УДК 536.423

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС И $(1/f)$-СПЕКТР ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ НЕРАВНОВЕСНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ

В. П. Коверда, В. Н. Скоков

Институт теплофизики УрО РАН, 620016 Екатеринбург, Россия
E-mails: koverda@itp.uran.ru, vnskokov@itp.uran.ru

Системой двух нелинейных стохастических уравнений моделируются флуктуации вблизи критического перехода, в результате взаимодействия которых в критических режимах тепломассопереноса возникают экстремальные пульсации температуры и тепловых потоков с $(1/f)$-спектром. Проведено исследование взаимодействия больших и малых флуктуаций в критической области, позволяющее объяснить физическую природу $(1/f)$-шума и больших флуктуаций со степенным распределением амплитуд, а также их взаимодействие с классическими флуктуациями. При внешнем периодическом воздействии на систему со взаимодействующими неравновесными фазовыми переходами определены хаотические режимы, которые характеризуются неустойчивыми циклами пульсаций.

Ключевые слова: динамический хаос, $(1/f)$-шум, неравновесные фазовые переходы, критические режимы, максимум энтропии.

DOI: 10.15372/PMTF20210604

Введение. В критических режимах тепломассопереноса возможно возникновение крупномасштабных флуктуаций температуры и тепловых потоков. Такие флуктуации необходимо учитывать при диагностике надежности работы энергетического оборудования при предельных и критических тепловых нагрузках. В критических режимах флуктуации обладают свойством масштабной инвариантности: имеют спектр мощности, обратно пропорциональный частоте, и амплитуды, распределенные по степенному закону. Случайные процессы со спектром мощности, обратно пропорциональным частоте, получили название $(1/f)$-шума. Масштабно-инвариантные процессы с большими флуктуациями при критических переходах наблюдаются в широком диапазоне параметров процесса. Флуктуации с $(1/f)$-спектром мощности экспериментально обнаружены в кризисных режимах перехода от пузырькового режима кипения к пленочному и при критическом истечении вскипающей жидкости [1, 2], при акустической кавитации [3], в переходных режимах горения и газового разряда [4, 5].

Наличие степенных “хвостов” амплитудных распределений и обратно пропорциональный частоте закон поведения спектров мощности свидетельствуют о возможности больших флуктуаций в системе. Интерес к флуктуациям, обусловленным $(1/f)$-спектром мощности, объясняется их широким распространением [6]. Известным примером масштабно-

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-08-00091-а) и в рамках Комплексной программы УрО РАН (код проекта 18-2-2-3).

инвариантного процесса является колмогоровская турбулентность [7], когда при течении жидкости появляются пульсации с различными масштабами длины, времени и энергии, подчиняющиеся универсальным законам подобия. Однако не все случайные процессы со степенным поведением спектральной плотности и распределений амплитуд связаны с турбулентностью. В электронных устройствах обнаруживаются масштабно-инвариантные флуктуации электрического напряжения (фликкер-шум), в отличие от турбулентных флуктуаций подчиняющиеся другим законам подобия [8]. Флуктуации с $(1/f)$-спектром появляются в распределении масштабно-инвариантных лавин в концепции самоорганизованной критичности [6] в компьютерных моделях. Для математического описания $(1/f)$-флуктуаций применяется дробное интегрирование белого шума [9], однако этому подходу трудно дать физическую интерпретацию.

Экстремальные флуктуации, которые могут возникать при неравновесных фазовых переходах, моделируются системой двух нелинейных стохастических уравнений [10]

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\varphi\psi^2 + \psi + \xi_1(t), \qquad \frac{d\psi}{dt} = -\psi\varphi^2 + 2\varphi + \xi_2(t), \tag{1}$$

где φ, ψ — динамические переменные (параметры порядка); ξ_1, ξ_2 — гауссовы белые шумы с амплитудой σ и нулевым средним значением $\langle\xi_1(t)\rangle = \langle\xi_2(t)\rangle = 0$, автокорреляционная функция которых имеет вид $\langle\xi_1(t)\xi_2(t')\rangle = \sigma^2\delta(t - t')$. Система (1) описывает случайные блуждания в потенциале, соответствующем суперпозиции взаимодействующих докритического и закритического фазовых переходов. Система получена путем разложения потенциала системы в ряд по параметрам порядка (в рамках феноменологической теории Ландау) [10].

