

10. Иванов Б. И., Калмыков А. А., Лаврентьев Д. А. О возможности инициирования термоядерной реакции сильноточными ионными пучками.— Письма в ЖТФ, 1976, т. 2, № 3.
11. Wintenberg F. Implosion of black body radiation as a driver for inertial confinement fusion.— Atomkernenergy Kerntech, 1980, vol. 35, N 3.
12. Добкин А. В., Косарев И. Б., Немчинов И. В. Излучение плазмы, образованной при ударе быстрых частиц о преграду.— ЖТФ, 1979, т. 49, № 7.
13. Немчинов И. В. Стационарный режим движения нагреваемых излучением паров вещества при наличии бокового растекания.— ПММ, 1967, т. 31, № 2.
14. Маявина Т. Б., Немчинов И. В. Параметры стационарной радиально-симметричной струи паров, нагреваемых излучением ОКГ.— ПМТФ, 1972, № 5.
15. Афанасьев Ю. В., Гамалий Е. Г. и др. Стационарная модель «короны» сферических лазерных мишней.— ЖЭТФ, 1976, т. 71, № 2(8).
16. Кроль В. М., Немчинов И. В. Автомодельные движения газа, нагреваемого неравновесным излучением сплошного спектра.— ПМТФ, 1968, № 5.
17. Бергельсон В. И., Немчинов И. В., Новикова В. В. «Горение» конденсированного вещества под действием излучения сплошного спектра.— ФГВ, 1975, т. 11, № 5.
18. Бергельсон В. И., Немчинов И. В. Нагрев разлетающейся плазмы излучением сплошного спектра.— Физика плазмы, 1981, т. 7, № 2.
19. Просвирина Б. М. Стационарное радиально-симметричное движение паров, подогреваемых излучением сплошного спектра. М.: ВИНИТИ, деп. № 371—79, 1979.
20. Буздин В. П., Добкин А. В., Косарев И. Б. Коэффициенты поглощения излучения, спектральные и интегральные характеристики излучения алюминиевой плазмы в диапазоне температур  $(8-240) \cdot 10^3$  К и относительных плотностей  $3,16 \cdot 10^{-3} - 100$ . М.: ВИНИТИ, деп. № 370—79, 1979.
21. Романов Г. С., Степанов К. С., Сыркин М. И. Спектральные и средние коэффициенты поглощения углеродной плазмы.— Журн. оптики и спектроскопии, 1979, т. 47, № 5.
22. Ельяшевич М. А., Боровик Ф. И., Каськова С. И., Романов Г. С., Степанов К. Л., Сыркин М. И., Толкач В. И. Термодинамические функции и коэффициенты поглощения плазмы висмута и ксенона при температурах до 30 эВ.— В сб.: Тезисы докл. IV Всесоюз. конф. «Динамика излучающего газа». М., 1980.
23. Трубников Б. А. Столкновение частиц в полностью ионизованной плазме.— В сб.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М. И. Леоновича. Вып. 1. М.: Атомиздат, 1963.
24. Сивухин Д. В. Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме.— В сб.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леоновича. Вып. 4. М.: Атомиздат, 1964.
25. Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М. Кинетика частиц плазмы. М.: Атомиздат, 1969.
26. Готт Ю. В. Взаимодействие частиц с веществом в плазменных исследованиях. М.: Атомиздат, 1978.
27. Бете Г. Кvantовая механика. М.: Мир, 1965.
28. Lindhard J., Scharff M. Energy dissipation by ions in the kev region.— Phys. Rev., 1961, vol. 124, p. 128.
29. Фирсов Д. Б. Качественная трактовка средней энергии возбуждения электронов при атомных столкновениях.— ЖЭТФ, 1959, т. 36, № 1.
30. Бергельсон В. И., Немчинов И. В. Численное исследование взаимодействия лазера с преградой в вакууме с учетом спектрального состава излучения, испускаемого образующейся плазмой.— Квант. электроника, 1980, т. 7, № 11.
31. Gratton R., Kelly H., Pais V. On the properties of the plasma generated by irradiating spherical heavy targets by an electron beam.— Plasma Phys., 1978, vol. 20, N 3.

УДК 533.6 : 538.691

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ РАЗЛЕТЕ РЕАКТИВНОЙ СТРУИ В УСЛОВИЯХ ОРБИТАЛЬНОГО ПОЛЕТА

*B. B. Скворцов*

*(Москва)*

При воспламенении рабочего вещества в форкамере управляющего двигателя орбитального летательного аппарата и истечении реактивной струи наряду с нейтральными молекулами и более крупными частицами продуктов горения возникают заряженные частицы. Управляющий двигатель работает обычно импульсами. При истечении струи в сильно разреженную атмосферу газ проходит все режимы движения: от режима сплошной среды до режима, в котором столкновительными процессами можно пренебречь [1—3]. В бесстолкновительном режиме, который будет рассмотрен

