

В случае, когда в выражении (3.10)  $\sin \omega(t_{10} + t_{20}) \sim 1$ , то очевидно, что момент исчезновения двухфазной области характеризуется условием  $t_0 = t_{10}$ . Тогда с принятой точностью  $\sin \omega t_{20} \approx 0$  получим из (3.10) при условии  $c_1 \approx c_2$

$$w = c_2,$$

это означает (в рассматриваемом приближении), что при дальнейшем распространении форма волны сжатия (разрежения) остается неизменной, так как следующая за скачком простая волна распространяется со скоростью  $c_2$ .

*Поступила 25 X 1976*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., «Наука», 1973.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
3. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
4. Каменский В. Г., Покровский В. Л. Звук конечной амплитуды вблизи критической точки.— ЖЭТФ, 1969, т. 56, вып. 6.

УДК 624.131+532.529

### СФЕРИЧЕСКИЕ ВЗРЫВНЫЕ ВОЛНЫ В СРЕДАХ С ОБЪЕМНОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

*Г. М. Ляхов, В. Н. Охитин*

*(Москва)*

Многие твердые и жидкые среды обладают объемной вязкостью, проявляющейся в динамических процессах, связанных с изменением объема. Ниже рассматриваются взрывные волны в среде с объемной вязкостью, определяемой моделью [1], предназначеннной для описания водонасыщенных грунтов, жидкостей с пузырьками газа и других многокомпонентных сред. В этих средах объемные деформации практически обратимы, а касательные напряжения пренебрежимо малы, что позволяет исследовать влияние объемной вязкости, не осложняемое действием других факторов, на закономерности распространения сильных волн.

Различия диаграмм, соответствующих ударному (динамическому) сжатию и равновесному состоянию (статическому сжатию), а также время установления равновесия в этих средах малы.

В данной работе с помощью ЭВМ получено решение задачи о распространении сферической волны, создаваемой взрывом заряда ВВ, в среде с объемной вязкостью, а также для среды без вязкости с диаграммой сжимаемости, соответствующей равновесному состоянию. Подобные результаты для плоских волн получены в [1—3]. В случае сферических волн в неводонасыщенных грунтах необходимо привлечь условие пластичности Мизеса — Шлейхера [4].

Для описания динамических процессов в твердых средах рекомендуются также модели, где вязкостный член вводится в условие пластичности [5] и др.

1. Рассматриваются волны в водонасыщенном грунте — трехкомпонентной среде (твердые частицы, вода, пузырьки газа) на основе модели [1]. Обозначим через  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  содержание по объему газообразного жид-

кого и твердого компонентов,  $V_{10}$ ,  $V_{20}$ ,  $V_{30}$  — их удельный объем,  $\rho_{10}$ ,  $\rho_{20}$ ,  $\rho_{30}$  — плотность,  $c_{10}$ ,  $c_{20}$ ,  $c_{30}$  — скорость звука в них,  $\rho_0$  — плотность трехкомпонентной среды,  $V_0$  — ее удельный объем. Все величины относятся к атмосферному давлению  $p_0$ ,  $\rho_0 = \alpha_1\rho_{10} + \alpha_2\rho_{20} + \alpha_3\rho_{30}$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ .

При давлении  $p$  эти параметры среды обозначены как  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ;  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$ ;  $\rho$ ,  $V$  соответственно. В воде с пузырьками газа  $\alpha_3 = 0$ .

Принято, что в свободном состоянии все компоненты сжимаются, согласно уравнению

$$(1.1) \quad p = p_0 + \frac{\rho_{i0}c_{i0}^2}{\gamma_i} \left[ \left( \frac{V_{i0}}{V_i} \right)^{\gamma_i} - 1 \right]$$

( $i$  — номер компонента), которое соответствует адиабате Пуассона для газа и уравнению Тэта для жидкого и твердого компонентов.

Газ в среде находится в виде мелких пузырьков, изолированных друг от друга остальными компонентами. При действии нагрузки жидккий и твердый компоненты сжимаются мгновенно, а газообразный компонент — в конечное время, так как его сжатие обусловливается смещением остальных компонентов и заполнением ими начального объема пузырьков. Поэтому сжатие воздуха в среде вместо (1.1) определяется уравнением

$$p = p_0 \frac{\rho_{10}c_{10}^2}{\gamma_1} \left[ \left( \frac{V_{10}}{V_1} \right)^{\gamma_1} - 1 \right] - \eta \frac{\dot{V}_1}{V_{10}}$$

$\eta$  — коэффициент объемной вязкости).

Уравнение сжатия и разгрузки трехкомпонентной среды при этих предпосылках имеет вид

$$(1.2) \quad \dot{V}/V_0 = \varphi(p)p - \alpha_1\psi(p, V)/\eta,$$

где

$$\varphi(p) = \sum_{i=2}^3 \frac{\alpha_i}{\rho_{i0}c_{i0}^2} \left[ \frac{\gamma_i(p - p_0)}{\rho_{i0}c_{i0}^2} + 1 \right]^{-(1+\gamma_i)/\gamma_i};$$

$$\psi(p, V) = p - p_0 \alpha_1 \left\{ \frac{V}{V_0} - \sum_{i=2}^3 \alpha_i \left[ \frac{\gamma_i(p - p_0)}{\rho_{i0}c_{i0}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_i} \right\}^{-\gamma_i}.$$

