновений. Так как пересыщения  $S$  в этой области очень велики (см. рис. 1), распад образующихся комплексов не играет существенной роли, скорость конденсации  $M$  здесь максимальна (см. рис. 2). Конденсат сносится к зоне горения, поэтому вблизи частицы успевают вырасти комплексы размером не более 50 Å.

В зоне горения пары окисла не насыщены ( $\ln S < 0$  на рис. 1), избыток тепла химической реакции поглощается испаряющимся конденсатом, поступающим сюда из области около частицы. Это хорошо видно из рис. 2: в зоне горения  $M$  отрицательна, а на кривой распределения плотности взвеси  $\rho_{\text{ок}}(r)$  образуется провал. Основная масса конденсированных продуктов к концу горения представлена в этой зоне двух- и трехмолекулярными комплексами.

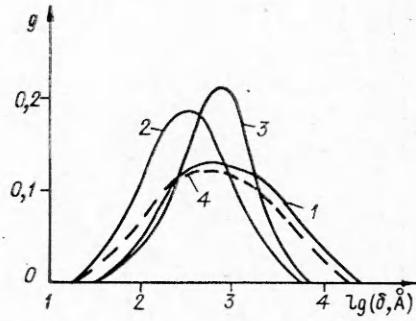


Рис. 5. Перемешанные функции распределения частиц конденсата по размерам.  
1,4 —  $d_0 = 50$  мкм,  $P = 1$  атм,  $T_V = 1000$  С; 2 —  $d = 12$  мкм,  $P = 1$  атм,  $T_V = 1000$  С; 3 —  $d = 12$  мкм,  $P = 1$  атм,  $T_V = 2000$  С. 1 — 3 —  $\sigma = 1,2$  Н/м; 4 —  $\sigma = 6,6$  Н/м.

За зоной горения температура снижается, но градиент ее здесь существенно меньше, чем вблизи частицы, и соответственно значительно меньше пересыщения и скорость конденсации; до  $r \approx 10r_0$  пары окисла практически насыщены ( $\ln S \sim 0$ ), т. е. имеет место процесс равновесной конденсации [4]. В то же время следует заметить, что из-за большой протяженности этой области (от 5 до  $15r_0$ ) основная масса конденсата образуется именно здесь. Кроме того, на расстоянии  $\sim 12r_0$  при развитом горении скорость газа снова меняет знак (становится направленной к частице), создавая тем самым зону накопления конденсата (см. максимум на кривой  $\rho_{\text{ок}}(r)$  на рис. 2). Большая поверхность частичек окисла в этой зоне сильно способствует конденсации его паров и снижению пересыщения. Роль зоны накопления можно проследить, сравнивая кривые 1 и 2 распределения критического размера  $\delta_{\text{кр}}(r)$  (см. рис. 1). Видно, что в начале горения, когда конденсата накопилось еще мало, критический размер за зоной горения монотонно падает с удалением от частицы, т. е. пересыщение монотонно нарастает. К концу процесса критический размер за зоной горения сначала тоже падает, а затем в зоне накопления, приближившейся к частице по мере ее выгорания, начинает увеличиваться; достигнув при  $r \sim 6r_0$  максимума, он вновь падает. Увеличение критического размера в зоне накопления означает снижение в ней пересыщения  $\ln S$ ; на кривой 2 распределения  $\ln S$  от  $r$  (см. рис. 1) в зоне накопления действительно есть минимум. Дисперсный состав окисла здесь довольно широк (от  $\sim 10 \text{ \AA}$  до  $\sim 1 \text{ мкм}$ ).

За зоной накопления конденсата паров окисла очень мало, но из-за сравнительно низких температур пересыщения здесь велики. Как и на стадии нагрева частицы, в этой области идет процесс конденсации окисла, но с очень малой скоростью. Самые тяжелые фракции взвеси здесь — это частички размером в несколько сотен ангстрем.