в дальнейшем, на вылетающие из двигателя (в более общем случае — на эмиттируемые с поверхности аппарата) частицы с зарядом  $q$  в магнитном поле  $\mathbf{B}$  действует сила  $q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$ , где  $\mathbf{v}$  — скорость частицы относительно поля. Эта сила может оказать возврат частиц на летательный аппарат. Специальный интерес представляет анализ движения тяжелых частиц, имеющих в реальных условиях радиус в диапазоне  $\sim 10^{-9} - 10^{-7}$  м и плотность примерно  $2 \text{ г/см}^3$  (при этом их масса  $M$  оказывается много больше, чем масса молекул атмосферы  $m$ ). Исследование динамики таких частиц необходимо для выяснения их роли в эрозионном действии, оказываемом на элементы конструкции аппарата, а также в формировании сигнала аппаратуре, принцип действия которой основан на регистрации заряженных частиц. Обладая большой массой, тяжелые заряженные частицы имеют большой период вращения в магнитном поле и могут попадать на аппарат с запаздыванием относительно момента выключения двигателя. Как будет видно из дальнейшего, существенное влияние на движение этих частиц может оказывать сила аэродинамического сопротивления окружающей среды. В общем случае заряд рассматриваемых частиц, по-видимому, изменяется со временем, например, вследствие осаждения частиц противоположного знака из ионосфера. В приведенном ниже анализе для упрощения предполагается, что заряд имеет постоянное значение. Обсуждение вопроса о характерном времени нейтрализации заряда частицы дано в конце работы. Кроме того, при выводе соотношений учтено, что скорость частиц в струе и обычно мала по сравнению со скоростью аппарата  $V_0$ .

Для дальнейшего анализа введем систему координат (фиг. 1), ось  $z$  которой направлена по вектору  $\mathbf{V}_0$ , ось  $x$  — вертикально от поверхности планеты, оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  образуют правовинтовую тройку векторов. За начало данной системы координат примем точку траектории летательного аппарата, в которой находился его центр масс в момент включения двигателя, и будем считать в дальнейшем это начало неподвижным относительно магнитного поля. Обозначим через  $\beta$  угол между векторами  $\mathbf{V}_0$  и  $\mathbf{B}$ , через  $\eta$  — нормаль к плоскости, в которой лежат эти векторы (причем  $\eta$ ,  $z$  и  $\mathbf{B}$  образуют правовинтовую тройку), через  $\varepsilon$  — угол между осями  $\eta$  и  $y$ . Пусть  $t_1$  — момент времени, начиная с которого магнитное поле  $\mathbf{B}$  действует на заряженную частицу струи, причем в этот момент частица находилась в точке  $(x_s, y_s, z_s)$  и имела составляющие скорости  $u_x, u_y, u_z$  относительно аппарата.

Для учета силы трения  $F$ , действующей на частицу со стороны молекул окружающей среды, будем считать ее сферой радиуса  $a$ . Тогда  $\mathbf{F} = -\alpha m p a^2 n v^2 \mathbf{v} / v$ . Здесь  $n$  — концентрация газа; коэффициент  $\alpha$  близок к единице [4] при значении скоростного отношения  $S \geq 6$  ( $S = v \sqrt{m/2kT_\infty}$ , где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T_\infty$  — температура газа).

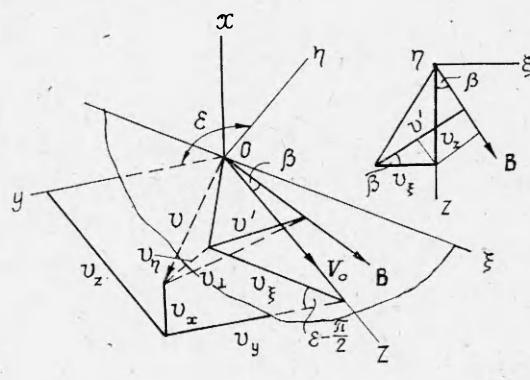
Уравнения движения частицы в магнитном поле имеют наиболее простой вид в системе координат  $\xi, \eta, z$ , ось  $\xi$  которой лежит в плоскости  $(\mathbf{V}_0, \mathbf{B})$  и ортогональна к направлению  $\mathbf{V}_0$  [5]. В этой системе координат модуль скорости частицы  $v$  равен

$$v = (v_\xi^2 + v_\eta^2 + v_z^2)^{1/2}.$$

В условиях орбитального полета составляющая скорости  $v_z$  близка к  $V_0$ , тогда как составляющие  $v_\xi$  и  $v_\eta$  порядка скорости реактивной струи. Поэтому  $v_z^2 \simeq V_0^2 \gg v_\xi^2 + v_\eta^2$  и, следовательно,  $v \simeq V_0$ . Тогда составляющие силы трения на осях  $\xi, \eta, z$  могут быть представлены в виде

$$(1) \quad F_\xi = -\alpha m p a^2 V_0 v_\xi, \\ F_\eta = -\alpha m p a^2 V_0 v_\eta, \\ F_z = -\alpha m p a^2 V_0 v_z.$$

Уравнения движения частицы массы  $M$  под действием магнитного поля и сил аэроди-