Уравнение ударной (динамической) сжимаемости среды ( $\dot{V} \rightarrow \infty$ ,  $\dot{p} \rightarrow \infty$ )

$$(1.3) \quad \frac{V_D}{V_0} = \alpha_1 + \sum_{i=2}^3 \alpha_i \left[ \frac{\gamma_i(p - p_0)}{\rho_{i0}c_{i0}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_i}, \quad \varphi(p) = \rho_0 \frac{dV_D}{dp}.$$

Уравнение статической сжимаемости ( $\dot{V} \rightarrow 0$ ,  $\dot{p} \rightarrow 0$ )

$$(1.4) \quad \frac{V_S}{V_0} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \left[ \frac{\gamma_i(p - p_0)}{\rho_{i0}c_{i0}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_i}.$$

Статическая сжимаемость относится к равновесному состоянию, когда все компоненты сжаты до предела, соответствующего действующему давлению, динамическая — сжатию только твердого и жидкого компонентов. Уравнение (1.4) совпадает с уравнением сжимаемости ранее пред-

ложенной модели многокомпонентной среды, не учитывающей объемной вязкости [6]. В соответствии с этой моделью проведены решения задач о распространении и отражении плоских [7, 8, 1] и сферических волн [9]. В [10] предложена модель, несколько иначе учитывающая сжимаемость газа. В модели [11] учитывается релаксация касательных напряжений.

Водонасыщенные грунты широко распространены в природе. Содержание газообразного компонента обычно лежит в пределах  $0 \leq \alpha_1 \leq 0,05$ , радиус пузырьков газа  $0,001 \text{ см} \leq r_* \leq 0,05 \text{ см}$ , содержание жидкого компонента  $0,2 \leq \alpha_2 \leq 0,5$ . По гранулометрическому составу водонасыщенные грунты могут быть песчаными и глинистыми. Объемные деформации обратимы, касательные напряжения пренебрежимо малы.

Детонация ВВ принимается мгновенной. Изэнтропическое уравнение продуктов детонации имеет вид [1, 9, 12]

$$(1.5) \quad p = A\rho^n + B\rho^{\gamma+1}.$$

При больших и малых давлениях оно переходит в уравнения

$$(1.6) \quad p = p_n (\rho/\rho_n)^{k_n},$$

$$(1.7) \quad p = p_0 (\rho/\rho_0)^{k_0}.$$

Давление  $p_n$  и плотность  $\rho_n$  соответствуют мгновенной детонации,  $p_0, \rho_0$  — атмосферному давлению. Величины  $A, B, n, \gamma$  находятся из условий, что кривые (1.5), (1.6) имеют общую точку  $p_n, \rho_n$  и общую касательную в этой точке, кривые (1.5), (1.7) — общую касательную при  $\rho \rightarrow 0$ . При расширении от  $p_n, \rho_n$  продукты детонации совершают работу, равную теплоте взрывчатого превращения  $Q$ .

Из этих условий вместе с (1.5) получим замкнутую систему уравнений для определения  $A, B, n, \gamma$

$$k_n = n + B\rho_n^{\gamma+1}(\gamma + 1 - n)p_n^{-1}, \quad \gamma = k_0 - 1,$$

$$Q = \frac{p_n}{\rho_n(n-1)} + \frac{B\rho_n^\gamma}{\gamma(n-1)}(n-\gamma-1).$$

Основные уравнения движения в переменных Лагранжа ( $r$  — пространственная координата,  $t$  — время) имеют вид

$$(1.8) \quad \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{R}{r} \right)^\gamma \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{vuV}{R}, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{R}{r} \right)^\gamma \frac{\partial p}{\partial r} = 0,$$

где  $R$  — Эйлерова координата;  $v = 2$ ;  $\partial R/\partial t = u$ .

Решение задачи сводится к интегрированию системы (1.8), замыкаемой уравнением (1.2). Границные условия:

на границе газовой камеры, т. е. при  $r = r_0$  вследствие принимаемой схемы мгновенной детонации и мгновенного выравнивания давления при расширении камеры

$$\rho/\rho_n = (r_0/R)^3;$$

на фронте ударной волны в среде (на предвестнике)

$$p - p_0 = \rho_0 u D, \quad (\rho - \rho_0)D = \rho u$$

( $r_0$  — радиус заряда ВВ,  $D$  — скорость фронта ударной волны).

Перейдем к безразмерным величинам и безразмерным переменным Лагранжа:

$$\begin{aligned} p^0 &= p/p_n, \quad p_0^0 = p_0/p_n, \quad \rho_0 = \rho/\rho_n, \quad V^0 = V/V_n, \\ c^0 &= c/c_n, \quad u^0 = u/c_n, \quad D^0 = D/c_n, \quad R^0 = R/r_0, \quad r^0 = r/r_0, \quad t^0 = tc_n/r_0, \quad \text{где} \\ c_n &= \sqrt{k_n p_n / \rho_n}. \end{aligned}$$

В новых переменных уравнения динамической (1.3) и статической (1.4) сжимаемости имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{V_D^0}{V_0^0} &= \alpha_1 + \sum_{i=2}^3 \alpha_i \left[ \frac{\gamma_i (p^0 - p_0^0)}{k_n \rho_{i0} c_{i0}^{02}} + 1 \right]^{-1/\gamma_i}, \\ \frac{V_S^0}{V_0^0} &= \sum_{i=1}^2 \alpha_i \left[ \frac{\gamma_i (p^0 - p_0^0)}{k_n \rho_{i0} c_{i0}^{02}} + 1 \right]^{-1/\gamma_i}, \end{aligned}$$