Остановимся теперь подробнее на эволюции функции распределения частичек окисла по их размерам  $f(\delta)$  или  $f_i(i)$ . Представляет интерес, и в первую очередь для газодинамических расчетов двухфазных течений в соплах ракетных двигателей, не сама штучная концентрация комплексов конденсата  $f_i(i)$ , а распределение их массы по фракциям, например

$$R_i(i) = \mu \sum_{i+1}^{\infty} i f_i$$

— плотность взвеси частичек, содержащих более  $i$  молекул, т. е. так называемый остаток на сите с размером ячейки  $\delta$ ; размер  $i$ -й фракции  $\delta_i$  вычислялся по массе комплекса:  $\gamma \frac{\pi \delta_i^3}{6} = \mu i$ . По данным расчета,  $f_i$  в каждой точке с координатой  $r$  и в любой момент времени  $t$  определялась  $R_\delta(\delta) = R_i(i)$ . В силу очень широкого дисперсного состава взвеси (в зоне накопления размер  $\delta$  меняется на 3–4 порядка) зависимость  $R_\delta$  от  $\delta$  графически можно представить только в полулогарифмическом масштабе. Пренебречь массой мелких частичек ( $10$ – $100 \text{ \AA}$ ) было нельзя из-за того, что их очень много; крупных частичек ( $0,1$ – $1 \text{ мкм}$ ) хотя и мало, но их общая масса тоже достаточно велика. Для того чтобы из представленного графического материала можно было оценить еще вклад каждой узкой фракции в общую массу конденсата, имело смысл представлять не распределение  $R_\delta(\lg \delta)$ , а плотность этого распределения  $\rho_\delta = -\frac{dR_\delta}{d \lg \delta}$ . Тогда площадь под кривой  $\rho_\delta(\lg \delta)$  в любом интервале от  $\delta$  до  $\delta + \Delta \delta$  оказывается численно равной плотности фракции взвеси ширины  $\Delta \delta$ . Вся же площадь под кривой  $\rho_\delta(\lg \delta)$  равна, очевидно, локальной плотности всего конденсата  $\rho_{\text{ок}}$ . Это позволяет проследить за изменением содержания дисперсной фазы в газе от точки к точке (по  $r$ ) или в разные моменты времени (при  $r = \text{const}$ ).

На рис. 3, а, б представлены плотности распределения  $\rho_\delta(\lg \delta)$  (отнесенные к плотности газа  $\rho^*$ ) в разные моменты времени: в момент на-

чала развитого горения частицы ( $t = 12,5$  мс, рис. 3, а) и в конце ее горения ( $t = 16,2$  мс, рис. 3, б); параметром на рисунках служит координата точки, где исследуется дисперсный состав взвеси. Видно, что к моменту сформирования диффузионного пламени основная масса конденсата сосредоточена на расстоянии  $\sim 10r_0$  в частичках размером от 50 до 4000 Å, самые тяжелые фракции оказались в интервале 500—2000 Å, мал, но еще заметен вклад очень мелких фракций (с  $\delta \sim 10$  Å).

Если каждой из четырех кривых рис. 3, а сопоставить локальный критический размер  $\delta_{kp}(r)$  (см. рис. 1), то легко убедиться в том, насколько некорректно применение в данной задаче теории гомогенной нуклеации, использующей понятие размера зародыша  $\delta_{kp}$  и стационарную систему уравнений Беккера — Деринга. Действительно, для кривых 1 и 2 понятие критического размера вообще теряет смысл, ибо в области от 2 до  $6r_0$  пары не насыщены ( $\ln S < 0$ ) и идет процесс испарения окисла. Для кривой 3  $\delta_{kp} = 115$  Å. Получается, что комплексы, масса которых составляет около 20% массы всей взвеси в окрестности точки  $r = 10r_0$ , имеют размеры меньше критического, являются «незжизнеспособными» и должны, следовательно, здесь же развалиться. Для кривой 4  $\delta_{kp} = 2$  Å, т. е. размер зародыша несколько меньше молекулярного размера; в данном случае, по-видимому, и можно было бы использовать расчетный аппарат теории гомогенной нуклеации, однако на таких больших расстояниях, как  $16r_0$ , масса конденсата составляет очень малую долю от его общей массы (на данный момент времени).

Из сравнения рис. 3, а и 3, б видно, что в процессе горения увеличивается масса конденсата в зоне накопления (примерно на порядок) и возрастает массовая доля крупных фракций. Самые тяжелые теперь фракции в интервале размером 0,1—0,4 мкм, наиболее крупные частички (достигающие 3 мкм) сосредоточены на расстоянии  $\sim 10r_0$ .

Одним из исходных параметров для газодинамических расчетов двухфазных течений является среднемассовый размер взвешенных частиц, т. е.

$$\bar{\delta} = \frac{1}{\rho_{ok}} \int \delta |dR_\delta| = \frac{\lg e}{\rho_{ok}} \int \rho_\delta d\delta.$$

На рис. 4 показана зависимость его от радиальной координаты для начала горения (1) и его окончания (2). Как и следовало ожидать, в течение всего времени горения среднемассовый размер оказывается наибольшим в зоне накопления конденсата, здесь он за время горения возрастает от 0,1 до 0,25 мкм.

