

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 539.421

ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНЕДРЕНИЯ КЛИНОВИДНЫХ ИНДЕНТЕРОВ В ГОРНЫЕ ПОРОДЫ В СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

Е. Н. Шер

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: ensher@gmail.com, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Исследования по определению силы сопротивления внедрению клиновидных индентеров в статических и динамических экспериментах проводились на образцах из оргстекла и мрамора. В статических экспериментах фиксировалась зависимость силы сопротивления внедрению клина от заглубления. Динамические испытания осуществлялись с использованием струнного гравитационного копра. Исследовалась динамика внедрения падающего массивного клина в образец из оргстекла. Сила сопротивления внедрению определялась с помощью акселерометра, установленного на клине. Использование оргстекла в качестве модельного материала позволило установить форму и размеры магистральных трещин, образующихся в среде при внедрении клина. Полученные экспериментальные данные о силе сопротивления внедрению клина и размере образующейся магистральной трещины сравнивались с теоретическими оценками этих величин. Сравнение показало хорошее их соответствие в статических экспериментах на образцах из оргстекла. В динамических экспериментах теоретические оценки силы внедрения оказались меньше экспериментальных максимально на 25 % при хорошем соответствии размеров магистральных трещин.

Моделирование, внедрение клина, статическое нагружение, динамическое нагружение, горные породы, сила сопротивления внедрению, магистральная трещина, верификация расчетов

DOI: 10.15372/FTPRPI20240604
EDN: TRJQZQ

В существующих и перспективных технологиях горного производства широко используется ударное разрушение: при отбойке полезных ископаемых (навесные молоты [1], экскаваторы с ковшами активного действия для открытых работ [2, 3] и динамические струги для подзем-

Исследование выполнено в рамках проекта НИР (номер госрегистрации 124020700085-5). Эксперименты по внедрению клина в образцы горных пород проведены с использованием оборудования ЦКП геомеханических, геофизических и геодинамических измерений СО РАН.

ных работ [4]), при ударно-вращательном способе бурения [5]. Актуальным для совершенствования таких технологий является разработка расчетных методов оценки разрушающего действия ударного органа механизмов на породный массив. К настоящему времени на основе анализа большого объема экспериментальных исследований выявлена качественная картина процесса разрушения при ударе жесткого индентора по свободной границе твердой среды [6]. Отмечается, что в начале внедрения индентора возле точки контакта образуется зона пластического течения. В случае с острым коническим индентором возникающая на оси внедрения в результате пластической деформации микротрещина перерастает в медианную трещину, находящуюся в плоскости симметрии [7–9]. Дальнейшее увеличение нагрузки на индентор приводит к ее устойчивому росту.

Аналогичная картина наблюдается и при внедрении клина [10–12]. Его разрушающее действие подробно исследовано в плоской постановке задачи о взаимодействии клина и хрупкой горной породы [13]. В указанных работах с использованием аппарата механики трещин разработаны расчетные модели определения параметров развивающейся магистральной трещины при внедрении падающего массивного клина и динамики его движения. В [14] рассмотрена в трехмерной постановке задача о внедрении клина с ограниченной шириной лезвия в упругое полупространство нормально к его поверхности. Рассчитана форма образующейся плоской трещины, имеющая вид полуовала, описанного вокруг кромки внедряющегося клина. Аналогичный результат получен при экспериментальном моделировании на образцах из оргстекла. Для расчета движения инструмента горных машин с клиновидным индентором в процессе его внедрения в породу и развития магистральной трещины, определяющей разрушение в хрупкой горной породе, важное значение имеет коэффициент жесткости породы. Расчетная схема силовых и кинематических характеристик при внедрении клиновидного инструмента и развития магистральной трещины, позволяющая определять зависимость коэффициента жесткости породы при внедрении клина от геометрических его параметров и механических свойств породы, разработана в [15].

В настоящей статье приведены результаты определения в статических и динамических экспериментах силы сопротивления хрупкой среды внедрению клиновидных инденторов. По полученным данным проведено сравнение с теоретическими расчетами.

СТАТИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ

Экспериментальные исследования характеристик процесса внедрения клиновидного инструмента в горную породу проводились на мраморе и модельном материале — оргстекле, прозрачность которого позволяет визуализировать развитие трещин, сопровождающих внедрение клина в хрупкую среду.