а уравнение (1.2), определяющее поведение среды:

$$(1.9) \quad \frac{\partial V^0}{\partial t^0} = - \frac{\partial p^0}{\partial t^0} \left( \frac{\rho_n}{\rho_0} \right) \frac{1}{k_n} \sum_{i=2}^3 \frac{\alpha_i}{\rho_{i0} c_{i0}^{02}} \left[ \frac{\gamma_i (p^0 - p_0^0)}{k_n \rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-\frac{1+\gamma_i}{\gamma_i}} - \frac{\alpha_1 r_0 (\rho_n)}{\eta} \left( \frac{p_n}{c_n} \right) \left[ p^0 - \rho_0^0 \alpha_1 \left\{ \frac{V^0}{V_0^0} - \sum_{i=2}^3 \alpha_i \left[ \frac{\gamma_i (p^0 - p_0^0)}{k_n \rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_i}} \right\}^{-\gamma_i} \right].$$

В отличие от (1.2) в (1.9) входит не  $1/\eta$ , а отношение  $r_0/\eta$ . Коэффициент вязкости  $\eta$  находится экспериментально. Приближенные значения  $\eta$  в соответствии с [1] определяются уравнением

$$(1.10) \quad \eta = Ar_* / 3,$$

где  $A$  — акустическое сопротивление (импеданс) двухкомпонентной среды (твердые и жидкые частицы), окружающей пузырьки газа,

$$A = \left( \frac{\alpha_2 \rho_{20} + \alpha_3 \rho_{30}}{1 - \alpha_1} \right)^{1/2} \left( \frac{\alpha_2}{\rho_{20} c_{20}^2} + \frac{\alpha_3}{\rho_{30} c_{30}^2} \right)^{-1/2}, \quad \frac{r_0}{\eta} = \frac{Ar_*}{3r_*},$$

$r_*$  — радиус газовых пузырьков (все пузырьки одного радиуса). В среде вода — воздух получим

$$A = \rho_{20} c_{20} / \alpha_2^{1/2}.$$

Из (1.10) следует, что в (1.9) входит отношение  $r_0/r_*$ , т. е. решение в новых переменных применимо ко всем средам, где  $r_0/r_*$  имеет заданное значение.

Решение задачи проведено для ВВ типа тротила, водонасыщенного грунта с  $\alpha_1 = 0,01$ ,  $\alpha_2 = 0,39$  и  $\alpha_3 = 0,6$  и значений  $r_0/r_* = 0,01; 0,02; 0,002$ . В расчетах принято  $k_n = 3$ ,  $k_0 = 1,25$ ;  $p_n = 96000 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $\rho_n = 1600$  кг/м<sup>3</sup>,  $Q = 1000$  кал/г,  $c_n = 4250$  м/с,  $\rho_{10} = 1,20$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_{20} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_{30} = 2650$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{10} = 330$  м/с,  $c_{20} = 1500$  м/с,  $c_{30} = 4500$  м/с,  $\gamma_1 = 1,4$ ,  $\gamma_2 = 7$ ,  $\gamma_3 = 4$ .

Значения  $A$  и  $\eta$  для некоторых сред приведены в табл. 1. Значения  $\eta$  соответствуют  $r_* = 0,01$  см.

Таблица 1

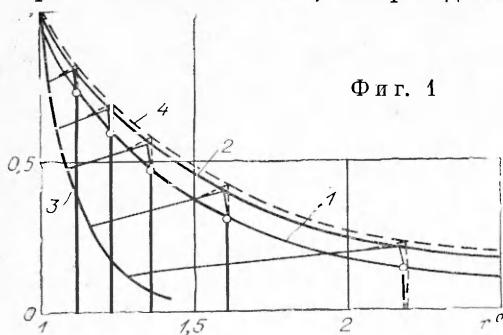
Среды	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$A, \text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$	$\eta, \text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м})$
Водонасыщенные	0,01	0,39	0,6	$3,28 \cdot 10^6$	$1,09 \cdot 10^2$
Грунты . . . . .	0,04	0,36	0,6	$3,39 \cdot 10^6$	$1,13 \cdot 10^2$
Вода, газ . . . . .	0,01	0,99	—	$1,49 \cdot 10^6$	$0,495 \cdot 10^2$

Решение выполнено с помощью ЭВМ методом характеристик, применение которого к средам с объемной вязкостью излагалось в [1, 2]. Сквозной счет сферической задачи в вязкой среде от момента взрыва до времени, когда фронт волны (предвестник) достигнет расстояния порядка  $100r_0$ , затруднителен, так как требует большого времени. Это связано с характером профиля волны. Она содержит на достаточном удалении от взрыва участки очень медленного и очень быстрого нарастания давления (переходная зона перед максимумом давления). Для расчета переходной зоны необходимо 10–20 точек. При равномерной сетке это приводит к необходимости вводить десятки тысяч точек. Поэтому был избран упрощенный вариант решения. Волна рассчитывалась последовательно в областях:  $1 \leq r^0 \leq 2,5$ ;  $2 \leq r^0 \leq 6$ ;  $5 \leq r^0 \leq 17$ ;  $15 \leq r^0 \leq 30$ ;  $r^0 \geq 30$ .