Фиг. 1

намического сопротивления для интересующих условий записываются следующим образом (здесь и в дальнейшем точка над буквой означает дифференцирование по времени):

$$(2) \quad M\dot{v}_\xi = qv_\eta B \cos \beta + F_\xi;$$

$$(3) \quad M\dot{v}_\eta = qv_z B \sin \beta - qv_\xi B \cos \beta + F_\eta;$$

$$(4) \quad M\dot{v}_z = -qv_\eta B \sin \beta + F_z.$$

Дифференцирование (3) по времени и его последующее преобразование с учетом (2)–(4) приводят к уравнению затухающих колебаний

$$(5) \quad \ddot{v}_\eta + 2\delta\dot{v}_\eta + \omega_0^2 v_\eta = 0,$$

где

$$(6) \quad \delta = \alpha(m/M)\pi a^2 V_0;$$

$$(7) \quad \omega_0^2 = \omega^2 + \delta^2,$$

причем  $\omega = qB/M$  — циклическая частота вращения частицы в магнитном поле. В рассматриваемом частном случае уравнение (5) не имеет апериодического решения, которому соответствует условие  $\delta^2 \geq \omega_0^2$  [6, 7], т. е.  $\omega^2 \leq 0$ , что противоречит требованию действительности величины  $\omega$  и отличию ее от нуля, если  $B \neq 0$ .

Решение уравнения (5) имеет вид

$$(8) \quad v_\eta = -v_{\perp 1} e^{-\delta(t-t_1)} \sin \omega'(t-t_0),$$

где  $v_{\perp 1}$  — проекция скорости частицы на плоскость, перпендикулярную к  $\mathbf{B}$ , в момент времени  $t_1$  (в отличие от случая, когда сила сопротивления равна нулю, величина  $v_{\perp}$  является функцией времени);  $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ ;  $t_0$  — момент времени, для которого  $v_\eta = 0$ . Приняв во внимание (7), получим, что в рассматриваемом случае  $\omega' = \omega$ .

Подстановка (8) в уравнения (2), (3) и их последующее решение с учетом начальных условий дают

$$(9) \quad v_\xi = v_{\xi 1} + v_{\perp 1} \Psi \cos \beta;$$

$$(10) \quad v_z = V_0 + u_z - v_{\perp 1} \Psi \sin \beta.$$

Здесь

$$(11) \quad \Psi = e^{-\delta(t-t_1)} \cos \omega(t-t_0) - \cos \omega(t_1-t_0).$$

Выражения для компонент скорости  $v_x$ ,  $v_y$  в системе координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  могут быть получены из соотношений

$$(12) \quad v_\xi = v_x \cos \epsilon - v_y \sin \epsilon, \quad v_\eta = v_x \sin \epsilon + v_y \cos \epsilon,$$

которые следуют, например, из геометрических построений, показанных на фиг. 1. В частности, в момент времени  $t_1$  имеем

$$(13) \quad v_{\xi 1} = u_x \cos \epsilon - u_y \sin \epsilon.$$

Приравнивая правые части формул (12), (8), (9) и решая полученную систему уравнений совместно, можно найти

$$(14) \quad v_x = u_x \cos^2 \epsilon - u_y (\sin 2\epsilon)/2 + v_{\perp 1} \Psi \cos \epsilon \cos \beta - v_{\perp 1} [\Phi + \sin \omega(t-t_1)] \sin \epsilon;$$

$$(15) \quad v_y = -u_x (\sin 2\epsilon)/2 + u_y \sin^2 \epsilon - v_{\perp 1} \Psi \sin \epsilon \cos \beta - v_{\perp 1} [\Phi + \sin \omega(t-t_1)] \cos \epsilon.$$

Здесь

$$(16) \quad \Phi = e^{-\delta(t-t_1)} \sin \omega(t-t_0) - \sin \omega(t-t_1).$$

Проекция скорости частицы  $v_{\perp 1}$ , как следует из фиг. 1 (см. также [5]), определена соотношением

$$(17) \quad v_{\perp 1}^2 = v_1'^2 + v_{\eta 1}^2 = [(V_0 + u_z) \sin \beta + v_{\xi 1} \cos \beta]^2 + v_{\eta 1}^2.$$

Интегрирование выражений (10), (14), (15) при условии, что в момент времени  $t_1$  частица находилась в точке с координатами  $x_s, y_s, z_s$  относительно аппарата, приводит к следующим формулам для текущих координат (в дальнейшем  $t - t_1 = \tau$ ):

$$(18) \quad [u_x \cos^2 \varepsilon - u_y (\sin 2\varepsilon)/2 - v_{\perp 1} \cos \varepsilon \cos \beta] \times \\ \times \cos \omega(t_1 - t_0) \tau + [v_{\perp 1}/(\delta^2 + \omega^2)] (\omega \cos \varepsilon \cos \beta + \delta \sin \varepsilon) \Phi + \\ + [v_{\perp 1}/(\delta^2 + \omega^2)] (\omega \sin \varepsilon - \delta \cos \varepsilon \cos \beta) \Psi = x - x_s;$$

$$(19) \quad [u_y \sin^2 \varepsilon - u_x (\sin 2\varepsilon)/2 + v_{\perp 1} \sin \varepsilon \cos \beta] \times \\ \times \cos \omega(t_1 - t_0) \tau + [v_{\perp 1}/(\delta^2 + \omega^2)] (\delta \cos \varepsilon - \omega \sin \varepsilon \cos \beta) \Phi + \\ + [v_{\perp 1}/(\delta^2 + \omega^2)] (\omega \cos \varepsilon + \delta \sin \varepsilon \cos \beta) \Psi = y - y_s;$$

$$(20) \quad [u_z + v_{\perp 1} \sin \beta \cos \omega(t_1 - t_0)] \tau - v_{\perp 1} \sin \beta \frac{\omega}{\delta^2 + \omega^2} \Phi + \\ + v_{\perp 1} \sin \beta \frac{\delta}{\delta^2 + \omega^2} \Psi = z - V_0 t - z_s = z_0 - z_s.$$