При описании кризисных и переходных режимов кипения в качестве параметров порядка φ и ψ можно принять флуктуации температуры на поверхности нагревателя и в прилегающем к нагревателю слое кипящей жидкости. То, что при кризисе кипения в качестве параметра порядка можно использовать величину изменения температуры, впервые отмечено в работах [11–13]. В случае других неравновесных фазовых переходов физический смысл параметров порядка определяется природой этих переходов. Как указывалось выше, $(1/f)$-флуктуации экспериментально обнаружены в различных теплофизических, гидродинамических и электрофизических процессах. Система уравнений (1) в общем виде моделирует динамику флуктуаций в критических режимах с неравновесными фазовыми переходами различной природы.

Согласно [14] первое уравнение системы (1) подчиняется второму. Система имеет индуцированный шумом переход при критической интенсивности шума. В критических режимах тепломассопереноса экстремальные флуктуации с $(1/f)$-спектром возникают в результате взаимодействия флуктуаций вблизи критического перехода. Исследование взаимодействия больших и малых флуктуаций в критической области позволяет объяснить физическую природу $(1/f)$-шума и открывает новые возможности для изучения больших флуктуаций со степенным распределением амплитуд и их взаимодействия с классическими флуктуациями. Частотные зависимости спектров мощности переменных ψ и φ принимают вид $S_\psi \sim 1/f^2$, $S_\varphi \sim 1/f$. Стохастическая переменная ψ подчиняется законам классической статистической механики. Поскольку функция плотности вероятности $P(\psi)$ имеет гауссов "хвост", для определения устойчивости процесса можно использовать энтропию Гиббса — Шеннона [15]. Стохастическая переменная φ не подчиняется законам классической статистики, она имеет степенную релаксацию и степенной "хвост" распределения. Решение системы (1) позволяет получать достоверные данные о поведении неклассической стохастической переменной φ и ее зависимости от классической стохастической переменной ψ, а устойчивость случайного процесса оценивать с использованием классической стохастической переменной ψ. В [14] с использованием принципа максимума энтропии показано, что критическое состояние системы (1) со спектрами мощности $S_\psi \sim 1/f^2$, $S_\varphi \sim 1/f$ является устойчивым.

Важной задачей является уменьшение экстремальных флуктуаций за счет внешних воздействий на случайный процесс. К таким воздействиям относятся перемешивание, шумовое и периодическое воздействия. Однако ранее было показано, что внешнее периодическое воздействие не только не подавляет экстремальные пульсации, но и может приводить к резонансному отклику, заключающемуся в усилении периодических пульсаций под воздействием шума [16]. При дополнительном воздействии периодического сигнала на нелинейную систему могут возникать новые режимы поведения системы. Одним из таких режимов является стохастический резонанс, при котором отклик нелинейной системы на детерминированное воздействие усиливается при добавлении шумового сигнала [17]. В [16] исследован стохастический резонанс при введении периодической силы в оба уравнения системы (1). В отсутствие шума фазовые траектории представляли собой циклы, которые в зависимости от амплитуды и частоты внешнего воздействия либо располагались внутри одной из долин потенциального рельефа, либо охватывали обе долины. При добавлении внешнего шума при низких частотах наблюдался стохастический резонансный отклик. В случае гармонического воздействия при низких частотах с увеличением интенсивности белого шума возникает анизотропный стохастический резонанс, при котором движение системы ограничивается двумя взаимно перпендикулярными направлениями [16].

Более тонкое влияние периодического сигнала на систему обусловлено динамическим хаосом, характеризующимся неустойчивыми циклами пульсаций.

1. Динамический хаос при взаимодействующих фазовых переходах при наличии внешнего периодического воздействия. В случае введения периодической силы с частотой f_0 и амплитудой A в первое уравнение системы (1) результирующий процесс в отсутствие шума ($\xi_1 = \xi_2 = 0$) описывается уравнениями

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\varphi\psi^2 + \psi + A\sin(2\pi f_0 t), \qquad \frac{d\psi}{dt} = -\psi\varphi^2 + 2\varphi. \tag{2}$$

Для получения численного решения система (2) записывается в виде

$$\frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\Delta t} = -\varphi_{i+1}\psi_i^2 + \psi_i + A\sin(2\pi f_0 i\,\Delta t), \qquad \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta t} = -\varphi_i^2\psi_{i+1} + 2\varphi_i, \tag{3}$$