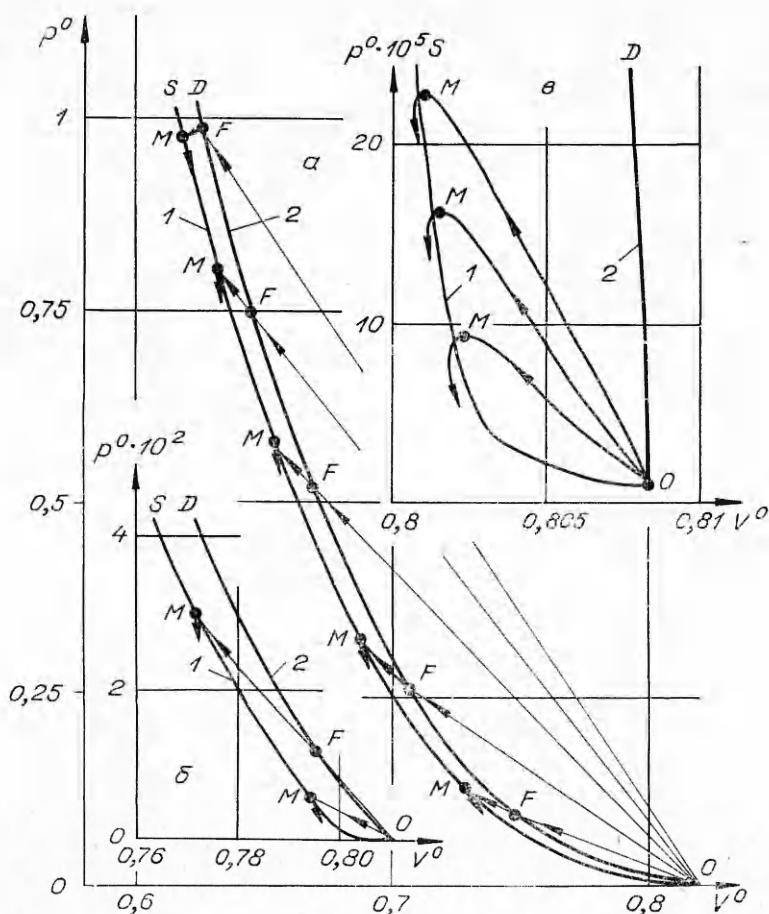
В сечении  $r^0 = 1$  давление задавалось в виде  $p^0 = p^0(R^0)$ , а в последующих положениях — в виде  $p^0(r^0)$  с учетом релаксации в предыдущей области. Перекрытие областей подтвердило точность решения.

2. Рассмотрим результаты расчетов параметров волны в вязкой среде при  $r^*/r_0 = 0,01$  и в среде без вязкости. На фиг. 1 кривые 1–3 показывают в зависимости от расстояния в вязкой среде давление на фронте волны (предвестнике), максимальное давление и давление на границе газовой камеры соответственно. Кривая 4 соответствует максимальному давлению в среде без вязкости. Приведено также распределение давления  $p^0(r^0)$  в этих средах для пяти моментов времени. Здесь и далее сплошные линии относятся к вязкой среде, штриховые — к среде без вязкости. Максимальное давление в вязкой среде на 5–7% меньше, чем в среде без вязкости. На рассмотренных расстояниях в обеих средах давление нарастает скачком, однако в вязкой среде скачок меньше. При  $r^0 = 2$  величина скачка составляет в вязкой среде около 0,75 его значения в среде без вязкости. За скачком в вязкой среде давление до максимума нарастает непрерывно.

На фиг. 2, а представлено изменение состояния частиц среды при прохождении волны на расстояниях  $r^0 = 1; 1,1; 1,3; 1,7; 2,8$ . Кривые 1, 2 соответствуют диаграммам динамического и статического сжатия среды. Видно, что после ударного сжатия на предвестнике  $OF$ , происходящего по динамической диаграмме, состояние приближается к статической диаграмме по линиям  $FM$ , которые для всех точек, кроме первой, являются продолжением прямой  $OF$ . Разгрузка происходит практически по статической диаграмме. На этих расстояниях в вязкой среде минимальное значение объема достигается при максимальном давлении. Аналогичный характер изменения состояния сохраняется при средних давлениях (см. фиг. 2, б). При относительно малых давлениях (см. фиг. 2, в) линии  $FM$



Фиг. 1

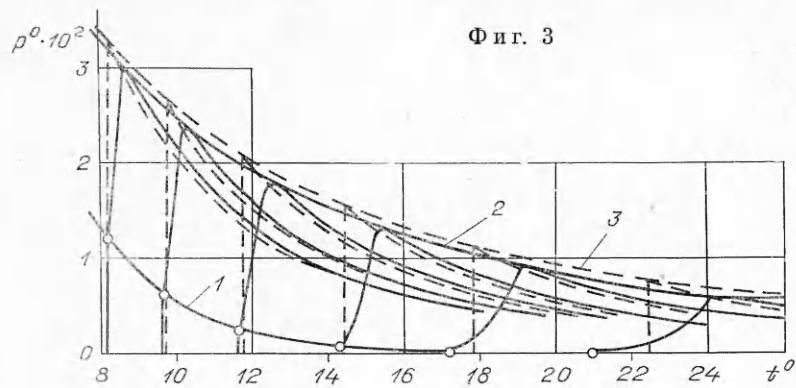


Фиг. 2

не прямолинейны, минимум объема достигается в период уменьшения давления, разгрузка среды происходит по кривым, лежащим за диаграммой статического сжатия.

На фиг. 3 показаны зависимости давления от времени  $P^0(t^0)$  в частицах с  $r^0 = 5,7; 6,3; 7,1; 8,1; 9,3; 10,7$  в средах с вязкостью и без вязкости. В вязкой среде вперед выдвигается предвестник, величина скачка быстро убывает до нуля (обозначена кружками). Кривая 1 определяет изменение давления на предвестнике, 2 — максимальное давление в вязкой среде, 3 — максимальное давление в среде без вязкости. Различие максимальных давлений в средах с вязкостью и без вязкости не превышает 8%. Давление на предвестнике практически равно  $P_0^0$  при  $r^0 > 9$ , где максимальное размежное давление в волне  $P \sim 800 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ . Время нарастания давления до максимума при удалении волны от места взрыва увеличивается.