Полученные соотношения можно рассматривать как систему уравнений, совместное решение которой позволяет установить связь между промежутком времени  $\tau$ , координатами старта  $x_s, y_s, z_s$  и финиша  $x, y, z_0$ , а также компонентами начальной скорости частицы  $u_x, u_y, u_z$ . Для такого решения примем  $\tau, \Phi, \Psi$  за новые независимые переменные. Тогда искомая связь имеет вид

$$(21) \quad \tau = \frac{D_\tau}{D} = \frac{(x - x_s) \cos \varepsilon - (y - y_s) \sin \varepsilon + (z_0 - z_s) \operatorname{ctg} \beta}{u_x \cos \varepsilon - u_y \sin \varepsilon + u_z \operatorname{ctg} \beta},$$

где  $D$  и  $D_\tau$  — определители однородной и неоднородной систем (18)–(20). Обращает на себя внимание тот факт, что соотношение (21) не содержит явно параметров, определяющих силу аэродинамического сопротивления, и совпадает с аналогичным соотношением для случая, когда  $F = 0$ . Однако от этих параметров зависят компоненты  $u_x, u_y, u_z$  начальной скорости, которой должна обладать частица, чтобы попасть на аппарат за интересующее время.

В формулах (10), (11), (14)–(16) в качестве параметра присутствует неизвестный момент времени  $t_0$ . Он может быть исключен из перечисленных выражений, если принять во внимание, что  $t - t_0 = \tau + t_1 - t_0$ . Кроме того, сравнение (8) и (12) при  $t = t_1$  дает

$$\sin \omega(t_0 - t_1) = v_{\eta 1}/v_{\perp 1} = (1/v_{\perp 1})(u_x \sin \varepsilon + u_y \cos \varepsilon).$$

Отсюда с учетом (17) имеем

$$\cos \omega(t_0 - t_1) = -(1/v_{\perp 1})[(V_0 + u_z) \sin \beta + v_{\xi 1} \cos \beta].$$

Здесь знак выбран из физических соображений, так как фаза  $\omega(t_0 - t_1)$  близка к  $\pi$ .

Подстановка этих соотношений в формулы (10), (11), (14)–(16) приводит к следующему выражению для компонент скорости частицы относительно магнитного поля ( $i, j = 1, 2, 3 = x, y, z$ ):

$$(22) \quad v_i = \sum_{j=1}^3 p_{ij} u_j + \sum_{j=1}^3 q_{ij} u_j e^{-\delta(t-t_1)} \sin \omega(t - t_1) + \\ + \sum_{j=1}^3 r_{ij} u_j e^{-\delta(t-t_1)} \cos \omega(t - t_1).$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 (23) \quad & u_1 = u_x; \quad u_2 = u_y; \quad u_3 = u_z + V_0; \\
 & p_{11} = \cos^2 \varepsilon (1 + \cos^2 \beta); \quad p_{12} = -(\sin 2\varepsilon/2)(1 + \cos^2 \beta); \\
 & p_{13} = \cos \varepsilon \sin 2\beta/2; \quad q_{11} = \sin 2\varepsilon \cos \beta; \quad q_{12} = \cos 2\varepsilon \cos \beta; \\
 & q_{13} = \sin \varepsilon \sin \beta; \quad r_{11} = \sin^2 \varepsilon - \cos^2 \varepsilon \cos^2 \beta; \quad r_{12} = (\sin 2\varepsilon/2) \times \\
 & \times (1 + \cos^2 \beta); \quad r_{13} = -\cos \varepsilon \sin 2\beta/2; \quad p_{21} = (\sin 2\varepsilon/2)(1 + \cos^2 \beta); \\
 & p_{22} = \sin^2 \varepsilon (1 + \cos^2 \beta); \quad p_{23} = -\sin \varepsilon \sin 2\beta/2; \\
 & q_{21} = \cos 2\varepsilon \cos \beta; \quad q_{22} = -\sin 2\varepsilon \cos \beta; \quad q_{23} = \cos \varepsilon \sin \beta; \\
 & r_{21} = (\sin 2\varepsilon/2)(1 + \cos^2 \beta); \quad r_{22} = \cos^2 \varepsilon - \sin^2 \varepsilon \cos^2 \beta; \\
 & r_{23} = \sin \varepsilon \sin 2\beta/2; \quad p_{31} = -\cos \varepsilon \sin 2\beta/2; \quad p_{32} = \sin \varepsilon \sin 2\beta/2; \\
 & p_{33} = \cos^2 \beta; \quad q_{31} = -\sin \varepsilon \sin \beta; \quad q_{32} = -\cos \varepsilon \sin \beta; \quad q_{33} = 0; \\
 & r_{31} = \cos \varepsilon \sin 2\beta/2; \quad r_{32} = -\sin \varepsilon \sin 2\beta/2; \quad r_{33} = \sin^2 \beta.
 \end{aligned}$$