где величины φ_i, ψ_i соответствуют начальной точке каждого конечного интервала времени Δt, выбранного при численном интегрировании системы. Для устойчивости численного интегрирования в нелинейных слагаемых правой части уравнений (3) вместо φ_i и ψ_i выбраны значения φ_{i+1} и ψ_{i+1} для конечной точки интервала Δt. Определяя из (3) φ_{i+1}, ψ_{i+1}, получаем численный вариант системы (2), устойчивый при любых шагах интегрирования Δt и произвольных начальных условиях [10]:

$$\varphi_{i+1} = \frac{\varphi_i + \psi_i\,\Delta t}{1 + \psi_i^2\,\Delta t} + A\sin(2\pi f_0 i\,\Delta t)\,\Delta t, \qquad \psi_{i+1} = \frac{\psi_i + 2\varphi_i\,\Delta t}{1 + \varphi_i^2\,\Delta t}. \tag{4}$$

В результате решения задачи найдена область изменения управляющих параметров (частота f_0 и амплитуда периодической силы A), в которой обнаружены хаотические режимы с образованием странного аттрактора. Возможность возникновения хаоса в системе двух нелинейных дифференциальных уравнений обусловлена неавтономностью системы (2) (наличием явной зависимости от времени в правой части первого уравнения) [18, 19]. В настоящей работе динамический хаос обнаружен в системе двух нелинейных стохастических уравнений при наличии периодического внешнего воздействия, моделирующей флуктуации с $(1/f)$-спектром в критических режимах тепломассопереноса с фазовыми переходами. На рис. 1 приведены фазовые траектории при частоте периодического

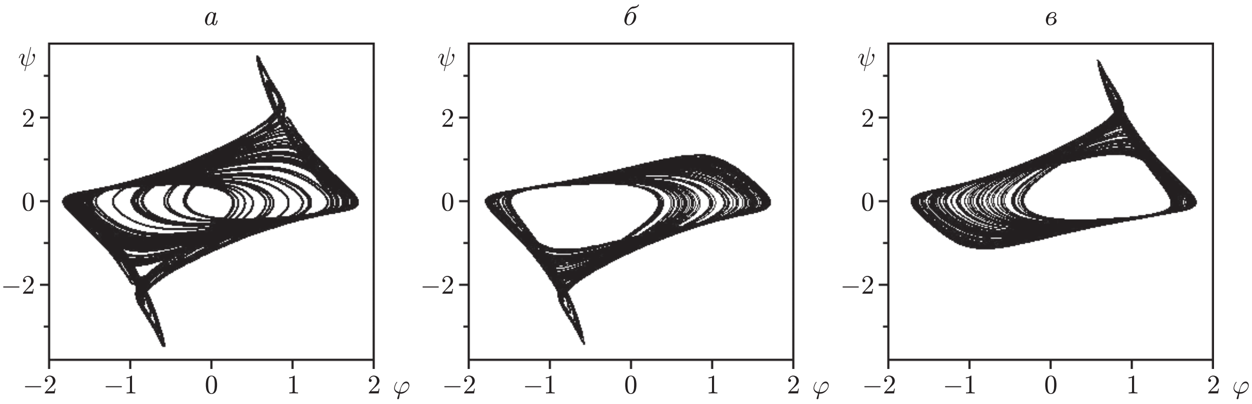

Рис. 1. Фазовые траектории системы (2) в плоскости динамических переменных (φ, ψ) при $A = 2{,}14$, различных значениях частоты периодического воздействия и различных начальных условиях:
а — $f_0 = 0{,}123$, *б, в* — $f_0 = 0{,}1235$ (*б* — $\psi_0 = -0{,}6$, $\varphi_0 = -1{,}5$, *в* — $\psi_0 = 0{,}6$, $\varphi_0 = 1{,}5$)