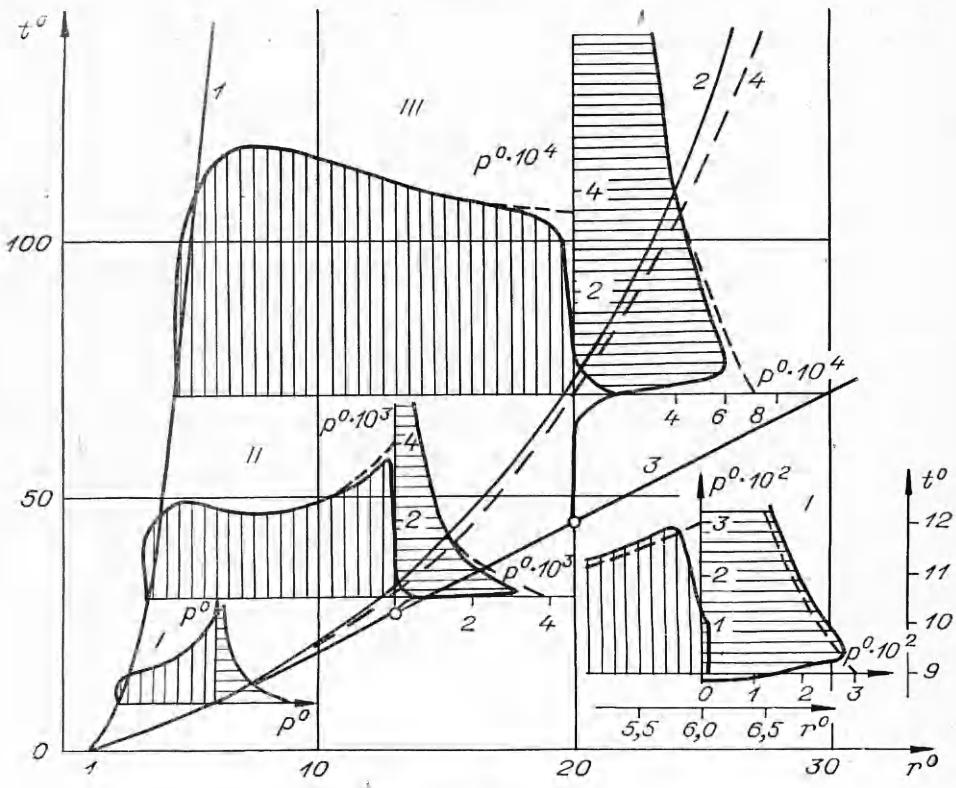
На фиг. 4 приведены результаты расчета давления в среде с вязкостью (при  $r_* / r_0 = 0,01$ ) и без вязкости. Линии 1—3 определяют траекторию движения в вязкой среде границы газовой камеры, максимума давления и предвестника соответственно, линия 4 соответствует максимуму давления в среде без вязкости. Максимум давления в вязкой среде движется со скоростью, близкой к скорости максимума в среде без вязкости, т. е. к скорости, определяемой статической диаграммой сжатия; I—III соответ-



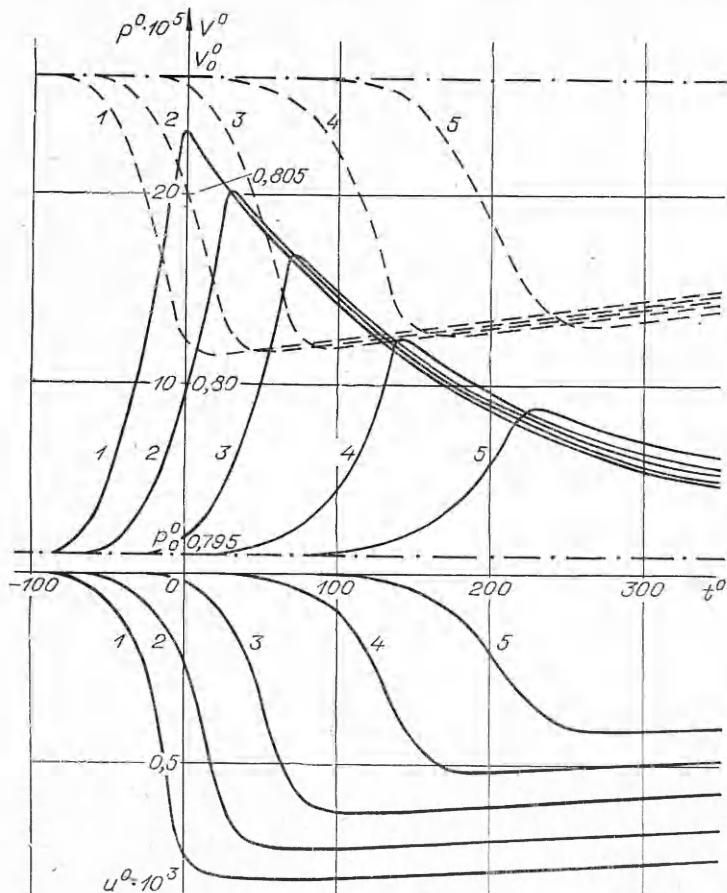
Фиг. 3

ствуют распределению давления в среде (заштриховано вертикально) в моменты времени, равные 9,5; 30; 70; фронт ударной волны в среде без вязкости при этом достигает расстояний  $r^0 = 6; 13; 20$ . Для тех же расстояний построены графики изменения давления от времени  $p^0(t^0)$  (заштриховано горизонтально). В правом нижнем углу представлена часть позиции I в укрупненном масштабе.