Проинтегрировав (22), получим формулу для смещений частицы вдоль осей координат за время  $\tau$

$$\begin{aligned}
 (24) \quad & x_i - x_{si} = \frac{1}{\omega \left( 1 + \frac{\delta^2}{\omega^2} \right)} \left( \sum_{j=1}^3 q_{ij} u_j + \frac{\delta}{\omega} \sum_{j=1}^3 r_{ij} u_j \right) + \sum_{j=1}^3 p_{ij} u_j \tau + \\
 & + \frac{1}{\omega \left( 1 + \frac{\delta^2}{\omega^2} \right)} e^{-\delta \tau} \left[ \left( \sum_{j=1}^3 r_{ij} u_j - \frac{\delta}{\omega} \sum_{j=1}^3 q_{ij} u_j \right) \sin \omega \tau - \right. \\
 & \left. - \left( \sum_{j=1}^3 q_{ij} u_j + \frac{\delta}{\omega} \sum_{j=1}^3 r_{ij} u_j \right) \cos \omega \tau \right],
 \end{aligned}$$

где  $x_1 = x$ ;  $x_2 = y$ ;  $x_3 = z$ .

При работе различного рода измерительной аппаратуры, чувствительной к заряженным частицам, важной величиной является составляющая их энергии  $E_z$ , связанная с движением относительно аппарата вдоль направления полета. Величину  $E_z$  можно рассматривать при этом как параметр в уравнении

$$(25) \quad v_z - V_0 = -V \sqrt{2E_z/M},$$

решение которого позволяет ответить на вопрос, какой массой и компонентами начальной скорости должна обладать частица с зарядом  $q$ , чтобы через заданный промежуток времени после старта в известном магнитном поле попасть в датчик, находящийся на поверхности аппарата. Знак в уравнении (25) выбран из условия попадания частиц на поверхность.

Для того чтобы решить интересующую нас задачу, уравнения (24) рассматривались как система линейных неоднородных уравнений, в которых  $u_j$  являются независимыми переменными, а  $x_i - x_{si}$  — свободными членами. Решение этой системы находилось по формулам Крамера. Для упрощения полученных соотношений принято во внимание, что в практически интересных случаях имеют место неравенства  $V_0 \tau \gg x_i - x_{si}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). В дальнейшем производилась подстановка полученных значений  $u_j$  в формулу для  $v_z$  в (22), а затем в (25), причем использовалось соотношение  $u_x \cos \varepsilon - u_y \sin \varepsilon = -u_z \operatorname{ctg} \beta$ , которое следует из (21) при  $u_z \tau \gg x_i - x_{si}$ . Эта процедура после громоздких преобразований позволила получить следующее уравнение для полного угла  $\varphi$  поворота

траектории (фазы движения) частицы в магнитном поле ( $\varphi = \omega\tau$ ):

$$(26) \quad \sqrt{\frac{2E_z}{q\tau BV_0^2}} V_\varphi \left[ 1 + \cos 2\beta \left( 1 - e^{-\delta\tau} \frac{\sin \varphi}{\varphi_*} \right) - \frac{(1 - e^{-\delta\tau} \cos \varphi)^2}{\varphi_* \sin \varphi} e^{\delta\tau} \cos 2\beta - \right.$$

$$-\frac{\delta_*^2}{\varphi_*} e^{-\delta\tau} \sin \varphi \cos 2\beta + \frac{2\delta_*}{\sin \varphi} (1 - e^{-\delta\tau} \cos \varphi) e^{\delta\tau} \cos^2 \beta -$$

$$\left. - \frac{\delta_*^2}{\varphi_* \sin \varphi} (1 - e^{-\delta\tau} \cos \varphi)^2 e^{\delta\tau} \cos 2\beta \right] = -\sin^2 \beta \left[ 1 - e^{-\delta\tau} \frac{\sin \varphi}{\varphi_*} - \right.$$

$$-\frac{(1 - e^{-\delta\tau} \cos \varphi)^2}{\varphi_* \sin \varphi} e^{\delta\tau} - \frac{\delta_*}{\sin \varphi} (1 - e^{-\delta\tau} \cos \varphi)^2 e^{\delta\tau} \left( 1 + \frac{\delta_*}{\varphi_*} \right) +$$

$$\left. + \frac{\delta_*}{\sin \varphi} (1 - e^{-\delta\tau} \cos \varphi) e^{\delta\tau} - \delta_* \left( 1 + \frac{\delta_*}{\varphi_*} \right) e^{-\delta\tau} \sin \varphi \right],$$

где

$$(27) \quad \delta_* = \delta/\omega = \delta\tau/\varphi, \quad \varphi_* = \varphi (1 + \delta^2\tau^2/\varphi^2).$$