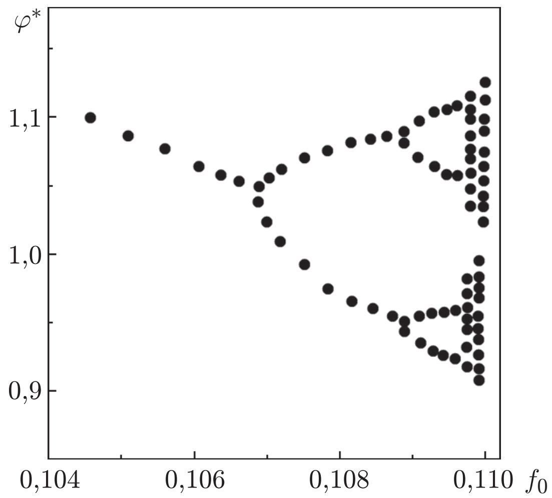

Рис. 2. Зависимость максимального значения параметра порядка φ^* от частоты внешнего воздействия f_0

воздействия $f_0 = 0{,}123$; $0{,}1235$ и амплитуде $A = 2{,}14$. В зависимости от частоты и амплитуды внешней периодической силы фазовые траектории либо охватывали обе долины потенциального рельефа (см. рис. 1,*а*), либо располагались внутри какой-либо из этих долин (в зависимости от начальных условий) (см. рис. 1,*б,в*). В первом случае аттракторы симметричны относительно начала координат фазовой плоскости, во втором — несимметричны. Фазовые траектории, показанные на рис. 1, характерны для состояния динамического хаоса [18, 19]. Переход к хаотическому режиму происходит через последовательность бифуркаций удвоения периода. Переход к хаосу через удвоения периода показан на рис. 2, на котором приведена зависимость максимального значения параметра порядка φ^* от частоты внешнего воздействия.

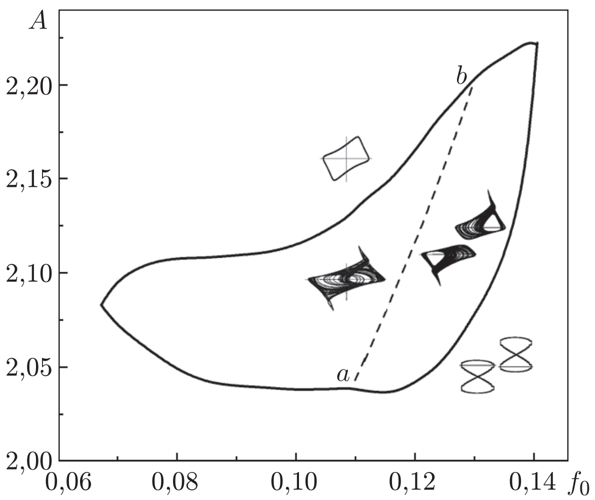

Рис. 3

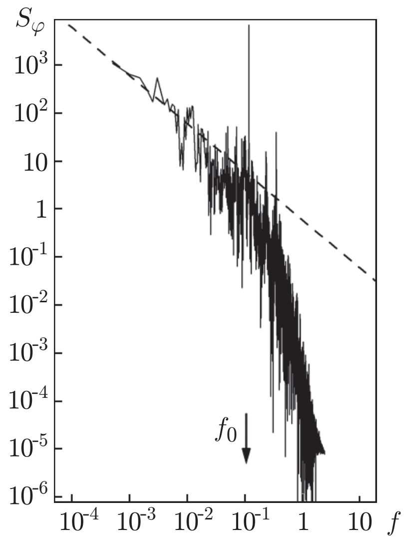

Рис. 4

Рис. 3. Область изменения управляющих параметров f_0, A, в которой наблюдался динамический хаос (штриховая линия — линия фазового перехода (слияния аттракторов))

Рис. 4. Спектр мощности S_φ вблизи критического перехода при $f_0 = 0{,}1235$, $A = 2{,}14$