Различие в значениях максимального давления в среде с вязкостью и без вязкости на всех расстояниях не превышает 12%. Профили волн  $p^0(t^0)$  существенно различны. В среде без вязкости волна остается ударной, в вязкой среде скачок размывается. На достаточном удалении от места



Фиг. 4



Фиг. 5

взрыва давление (после прихода предвестника) некоторое время остается практически равным нулю и лишь затем начинает возрастать до максимума. Длительность  $\tau_*$  этой переходной зоны интенсивного возрастания составляет на расстоянии  $r^0 = 20$  меньше половины времени  $\tau$  от прихода предвестника до прихода максимума давления. С удалением  $\tau$  и  $\tau_*$  возрастает, но  $\tau_*$  существенно медленнее. Зависимость  $p^0(t^0)$  после достижения максимума в обеих средах практически одинакова. Таким образом, заметные различия в профиле волны при учете и без учета вязкости наблюдаются в основном в период времени, предшествующий достижению максимума давления в частице.

Различия в экстремальных значениях объема и скорости частиц, вычисленных с учетом и без учета вязкости, как и в случае давления, не превышают нескольких процентов. Основное различие зависимостей  $V^0(t^0)$  и  $u^0(t^0)$  в этих средах — наличие скачка при отсутствии вязкости и непрерывность изменения в вязкой среде. Экстремальные значения скорости частиц, объема и давления в вязкой среде достигаются на этих расстояниях практически одновременно.

На фиг. 5 даны графики зависимостей  $p^0(t^0)$ ,  $u^0(t^0)$  (сплошные линии) и  $V^0(t^0)$  (штриховые линии) на расстояниях  $r^0 = 30; 32; 35; 40; 45$  в вязкой среде.

Графики охватывают область нарастания параметров, в которой их значения заметно отличаются от начальных (для давления — это вре-

мя  $\tau^*$ ), и область спада. Период времени непосредственно после прихода предвестника, когда параметры практически равны начальным, не включен. С удалением от взрыва экстремальные значения параметров уменьшаются, а время их достижения растет. Объем и скорость частиц на этих расстояниях достигают экстремума не при максимальном давлении, как вблизи от взрыва, а в период его убывания. С удалением от взрыва различие в длительности нарастания давления, скорости частиц и объема увеличивается. С удалением интенсивность спада значений всех трех параметров уменьшается, а общая длительность волны возрастает.

Рассмотрим результаты исследования зависимости параметров волны от значения коэффициента вязкости, или, что то же самое, от радиуса пузырька. Для вязкой среды с  $\alpha_1 = 0,01$  и  $r_*/r_0 = 0,01$  получена зависимость  $p^0(t^0)$  при  $r^0 = 30$ , с учетом которой просчитаны параметры волны на больших расстояниях в среде без вязкости и в вязкой среде при  $r_*/r_0 = 0,02; 0,01; 0,02$ .

Расчеты показали, что максимальное давление можно аппроксимировать зависимостью

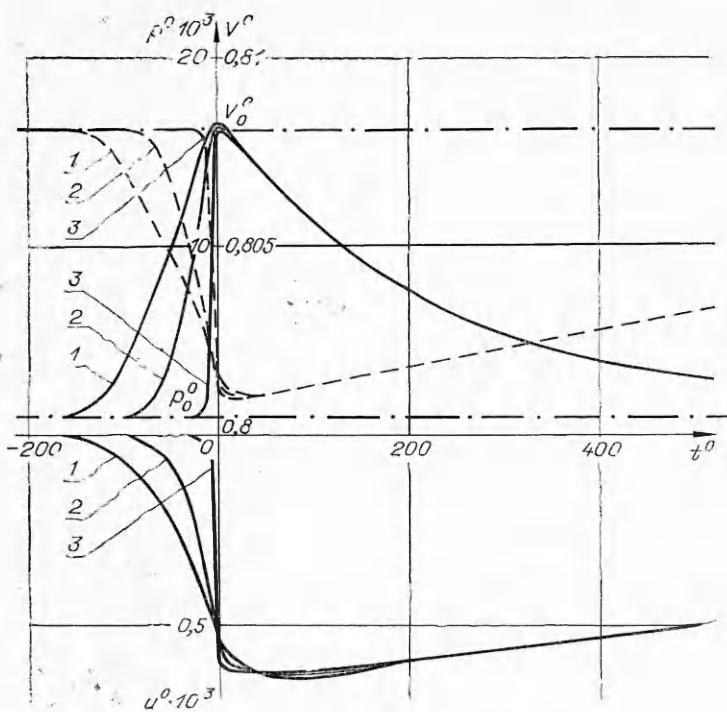
$$p_m^0 = p_1^0 (r_1^0/r^0)^\beta, \quad r^0 \geqslant r_1^0,$$

где  $r_1^0 = 30$ ;  $p_1^0 = 22,3 \cdot 10^{-5}$  (максимальное давление) при  $r_1^0$ . Величина  $\beta$  в среде без вязкости и в вязкой среде при  $r_*/r_0 = 0,02; 0,01; 0,002$  составляет 2,55; 2,52; 2,43 и 2,37 соответственно. Наиболее интенсивно давление угасает в среде без вязкости. В вязкой среде с увеличением радиуса пузырька, т. е. с увеличением коэффициента вязкости  $\eta$  интенсивность угасания уменьшается. Различие невелико: на расстоянии  $r^0 = 50$  в среде без вязкости и в вязкой среде при  $r_*/r_0 = 0,02$  оно менее 5%.