Для сравнения с результатами экспериментальных исследований по отбору дисперсных продуктов сгорания нужна, конечно, «перемешанная» функция распределения, т. е. функция, получаемая интегрированием плотности конденсата каждой фракции по всему объему вокруг частицы

$$\int_{r_s}^{\infty} \rho_\delta(\delta, r) 4\pi r^2 dr.$$

Ясно, что площадь под кривой зависимости этой функции от  $\lg \delta$  численно равна всей массе взвеси конденсата вокруг частицы на данный момент времени. Представленные на рис. 5 перемешанные функции распределения в момент сгорания частицы отнесены к полной массе образовавшейся взвеси

$$g(\delta) = \frac{\int_{r_s}^{\infty} \rho_\delta(\delta, r) 4\pi r^2 dr}{\int_{r_s}^{\infty} \rho_{ok}(r) 4\pi r^2 dr}.$$

Видно (см. штриховую кривую), что основная масса взвеси окисла приходится на частицы размером 50—5000 Å, причем массовая доля частиц размером более 0,1 мкм составляет примерно 40%, а более 1 мкм — 2%. Среднемассовый размер перемешанных продуктов сгорания оказался равным 0,16 мкм.

Понятно, что используемая нами модель конденсации далека от совершенства, и, прежде всего, это касается расчета развала комплексов. Вероятность развала определяется энергией связи комплекса. Точное вычисление последней, как известно, практически невозможно (хотя бы неизвестностью констант потенциала молекулярного взаимодействия), а потому она отождествляется с поверхностной энергией  $\sigma \delta_i^2$  сферической частицы (см. формулу (5)). Поскольку вероятность развала комплекса зависит от энергии связи экспоненциально, результаты модельного расчета могут быть очень чувствительны к выбранному значению  $\sigma$ ; к тому надо добавить, что данных по поверхностному напряжению окиси магния при высоких температурах (2000—3000 К) в литературе найти не удалось. Исходя из того, что для магния и окислов других металлов ( $Al_2O_3$ ) значения  $\sigma$  лежат в пределах 0,6—1,2 Н/м, расчеты дисперсности продуктов горения выполнены при  $\sigma = 0,6$  и 1,2 Н/м.

Изложенные выше результаты относятся к первому значению  $\sigma$ , увеличение  $\sigma$  в 2 раза привело, естественно, к увеличению дисперсности взвеси конденсата окисла, однако не столь существенному, если учесть всю условность принятой модели. В самом деле, кривая перемешанной функции распределения  $g(\lg \delta)$  практически не изменилась по форме (ср. кривые 1 и 4 на рис. 5). Она только сдвинулась в область больших размеров так, что среднемассовый размер частиц стал равным 0,21 мкм (вместо 0,16 мкм).

Выше рассмотрено поведение продуктов сгорания частицы магния вплоть до момента ее практически полного выгорания. Представляет интерес «пронаблюдать» за дальнейшей «судьбой» продуктов сгорания; тем более, что в экспериментальных работах [3, 8] указывается на присутствие в продуктах довольно крупных окисных остатков, по своему распределению напоминающих исходные частицы металла. Распределение плотности взвеси конденсированного окисла  $\rho_{ок}(r)$  в момент сгорания частицы показано на рис. 2, 2. При описании дальнейших процессов полагаем, что на месте сгоревшей частицы металла имеется остаток твердого окисла, начальная масса которого равна массе окисла, образовавшегося в результате гетерогенной реакции и сконденсировавшегося на частице в процессе парофазного горения. Из-за отсутствия источника паров металла гомогенная реакция теперь быстро замедляется, а температура везде снижается, и особенно в зоне горения. Испарение металла не сдерживает рост температуры частицы, и она начинает нагреваться. Массовая скорость газа становится везде направленной к частице, в том числе и на ее поверхности (из-за конденсации накопившегося газообразного окисла). Вблизи частицы, т. е. в области наиболее быстрого остыивания газа, образуется заметный максимум плотности конденсированного окисла. С течением времени температура газа продолжает повсюду понижаться. В какой-то момент она становится меньше температуры частицы, и начинается процесс отдачи тепла горячей частицей в холодную среду. Благодаря массовой скорости газа часть конденсата сдувается к частице, на кривой распределения его плотности остается только один максимум. Локализован он вблизи поверхности частицы и достигает значительной величины ( $\sim 150$  плотностей газа  $\rho^*$ ). Массовая скорость везде постепенно уменьшается, и процессы переноса компонентов замедляются.