На рис. 3 показана область изменения управляющих параметров (частоты f_0 и амплитуды периодической силы A), в которой наблюдался динамический хаос, а также приведены фазовые траектории системы. Как указывалось выше, аттракторы или симметричны относительно начала координат фазовой плоскости, или несимметричны. Области таких аттракторов разделяет линия ab (см. рис. 3), справа от которой фазовые траектории располагались в различных долинах потенциального рельефа (в зависимости от начальных условий). На линии ab происходило слияние аттракторов с образованием странного аттрактора, симметричного относительно начала координат. Данный переход, происходивший непрерывно, можно рассматривать как критический неравновесный фазовый переход. Вблизи этого перехода наблюдалось низкочастотное $(1/f)$-“поведение” спектра мощности переменной φ. На рис. 4 показана зависимость спектра мощности S_φ от переменной f вблизи критического перехода. Из численных решений системы (2) определены функции плотности вероятности $P(\psi)$, $P(\varphi)$. При больших значениях аргумента функция $P(\psi)$ убывает экспоненциально, как в случае гауссова распределения, функция $P(\varphi)$ — по степенному закону. Энергия колебаний пропорциональна квадрату переменной. На рис. 5 приведена зависимость плотности вероятности P_φ от переменной φ^2 вблизи критического перехода ($A = 2{,}14$, $f_0 = 0{,}1235$, шаг интегрирования $\Delta t = 0{,}06$). В отличие от флуктуаций вблизи термодинамической критической точки, масштабно-инвариантные флуктуации вблизи критического неравновесного фазового перехода охватывают значительно более широкий диапазон управляющих параметров и помимо свойства масштабной инвариантности (степенное распределение амплитуд) имеют спектр мощности, обратно пропорциональный частоте.

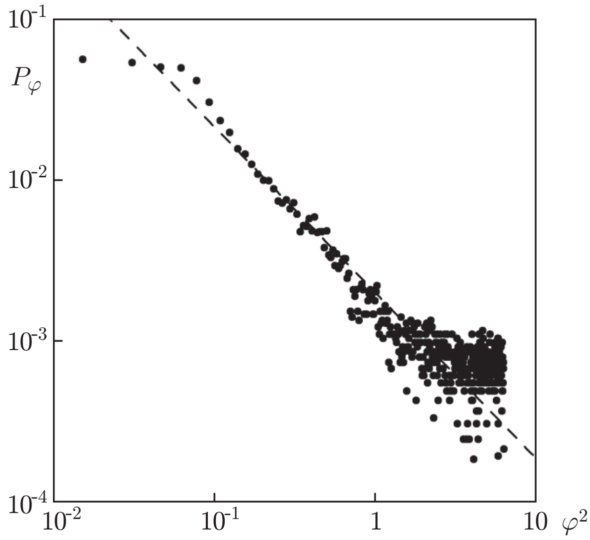

Рис. 5. Зависимость плотности вероятности P_φ от переменной φ^2 вблизи критического перехода при $A = 2{,}14$, $f_0 = 0{,}1235$, $\Delta t = 0{,}06$ (штриховая линия — $P_\varphi \sim \varphi^{-2}$)

2. Индуцированный шумом динамический хаос. При добавлении слагаемого, соответствующего небольшому шуму ($\sigma < 0{,}06$), в первое уравнение системы (2)

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\varphi\psi^2 + \psi + A\sin(2\pi f_0 t) + \xi(t), \qquad \frac{d\psi}{dt} = -\psi\varphi^2 + 2\varphi$$

поведение системы оставалось хаотическим. Диапазон управляющих параметров, в котором наблюдался динамический хаос, увеличивался по сравнению со случаем бесшумового поведения, т. е. в системе наблюдался индуцированный шумом хаос. При этом расширялся диапазон параметров, в котором имело место критическое поведение. На рис. 6 представлен спектр мощности S_φ при дополнительном воздействии шума с амплитудой $\sigma = 0{,}025$ ($A = 2{,}14$, $f_0 = 0{,}1235$, $\Delta t = 0{,}06$, число шагов $N = 8192$, кривые осреднены по ансамблю 128 случайных реализаций процесса). На рис. 7 показана зависимость плотности вероятности P_φ от переменной φ^2 вблизи критического перехода при наличии шума с амплитудой $\sigma = 0{,}025$.

Гауссово распределение "хвостов" функции $\psi(t)$, определяемой управляющим уравнением системы (1), позволяет использовать формулы классической статистической механики. В частности, устойчивость случайного процесса с $(1/f)$-спектром определяется максимумом энтропии Гиббса — Шеннона [15]

$$H_\psi = -\sum_n P_n(\psi^2)\log P_n(\psi^2),$$

где $P_n(\psi^2)$ — нормированная зависимость распределения плотности вероятности от переменной $\psi^2(t)$. На рис. 8 показано изменение энтропии Гиббса — Шеннона H_ψ при следующих расчетных значениях: шаг интегрирования $\Delta t = 0{,}06$, число шагов $N = 8192$ (кривые осреднены по ансамблю 128 случайных реализаций процесса). Максимум энтропии соответствует низкочастотной составляющей $(1/f)$-спектра и степенному распределению переменной φ.