Таким образом, на близких расстояниях от взрыва максимальное давление более интенсивно убывает в вязкой среде, а на дальних — в среде без вязкости. Ранее подобная закономерность отмечалась в случае плоских волн [3].

На фиг. 6 показаны зависимости  $p^0(t^0)$ ,  $u^0(t^0)$  (сплошные линии) и  $V^0(t^0)$  (штриховые линии) в вязкой среде на расстоянии  $r^0 = 35$  при разных радиусах пузырька. Кривые 1—3 относятся к значениям  $r_*/r_0 = 0,02; 0,01; 0,002$  соответственно. Максимальное давление на участке  $\Delta r^0 = 5$  при увеличении радиуса пузырька на порядок меняется незначительно (на 1—2%). Профиль волны при этом меняется существенно — длительность переходной зоны интенсивного возрастания параметров увеличивается в 5—7 раз. Объем и скорость частиц достигают экстремума в период убывания давления. С увеличением радиуса пузырька время запаздывания увеличивается. Характер спада значений параметров после экстремума при изменении радиуса пузырька на порядок практически не меняется. Увеличение коэффициента вязкости приводит к увеличению интенсивности размывания волны.

Проведем сопоставление значений параметров волны в вязкой среде и в среде без вязкости, но при расчете по динамической диаграмме вязкой среды. В табл. 2 приведены значения  $p^0$ ,  $D^0$ ,  $u^0$ , вычисленные по модели без вязкости при  $\alpha_1 = 0$  и  $0,01$ . В первом случае диаграмма сжатия практически совпадает с динамической диаграммой вязкой среды, а во втором — со статической. Результаты расчета по статической диаграмме, как отмечалось выше, лишь на несколько процентов отличаются от данных для вязкой среды. Из табл. 2 следует, что максимальное давление в вязкой среде уже при  $r^0 = 20$  на порядок меньше, чем при расчетах по динамической диаграмме, скорость частиц и скорость максимума  $D^0$  при этом отличаются в 3 раза. В дальнейшем различие возрастает. Таким образом,



Фиг. 6

параметры волны в вязкой среде существенно отличаются от параметров, вычисленных по динамической диаграмме.

3. Опыты показывают, что в грунтах для взрывных волн существует подобие, с другой стороны, в среде, обладающей объемной вязкостью, подобие не должно соблюдаться. Проведенные расчеты позволяют объяснить это кажущееся противоречие. Пусть в среде с  $\alpha_1 = 0,01$  радиус газовых пузырьков равен 0,05 см. Тогда кривая 1 на фиг. 6 относится к заряду ВВ радиусом  $r_0 = 2,5$  см, а кривая 3 — радиусом  $r_0 = 25$  см. При изменении радиуса на порядок, т. е. массы заряда на три порядка, экстремальные значения давления, скорости частиц и объема взрывной волны меняются на подобных расстояниях лишь на несколько процентов. Уловить такое различие в опытах, учитывая естественный разброс свойств грунта (например, содержания  $\alpha_1$ ), не представляется возможным. Принцип подобия в точности не соблюдается, однако отклонения от него экстремальных значений параметров волн малы и не поддаются экспериментальной проверке. Расчеты показывают, что время нарастания значений параметров волны до экстремума существенно зависит от масштаба явления. С увеличением массы заряда на три порядка на расстоянии  $r^0 = 35$  время нарастания увеличивается в 5—7 раз. Этот результат можно проверить экспериментально. С увеличением массы заряда увеличивается также время запаздывания достижения минимума объема относительно максимума давления.

В работе [9] получено решение задачи о распространении сферической взрывной волны в среде без вязкости на основе модели [6]. Расчеты проведены для пяти водонасыщенных грунтов с содержанием газообразного компонента, менявшимся от нуля до 0,04. Показано, что параметры волны существенно зависят от  $\alpha_1$ . На достаточном удалении от места взры-

Таблица 2

$r^0$	$\alpha_1$	$p^0$		$D^0$		$u^0$	
		0	0,01	0	0,01	0	0,01
5		$0,52 \cdot 10^{-1}$	$0,43 \cdot 10^{-1}$	0,502	0,452	$0,27 \cdot 10^{-1}$	$0,26 \cdot 10^{-1}$
10		$0,17 \cdot 10^{-1}$	$0,93 \cdot 10^{-2}$	0,434	0,323	$0,1 \cdot 10^{-1}$	$0,77 \cdot 10^{-2}$
20		$0,66 \cdot 10^{-2}$	$0,68 \cdot 10^{-3}$	0,407	0,131	$0,43 \cdot 10^{-2}$	$0,14 \cdot 10^{-2}$
30		$0,40 \cdot 10^{-2}$	$0,24 \cdot 10^{-3}$	0,400	0,080	$0,26 \cdot 10^{-2}$	$0,75 \cdot 10^{-3}$
40		$0,28 \cdot 10^{-2}$	$0,13 \cdot 10^{-3}$	0,396	0,057	$0,19 \cdot 10^{-2}$	$0,48 \cdot 10^{-3}$
50		$0,21 \cdot 10^{-2}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	0,394	0,046	$0,15 \cdot 10^{-2}$	$0,36 \cdot 10^{-3}$

вас с увеличением  $\alpha_1$  в этих пределах максимальное давление убывает на два порядка, скорость распространения максимального давления и скорость частиц — на порядок. Сопоставление расчетных данных с результатами опытов, проведенных в водонасыщенных грунтах в полевых условиях при массе заряда ВВ, менявшейся от 1 до 100 кг, показало их хорошую сходимость.