Величина  $\delta\tau$  в уравнении (26) является функцией от  $\varphi$ . Действительно, если принять во внимание (6), учесть, что  $a = (3/4\pi\rho)^{1/3}M^{1/3}$ , где  $\rho$  — плотность материала частицы, и

$$(28) \quad \varphi = \omega\tau = qB\tau/M,$$

то

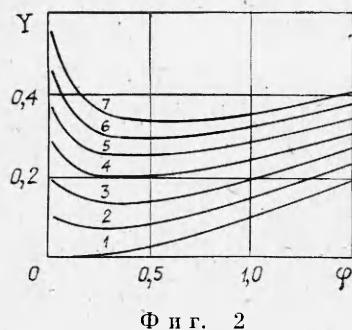
$$(29) \quad \delta\tau = \alpha m n V_0 (3\tau/4\rho)^{2/3} (\pi\varphi/qB)^{1/3} = \delta' \varphi^{1/3}.$$

Уравнение (26) решалось численно. Для того чтобы выяснить особенности этого решения, представим (26) в виде

$$Y = F(\varphi)/(\chi(\varphi) \sqrt{\varphi}) = -b/\sin^2 \beta,$$

где  $F(\varphi)$  и  $\chi(\varphi)$  — выражения в квадратных скобках правой и левой частей уравнения (26) соответственно;  $b = \sqrt{2E_z/(q\tau BV_0^2)}$ . Таким образом, решением уравнения (26) являются точки пересечения кривой  $Y(\varphi)$  и прямой  $b/\sin^2 \beta = \text{const}$ . Оценки, выполненные на основе условия попадания частиц струи на поверхность аппарата под действием силы  $q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$ , показывают, что при  $u \ll V_0$  фаза  $\varphi$  оказывается существенно меньше  $\pi$ . На фиг. 2 показаны зависимости  $|Y(\varphi)|$  при различных значениях параметра торможения  $\delta'$  для примера, в котором  $\beta = 72,5^\circ$ ,  $\epsilon = 141^\circ$  (кривые 1—7 соответствуют  $\delta' = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6$ ). Важная особенность этого семейства характеристик состоит в том, что они имеют минимум, в котором  $Y_m \neq 0$ , если  $\delta' \neq 0$ , и, следовательно, частицы попадают на поверхность с энергией  $E_z$ , превышающей некоторое минимальное значение. Данный результат обусловлен действием на частицу силы аэродинамического сопротивления. Другая особенность в том, что при  $\delta' \neq 0$  имеются два корня уравнения (26). Она следует непосредственно из исходного соотношения для энергии  $E_z = (M/2)(v_z - V_0)^2$ , согласно которому определенное значение величины  $E_z > E_m$  может реализоваться либо вследствие большой скорости частиц при малом значении их массы, либо благодаря большой массе частиц при малой их скорости. Как видно из формулы (28), для первой ситуации характерны большие значения фазы движения частиц в магнитном поле, а для второй — малые.

На фиг. 3, а для различных значений параметра  $\delta'$  показаны зависимости безразмерной массы частиц ( $M' = M(q\tau B)^{-1} = \varphi^{-1}$ ) от параметра  $b$ , являющиеся результатом решения уравнения (26). На фиг. 3, а, б и 4 кривые 1—4 соответствуют  $\delta' = 0,04; 0,16; 0,28$  и  $0,42$ . Углы  $\beta$  и  $\epsilon$  те же, что и на фиг. 2. Выбранный диапазон параметров соответствовал по концентрации нейтральных атомов и молекул высотам 200—300 км земной атмосферы; для вылетающих из двигателя заряженных тяжелых частиц рассматривался диапазон отношения  $E_z/q$  (которое входит в формулу для  $b$ ) примерно 1—200 Дж/Кл. Буквой  $f$  здесь и в дальнейшем обозначены ветви кривых, соответствующие значениям фазы  $\varphi > \varphi_{\min}$  на фиг. 2.



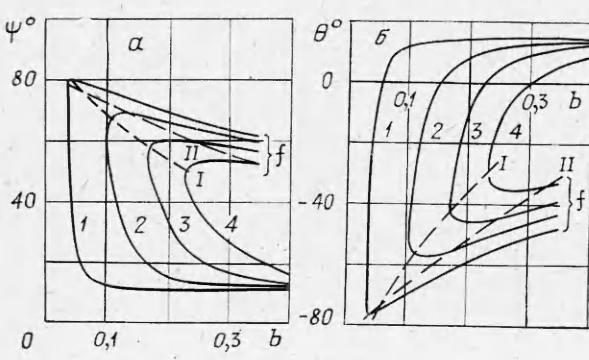
Ф и г. 2

Скорости частиц на практике ограничены сверху скоростью реактивной струи. На фиг. 3, 4 это ограничение показано штриховой линией I

для случая, когда  $u_{\max} = 0,25 V_0$ . Значения зависимых переменных, относящиеся к ветви  $f$  и соответствующие более высоким, чем на ограничивающей кривой, величинам  $b$  (на фиг. 3, a, например, более низкие значения массы) не реализуются. При изменении величины  $u_{\max}/V_0$  в диапазоне 0,2–0,35 эта кривая незначительно изменяет свое положение. В некоторых случаях ограничением является также требование соответствия между знаками начальных компонент скорости и координат частиц, которое вытекает из газодинамических условий разлета частиц в струе. Например, расчеты, выполненные при  $\delta' = 0$ , приводят к противоречию с этими условиями. Из решения уравнений при  $\delta' = 0$  следует, что частицы должны начинать свое движение в полупространстве  $z_s > z_0$ , обладая при этом компонентами скорости  $u_z < 0$ , что не согласуется с газодинамическими условиями. Для случая  $\delta' \neq 0$  это противоречие также может наблюдаться при больших значениях фазы  $\varphi$  (на фиг. 3, a соответствующее ограничение показано штриховой линией II).