При добавлении внешнего шума линия критических фазовых переходов распространяется в область бóльших значений f_0 и A, чем в отсутствие шума. В этом случае низкочастотные спектры мощности в критической области изменяются в диапазоне

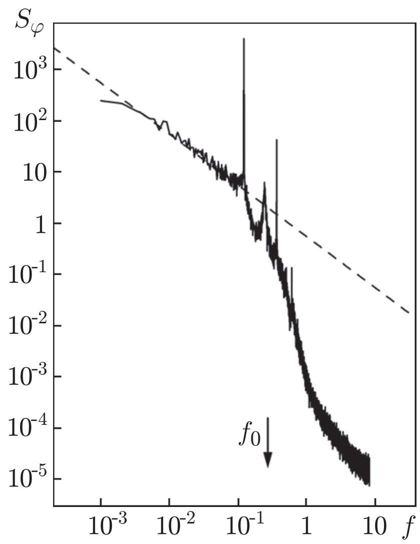

Рис. 6

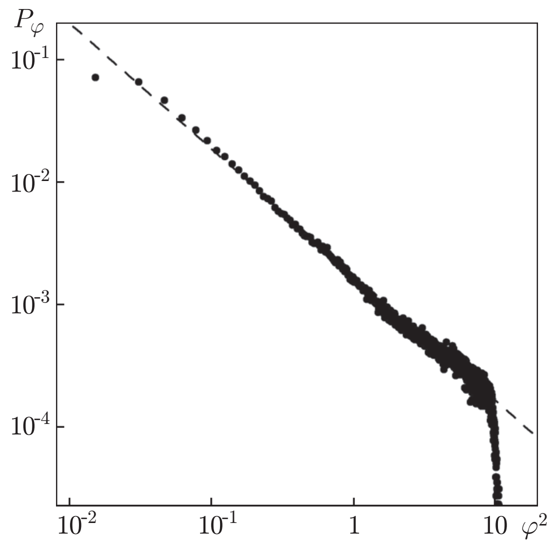

Рис. 7

Рис. 6. Спектр мощности S_φ в хаотическом режиме при $A = 2{,}14$, $f_0 = 0{,}123$ и дополнительном воздействии шума с амплитудой $\sigma = 0{,}025$ (штриховая линия — $S_\varphi \sim 1/f$)

Рис. 7. Зависимость плотности вероятности P_φ от переменной φ^2 при наличии шума с амплитудой $\sigma = 0{,}025$ (штриховая линия — $P_\varphi \sim \varphi^{-2}$)

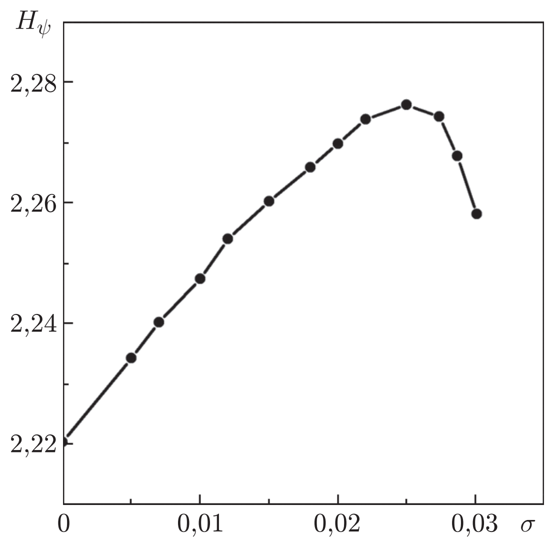

Рис. 8. Зависимость энтропии H_ψ от амплитуды шума σ при $\Delta t = 0{,}06$, $N = 8192$