Для испытаний изготавливались образцы размерами $150 \times 150 \times 150$ мм из мрамора, и $200 \times 135 \times 100$ мм из оргстекла. В качестве клиновидного инструмента использовался стальной цилиндр с клиновидной головной частью массой 2.3 кг. Угол приострения клина составлял $\gamma = 30^\circ$, ширина лезвия $2L = 2.8$ см, Коэффициент трения в паре “сталь – оргстекло” $\mu = 0.3$. При испытаниях на сервогидравлическом прессе Instron 8802 клин внедрялся в центр большей грани образца перпендикулярно ей со скоростью 0.5 мм/мин. Фиксировались сила внедрения $F(t)$ и заглубление $h(t)$. Экспериментальная зависимость силы внедрения от заглубления в образец из оргстекла приведена на рис. 1а (кривая 1). Кривая 2 соответствует теоретической оценке такой зависимости.

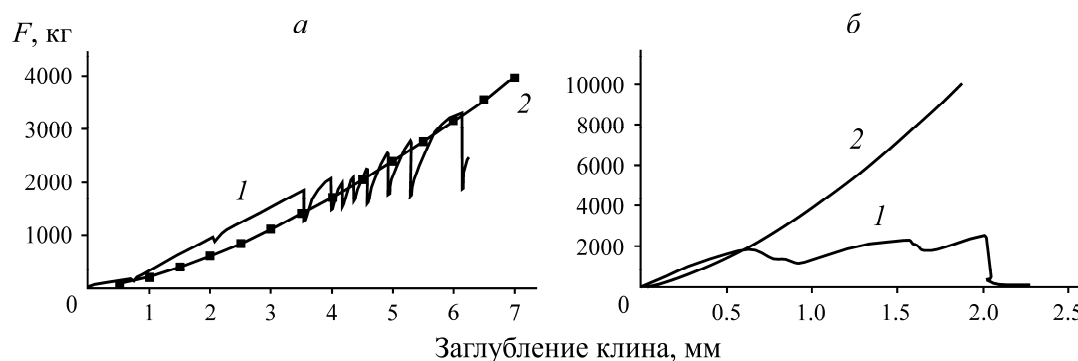


Рис. 1. Зависимость силы внедрения клина от заглубления в образцах из оргстекла (а) и мрамора (б): 1 — эксперимент; 2 — теория

Характерная особенность экспериментальной зависимости силы внедрения клина от заглубления в образец из оргстекла (рис. 1а, кривая 1) — нарушение монотонности роста силы внедрения, ее срывы и вновь нарастание при заглублении клина. При этом процесс внедрения клина сопровождался громким треском. Объяснением может служить предположение, что магистральная трещина, развивающаяся при внедрении клина, с некоторого момента подрастает скачками, сохраняя равновесное в среднем с нагрузкой на клин состояние.

Сравним полученный результат с приближенной аналитической зависимостью силы сопротивления внедрению клина от заглубления из [15], где разработана в трехмерной постановке расчетная схема и программа численного решения в рамках упругой постановки задачи определения сопротивления внедрению клина, моделируемого дислокационной площадкой, в хрупкую среду с учетом трения и развития магистральной трещины. Подтверждена ее работоспособность сравнением с аналитическим решением задачи о равновесном развитии дисковой трещины в упругом пространстве при центральном ее нагружении давлением на круге ограниченного радиуса. Такое решение является хорошим приближением к результатам численных расчетов задачи о внедрении клина в хрупкую среду.

Сила сопротивления внедрению клина приближенно определяется как

$$F_t = \frac{2\pi^{3/2} \operatorname{tg}(\alpha) k(\alpha, \mu) \sqrt{L} h^{3/2}}{A}, \quad (1)$$

где

$$k(\alpha, \mu) = \frac{\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha)}{\cos(\alpha) - \mu \sin(\alpha)}, \quad A = \frac{32(1 - \nu^2)}{3E},$$

E , ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона упругой среды; α , μ — половина угла приострения клина и коэффициент трения материала клина о среду внедрения; L — полуширина лезвия клина; h — внедрение клина [15].