Спустя  $\sim 0,1$  с после окончания горения частицы температуры газа и окисного остатка фактически сравниваются с температурой внешней среды. Максимум плотности конденсата в этот момент достигает  $\sim 250 \rho^*$ , однако он достаточно узкий. Поэтому вблизи частицы сосредоточена

лишь небольшая доля конденсированного окисла: в области  $r/r_0 < 5$  — около 8%, тогда как в области  $5 < r/r_0 < 16$  83%. Остальной окисел (9%) приходится на твердый остаток, причем масса остатка после сгорания частицы успевает увеличиться почти вдвое.

Конечно, количественные результаты как по дисперсности взвешенных продуктов сгорания, так и по массе окисного остатка зависят от принятого в расчете значения коэффициента конденсации окисла  $\alpha$ . Приведенные выше результаты получены при  $\alpha = 0,1$ , взятого для окиси магния из [9]. Однако известно, что для сильно шероховатой поверхности, каковой, безусловно, является поверхность горящей частицы магния, коэффициент конденсации может быть существенно больше

$$\alpha' = \alpha/[1 - \varphi(1 - \alpha)].$$

Здесь  $\varphi$  — доля молекул, претерпевающих повторные столкновения с поверхностью. Расчет при  $\alpha' = 0,5$  (для конденсации на поверхности частицы) и  $\alpha = 0,1$  (для гомогенной конденсации) привел к увеличению массовой доли твердого окисного остатка до 13% (вместо 9%). Заметим, что измеренная в опытах [8], эта величина составляла в среднем 17%, а в [10] ~15%.

Наконец, о влиянии на дисперсность продуктов сгорания частицы ее начального размера  $d_0$ , давления  $P$  и температуры среды  $T_v$ . На рис. 5 представлены перемешанные функции распределения  $g(\lg \delta)$  взвеси конденсата по фракциям к концу горения частицы. Для указанных четырех вариантов расчета среднемассовый размер  $\delta$  частичек соответственно равен 0,21, 0,065, 0,12 и 0,21 мкм. Видно, что дисперсность продуктов сгорания возрастает с ростом размера частицы (ср. кривую 2 с 1), температуры среды (ср. 3 с 2) и давления (ср. 1 с 2). Такого же характера зависимости получены в экспериментах [8]; более того, средний размер частичек окисла в этих экспериментах также составлял несколько десятых долей микрона. Детальное сопоставление расчетных результатов с данными [8] не имеет смысла по двум причинам: 1) в опытах сжигались не одиночные частицы магния в воздухе, а их совокупность (газовзвесь) в продуктах сгорания пироксилина; 2) рост давления от опыта к опыту сопровождался одновременно ростом температуры среды и увеличением времени пребывания частиц в камере.

Поступила в редакцию 17/VI 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Клячко. ФГВ, 1969, 5, 3.
2. М. А. Гуревич, Г. Е. Озерова, А. М. Степанов.— В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
3. В. П. Грачухо, А. М. Степанов, А. А. Хватцев. ФГВ, 1976, 12, 4.
4. М. А. Гуревич, А. Я. Лукин, Г. И. Сиркунен и др. ПМТФ, 1977, 5.
5. В. М. Гремячин, А. Г. Истратов, О. И. Лейпунский. ПМТФ, 1974, 4.
6. М. А. Гуревич, А. М. Степанов. ФГВ, 1968, 4, 2.
7. О. Е. Каширенинов, В. А. Кузнецков, Г. Б. Манелис. ЖФХ, 1975, 4.
8. Е. И. Гусаченко, Л. Н. Стесик и др. ФГВ, 1974, 10, 4; 1974, 10, 5.
9. Р. Ф. Стрикленд-Констэбл. Кинетика и механизм кристаллизации. Л.: Недра, 1971.
10. Е. С. Озеров, И. И. Скворцов. ФГВ, 1971, 7, 2.

#### УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ПОРОХА ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОСТОЯННОГО СВЕТОВОГО ПОТОКА

A. B. Кискин

(Новосибирск)

Влияние постоянного светового потока на устойчивость стационарного горения пороха исследовалось в работах [1, 2] в предположении, что глубина поглощения света много меньше либо много больше величины прогретого теплового слоя конденсированной фазы (к-фазы). Это