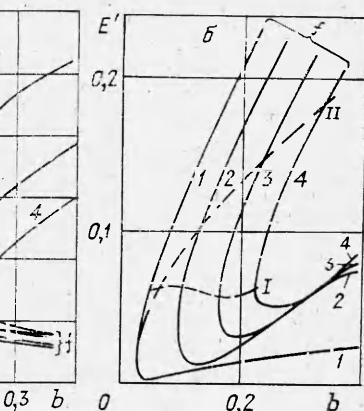
Пересчет величин  $M'$  на реальный масштаб показывает, что при  $\tau \approx 0,2$ –1 с и  $Z \sim 1$  ( $Z = q/e$ , где  $e$  — заряд электрона) значения массы частиц  $M$  лежат в диапазоне примерно от  $10^{-20}$  до  $10^{-16}$  г.

Фиг. 3, б иллюстрирует результаты расчетов полной энергии частиц в системе координат, связанной с аппаратом, в момент их встречи, которые выполнены с использованием формул (22), (23), причем  $E' = E(q\tau BV_0^2)^{-1}$ .



Ф и г. 3

Ф и г. 3



Ф и г. 4

$$\psi = \arctg [v_y/(v_z - V_0)], \quad \theta = \arctg [v_x/(v_z - V_0)],$$

причем  $v_z - V_0 < 0$ .

Увеличение заряда  $Z$ , который может нести частица, при сохранении других условий постоянными приводит к перемещению решений на ветви, соответствующие малым значениям  $\delta'$  и  $b$ . Поскольку параметр  $\delta'$  слабее

Эти расчеты показывают, что для рассмотренных выше условий энергия  $E$  лежит в диапазоне от единиц до сотен электронвольт в зависимости от величины параметров  $\delta'$  и  $b$ . На фиг. 4 приведены функции  $\psi(b)$  и  $\theta(b)$ , для углов, которые вектор скорости частицы при  $q > 0$  составляется с осями  $y$  и  $x$  аппарата в момент финиша. Эти углы определены соотношениями

зависит от  $Z$ , чем  $b$ , то рост  $Z$  при  $E_z = \text{const}$  переводит величину  $b$  в область значений, где решение отсутствует. Отсюда следует, что с увеличением  $Z$  должно расти и минимальное значение  $E_z$ . Вместе с ним, как показывают расчеты, растет и полная энергия частиц  $E$  относительно аппарата. При этом также увеличивается требуемая масса частиц  $M$ .

Наряду с расчетами параметров частиц, результаты которых представлены на фиг. 3, 4, для тех же условий определены разности координат старта и финиша частиц, а также величины  $u$ ,  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ . Эти расчеты показали, что при взаимной ориентации векторов  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{V}_0$ , показанной на фиг. 1, на поверхность аппарата попадают те положительно заряженные частицы, для которых  $y - y_s < 0$ ,  $z - z_s < 0$ ; разность  $x - x_s$  может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от величины фазы  $\varphi$  (т. е. массы частиц). Из расчетов проекций начальной скорости  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  следует, что для этих частиц  $u_z > 0$ , кроме случаев, которые рассмотрены выше, и также  $u_y > 0$ ; величина  $u_x$  может иметь разный знак в зависимости от фазы  $\varphi$ . Следует отметить, что решения при малых значениях  $\varphi$ , как и при больших, имеют ограничение. Параметрами, по которым оно может возникнуть, являются, например, минимальное расстояние между точками старта частиц в струе и их финиша на поверхности аппарата, определяемое положением границы струи, а также минимальное значение начальной скорости частиц. Конкретные значения этих параметров в большей степени зависят от условий формирования струи и заряженных частиц, а также координат точки на поверхности аппарата, которая рассматривается в качестве точки финиша.

Рассмотрим теперь вопрос о нейтрализации заряда интересующая нас частиц, если они движутся в ионосфере, т. е. разреженной плазме. Поскольку размер этих частиц ( $\sim 10^{-8}$  м) мал по сравнению с дебаевским радиусом экранирования электрического поля в ионосфере ( $\sim 10^{-2}$  м) [5], то такие частицы можно считать кулоновскими центрами с текущим зарядом  $Z$ , который нейтрализуется вследствие захвата частиц противоположного знака. Используя выражение для потока частиц, притягивающихся к кулоновскому центру (см. например, [5]), можно получить следующее уравнение для  $Z(t)$ :