В то же время из расчетов следовало, что волна на всех расстояниях при всех  $\alpha_1$  ударная. В опытах при  $\alpha_1 = 0$  волна действительно ударная, а при  $\alpha_1 > 0$  наблюдается размывание. С возрастанием  $\alpha_1$  время нарастания давления до максимума увеличивается и при  $\alpha_1 = 0,04$  достигает десятка миллисекунд. Расчеты, проведенные на основе модели многокомпонентной среды с объемной вязкостью, показывают, что она точнее и полнее отражает свойства реальных сред, чем модель без вязкости. Экстремальные значения параметров существенно зависят от содержания газообразного компонента и заметно слабее от значения коэффициента вязкости  $\eta$ . Изменение  $\eta$  на порядок меняет их значения на несколько процентов. Размывание взрывной волны, превращение ее из ударной в непрерывную волну сжатия существенно зависит как от  $\alpha_1$ , так и от  $\eta$ . С увеличением  $\alpha_1$  и  $\eta$  интенсивность размывания увеличивается. Экстремальные значения скорости частиц и объема на удалении от взрыва достигаются в период уменьшения давления. Экстремальные значения параметров могут быть приближенно рассчитаны на основе модели без вязкости по статической диаграмме модели вязкой среды, а для определения временных характеристик, т. е. времени достижения этих значений и профиля волны  $p^0(t^0)$ ,  $u^0(t^0)$  и  $V^0(t^0)$ , необходимо применение модели среды с объемной вязкостью.

Авторы выражают благодарность Л. И. Седову и С. С. Григоряну за обсуждение работы.

Поступила 5 XI 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

- Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., «Недра», 1974.
- Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Плоские волны в нелинейных вязких многокомпонентных средах. — ПМТФ, 1977, № 2.
- Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Плоские нестационарные волны в средах с объемной вязкостью. — ПМТФ, 1977, № 5.
- Григорян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов. — ПММ, 1960, т. 24, вып. 2.
- Кошелев Э. А. О развитии камуфлетной полости при взрыве в мягком грунте. — ПМТФ, 1975, № 2.

6. Ляхов Г. М. Ударные волны в многокомпонентных средах.—«Изв. АН СССР. Механ. и машиностр.», 1959, № 1.
7. Legowski Z., Włodarczyk E. Regular reflection of an oblique stationary shock wave from an indeformable plane partition in saturated soil.—«Proc. Vibr. Probl. Pol. Acad. Sci.», 1974, vol. 15, № 2.
8. Chwalczyk F., Włodarczyk E. O pewnej metodzie konstrukcji rozwiązania problemu propagacji płaskiej niestacjonarnej fali uderzeniowej w osrodkach niesprężystych. Biul. Wojsk. akad. techn. im. J. Dabrowskiego, 1971, № 4.
9. Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Сферические взрывные волны в многокомпонентных средах.— ПМТФ, 1974, № 2.
10. Рахматулин Х. А. О распространении волн в многокомпонентных средах.— ПММ, 1969, т. 33, вып. 4.
11. Годунов С. К., Козин Н. С. Структура ударных волн в упруговязкой среде.— ПМТФ, 1974, № 5.
12. Каширский Л. В., Орленко Л. П., Охитин В. Н. Влияние уравнения состояния газа на разлет продуктов детонации.— ПМТФ, 1973, № 2.

УДК 534.231+539.121.7

## ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ ИМПУЛЬСНЫМ ИОНИЗИРУЮЩИМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

*В. Д. Воловик, С. И. Иванов*

(Харьков)

Исследования упругих колебаний, сопровождающих взаимодействие импульсного ионизирующего излучения с твердыми телами, показали, что возникающие в них механические напряжения создаются нестационарной термоупругой объемной силой  $F(r, t)$  [1, 2]

$$(1) \quad F(r, t) = -\Gamma \nabla E(r, t),$$

где  $\Gamma$  — параметр Грюнайзена вещества мишени;  $E(r, t)$  — плотность поглощенной энергии пучка ионизирующего излучения в мишени.

Обычно задачи нестационарной термоупругости требуют совместного решения волнового уравнения и уравнения теплопроводности. Если же импульсный пучок заряженных частиц, взаимодействующий с твердой мишенью, имеет длительность  $\tau_b$ , удовлетворяющую условию

$$(2) \quad \tau_{ei} \ll \tau_b \ll \tau_T \simeq r_b^2/\kappa,$$

то температурное расплывание зоны можно не учитывать за времена порядка действия пучка. Здесь  $\tau_{ei}$  — время установления однотемпературного режима в электронной и ионной подсистемах материала;  $\tau_T$  — характерное время диффузии тепла из зоны нагрева цилиндрическим пучком, радиус поперечного сечения которого  $r_b$ ;  $\kappa$  — коэффициент температуропроводности материала мишени.

Если совместно с условием (2) удается выполнить также и условие  $\tau_s = r_b/s \ll \tau_T$ , то можно считать постоянной температуру нагретой пучком зоны мишени даже за время  $\tau_s$  — время ухода акустической волны, распространяющейся со скоростью  $s$  в среде, из этой зоны. В этом случае решение задачи о величине смещения упругих волн  $u$ , возбуждаемых им-