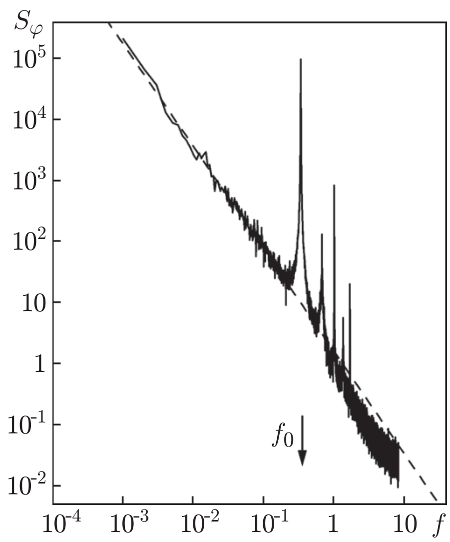

Рис. 9

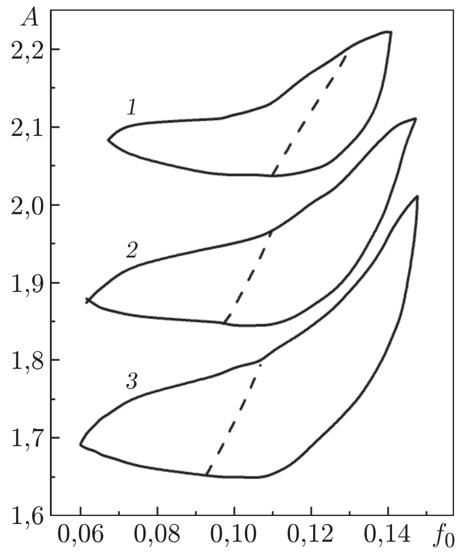

Рис. 10

Рис. 9. Зависимость спектра мощности S_φ от частоты φ при $A = 5$, $f_0 = 0{,}35$, $\sigma = 0{,}13$ (штриховая линия — $S_\varphi \sim f^{-5/3}$)

Рис. 10. Области динамического хаоса при различных значениях коэффициента диффузии D:
1 — $D = 0{,}1$, *2* — $D = 3$, *3* — $D = 6$; штриховые линии — критические переходы (слияние аттракторов) с образованием странного аттрактора, симметричного относительно начала координат

$S_\varphi \sim f^{-1} \div f^{-5/3}$ в узком интервале управляющих параметров. На рис. 9 показана зависимость спектра мощности S_φ от частоты f при $A = 5$, $f_0 = 0{,}35$ и амплитуде внешнего шума $\sigma = 0{,}13$. Спектр мощности переменной ψ в области низких частот также принимал вид зависимости $S_\psi \sim f^{-5/3}$. Следует отметить, что частотная зависимость спектров мощности $S \sim f^{-5/3}$ характерна для колмогоровской турбулентности [7].

3. Динамический хаос в распределенной системе. Точечная система (2) может быть обобщена на пространственно распределенный случай [20]:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\varphi\psi^2 + \psi + D\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + A\sin(2\pi f_0 t), \qquad \frac{\partial\psi}{\partial t} = -\varphi^2\psi + 2\varphi + D\,\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \qquad (5)$$

(D — коэффициент диффузии). Для упрощения и максимальной устойчивости полученного решения коэффициенты диффузии в уравнениях системы (5) приняты равными. Детерминированные части уравнений системы (5) различаются только коэффициентом 2 перед линейным слагаемым во втором уравнении, вследствие чего второе уравнение системы (5) является управляющим, а первое уравнение — подчиненным, как и в точечной системе (2). При численном интегрировании системы (5) использовались циклические граничные условия. Хаотизация траекторий в распределенной системе (5) происходила так же, как в случае точечной системы. С увеличением коэффициента диффузии D область хаоса увеличивалась и смещалась в область меньших амплитуд A. На рис. 10 показаны области динамического хаоса в координатах частота — амплитуда внешней периодической силы при различных значениях коэффициента диффузии. Штриховые линии на рис. 10 соответствуют критическим переходам (слиянию аттракторов) с образованием странного аттрактора, симметричного относительно начала координат, аналогично тому, как это происходит в точечной системе (2).

Как и в случае точечной системы, при дополнительном воздействии белого шума хаотическая динамика системы сохраняется, при этом область управляющих параметров, в которой наблюдался динамический хаос, увеличивается по сравнению со случаем отсутствия шума.

Заключение. С использованием системы двух нелинейных стохастических уравнений в критических режимах тепломассопереноса с фазовыми переходами моделируются экстремальные пульсации температуры и тепловых потоков с $(1/f)$-спектром. Найдены хаотические режимы с образованием странных аттракторов. Вблизи критического перехода (слияния аттракторов) наблюдаются низкочастотное $(1/f)$-“поведение” спектров мощности и степенное распределение амплитуд. При дополнительном небольшом воздействии белого шума область хаотического поведения системы увеличивается и возникают индуцированный шумом динамический хаос и стохастический резонансный отклик. Стохастическому резонансу и $(1/f)$-“поведению” спектра мощности соответствует максимум информационной энтропии, что свидетельствует об устойчивости процесса.