$$(30) \quad \dot{Z} + (e^2 N_b S_p / E a) Z + N_b S_p = 0.$$

Здесь  $N_b$  — плотность потока притягивающихся частиц;  $E$  — их энергия на бесконечности;  $S_p$  — характерная площадь сбора. В том случае, когда притягивающимися частицами являются электроны,  $N_b = (n/4)\langle v_e \rangle$ ,  $E = kT_e$ ,  $S_p = 4\pi a^2$ , причем  $n$  — концентрация электронов,  $\langle v_e \rangle$  — их средняя скорость,  $T_e$  — температура (принято во внимание, что  $\langle v_e \rangle$  много больше, чем скорость кулоновского центра). Если исходная частица заряжена отрицательно, то притягивающимися частицами являются ионы. Термовая скорость ионов в ионосфере мала по сравнению со скоростью кулоновского центра, так как в системе координат, связанной с ионосферой, центр имеет скорость порядка  $V_0$  (при  $V_0 \gg u$ ). Поэтому для ионов  $N_b \simeq n V_0$ ,  $E \simeq M_i V_0^2 / 2$ ,  $S_p = \pi a^2$  ( $M_i$  — масса иона).

Решение уравнения (30) имеет вид

$$Z = Z_0 \exp \left( -\frac{e^2 N_b S_p}{E a} t \right) - \frac{E a}{e^2} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{e^2 N_b S_p}{E a} t \right) \right].$$

Таким образом, изменение заряда происходит с постоянной времени  $\tau_n = E a / (e^2 N_b S_p)$ . Оценки показывают, что при концентрации электронов  $\sim 10^4$  см $^{-3}$  и их температуре  $\sim 2000$  К величина  $\tau_n$  составляет около 3 с, если кулоновский центр имеет радиус  $\sim 5 \cdot 10^{-9}$  м. Таким образом, при достаточно низких концентрациях электронов, когда выполняется условие  $t \ll \tau_n$ , заряд положительно заряженной тяжелой частицы можно считать приближенно постоянным. Для отрицательно заряженных кулоновских центров того же радиуса это предположение выполняется и при концентрации  $\sim 10^6$  см $^{-3}$ . Действительно, поскольку  $M_i V_0^2 / 2 \simeq 8$  эВ, то при  $n \sim$

$\sim 10^6 \text{ см}^{-3}$  и  $V_0 \simeq 8 \text{ км/с}$  имеем  $\tau_n \simeq 40 \text{ с}$ , т. е. условие  $\tau \ll \tau_n$  оказывается выполненным.

Автор благодарит Б. М. Сухова, Ю. Е. Кузнецова, А. Л. Стасенко за обсуждение, которое помогло сформулировать данную задачу.

Поступила 22 X 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

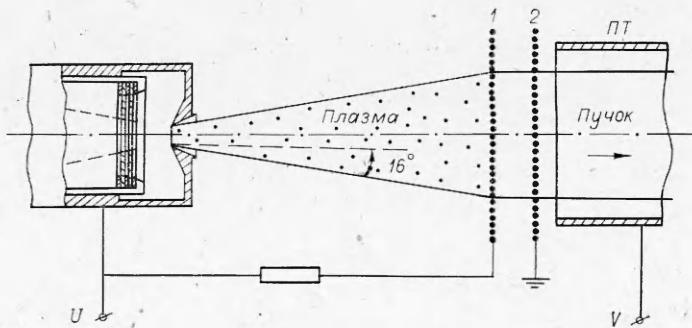
1. Райзер Ю. П. Замечание о разлете газового облака в пустоту.— ПМТФ, 1964, № 3.
2. Стасенко А. Л. Критерий определения «границы» сплошного течения в свободно-расширяющейся струе.— ИФЖ, 1969, т. 16, № 1.
3. Антохин В. М., Балашов Ю. П. и др. Исследования на модели обтекания космического корабля «Союз» реактивными струями управляющих двигателей корабля «Аполлон».— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 3.
4. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
5. Альперт Я. Л., Гуревич А. В., Питаевский Л. П. Искусственные спутники в разреженной плазме. М.: Наука, 1964.
6. Горелик Г. С. Колебания и волны. М.: Физматгиз, 1959.
7. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. Л.— М.: Гостехиздат, 1948.

УДК 621.384.6

### ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ СЕТОЧНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

В. И. Баткин, В. Н. Гетманов, О. Я. Савченко, [Р. А. Хусаинов]  
(Новосибирск)

В работе описывается диагностика плазменной струи, выбрасываемой из анодного отверстия импульсного дугового источника водородной плазмы [1—3]. Передняя часть этого источника вместе с сеточными электродами изображена на фиг. 1. Сетка 1 находится под потенциалом плазмы, сетка 2 заземлена. Поэтому при положительном потенциале плазмы такой сеточный диод формирует протонный пучок [4]. Если диаметр сеток много больше расстояния между ними, то влиянием пространственного заряда между сетками на расходимость пучка можно пренебречь. В ряде случаев можно пренебречь и влиянием поля пространственного заряда после сеток, если сразу же за ними поместить перезарядную трубку (ПТ), в которую напускают газ для нейтрализации пространственного заряда пучка [2, 5]. Поэтому такие сеточные электроды с параллельными нитями, снабженные перезарядной трубкой, формируют пучок, расходимость которого вдоль нитей определяется в основном распределением скоростей протонов в плазменной струе [1, 2]. По фазовой характеристике этого протонного пучка можно восстановить распределение скоростей протонов в плазме в направлении нитей сеток. Особенно просто восстанавливается такое



Фиг. 1