Найдена область значений управляющих параметров, при которых в случае добавления внешнего шума низкочастотная зависимость спектров мощности в критической области принимает вид $S \sim f^{-5/3}$. Показано, что переход от $S_\varphi \sim f^{-1}$ к $S_\varphi \sim f^{-5/3}$ происходит в узком интервале значений управляющих параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Решетников А. В., Скоков В. Н., Коверда В. П. и др.** Фликкер-шум и самоорганизованная критичность в кризисных режимах кипения // ПМТФ. 2002. Т. 41, № 1. С. 131–136.
2. **Skokov V. N., Koverda A. V., Reshetnikov A. V., et al.** $1/f$ noise and self-organized criticality in crisis regimes of heat and mass transfer // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2003. V. 46. P. 1879–1883.
3. **Pavlenko A. N., Koverda V. P., Skokov V. N., et al.** Dynamics of transition processes and structure formation in critical heat-mass exchange modes during liquid boiling and cavitation // J. Engng Thermophys. 2009. V. 18, N 1. P. 20–38.
4. **Skokov V. N., Reshetnikov A. V., Koverda V. P., Vinogradov A. V.** Self-organized criticality and $1/f$-noise at interacting nonequilibrium phase transitions // Physica A. 2001. V. 293. P. 1–12.
5. **Скоков В. Н., Коверда В. П., Решетников А. В.** Самоорганизованная критичность и $1/f$-флуктуации при неравновесных фазовых переходах // Журн. эксперим. и теорет. физики. 2001. Т. 119, № 3. С. 613–620.
6. **Bak P.** How nature works. N. Y.: Springer-Verlag Inc, 1996.
7. **Колмогоров А. Н.** Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30, № 4. С. 299–303.
8. **Коган Ш. М.** Низкочастотный токовый шум со спектром типа $1/f$ в твердых телах // Успехи физ. наук. 1985. Т. 145, № 2. С. 285–328.
9. **Mandelbrot B. B., Van Ness J. W.** Fractional Brownian motions, fractional noises and applications // SIAM Rev. 1968. V. 10. P. 422–437.
10. **Koverda V. P., Skokov V. N.** The origin of $1/f$ fluctuations and scale transformations of time series at nonequilibrium phase transitions // Physica A. 2005. V. 346. P. 203–216.
11. **Ковалев С. А.** Устойчивость режимов кипения // Теплофизика высоких температур. 1964. Т. 2, № 5. С. 780–788.
12. **Ковалев С. А., Рыбчинская Г. Б.** Об устойчивости теплообмена при кипении на неизотермической поверхности // Теплофизика высоких температур. 1973. Т. 11, № 1. С. 117–122.

13. **Ковалев С. А., Усатиков С. В.** Оценка устойчивости режимов кипения с помощью диаграмм стабильности // Теплофизика высоких температур. 2003. Т. 41, № 1. С. 77–88.
14. **Koverda V. P., Skokov V. N.** Maximum entropy in a nonlinear system with a $1/f$ power spectrum // Physica A. 2012. V. 391. P. 21–28.
15. **Shannon C.** A mathematical theory of communication // Bell Syst. Tech. 1948. V. 27. P. 379–423.
16. **Koverda V. P., Skokov V. N.** Stochastic resonance and $1/f$ noise at coupled phase transitions // Physica A. 2014. V. 393. P. 173–181.
17. **Анищенко В. С., Нейман А. Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л.** Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка // Успехи физ. наук. 1999. Т. 169, № 1. С. 7–39.
18. **Шустер Г.** Детерминированный хаос: Введение. М.: Мир, 1988.
19. **Кузнецов С. П.** Динамический хаос. М.: Физматлит, 2001.
20. **Koverda V. P., Skokov V. N.** Oscillations and waves in a spatially distributed system with a $1/f$ spectrum // Physica A. 2018. V. 492. P. 1–9.

Поступила в редакцию 7/IV 2020 г.,
после доработки — 21/VIII 2020 г.
Принята к публикации 30/XI 2020 г.