В расчетах по (1) применительно к проведенным экспериментам принималось: $\alpha = 15^\circ$, $\mu = 0.3$, $L = 1.4$ см, для оргстекла $E = 3 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0.3$. В этом случае $F_t = C_1 h^{3/2}$ ($C_1 = 0.677 \cdot 10^8$ Па·м^{1/2}). Кривая 2 (рис. 1), построенная по этой зависимости, достаточно хорошо соответствует экспериментальной зависимости. Расчетная схема из [15] позволяет рас-

считать и поперечный размер трещины по силе сопротивления внедрению клина. В эксперименте такой размер $l_{cr} = 4.2$ см можно определить по фотографии трещины после испытания (рис. 2), при котором максимальная сила внедрения составила $F = 31500$ Н. Теоретически равновесный поперечный размер трещины l_t находится приблизительно через усилие вдавливания клина по формуле

$$l_t = \frac{1}{\pi} \left(\frac{F}{K_{IC} k(\alpha, \mu)} \right)^{2/3}. \quad (2)$$

Здесь K_{IC} — критический коэффициент интенсивности напряжения среды. При $K_{IC} = 10^6$ Па·м^{0.5} для оргстекла $k(15, 0.3) = 0.62$, $F = 31500$ Н получаем значение $l_{cr} = 4.3$ см, близкое к экспериментальному.

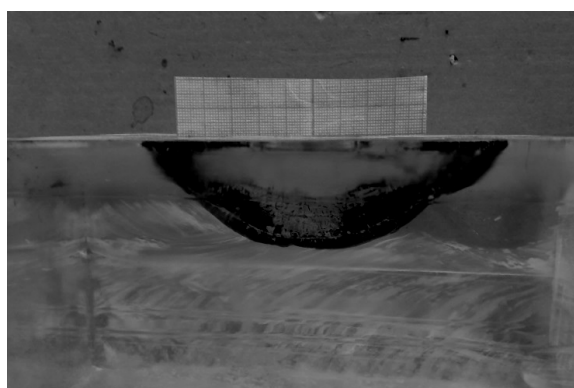


Рис. 2. Образец из оргстекла с трещиной, образовавшейся после окончания внедрения клина в статическом эксперименте

Аналогичные расчеты выполнены для случая внедрения клина в кубический образец из мрамора. Согласно [16], модуль Юнга мрамора $E = 4.4 \cdot 10^{10}$ Па. Отсюда для внедрения того же клина, что и в эксперименте с оргстеклом, для мрамора получаем коэффициент, определяющий силу сопротивления внедрения клина в среду $C_1 = 9.93 \cdot 10^8$ Па·м^{1/2}. Соответствующая этому значению зависимость силы сопротивления внедрению клина от заглубления приведена на рис. 1б (кривая 2). Видно, что она близка к экспериментальной зависимости на первом этапе роста силы сопротивления, за которым в эксперименте последовал ее значительный спад. Дальнейшее внедрение клина сопровождалось еще двумя этапами роста и спада силы сопротивления внедрению, закончившегося разделением образца мрамора на две части. Сила сопротивления оказалась намного меньше предсказанной теоретически. Объясняется это структурой образца из мрамора, который имеет ярко выраженное слоистое строение. И если на первом этапе происходило внедрение клина в однородную часть образца, то в дальнейшем магистральная трещина развивалась вдоль ослабленного слоя, параллельного ей, при котором происходил разлом образца на две части, что привело к значительному уменьшению сопротивления внедрения по отношению к развитию трещины в однородном образце.

Испытания по статическому внедрению клина в хрупкую однородную среду на примере оргстекла и частично мрамора показали, что полученные ранее теоретические оценки зависимости силы сопротивления среды от заглубления клиновидного инструмента и размера маги-

стральной трещины с хорошей точностью близки к получаемым в эксперименте. Горные породы со структурными особенностями требуют при определении силы сопротивления внедрению клиновидного инструмента особого рассмотрения.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ

Динамические испытания проводились с помощью струнного гравитационного копра, конструкция рабочего инструмента которого выполнена на основе инструмента с клином и углом заострения 30° , который использовался в статических экспериментах. Масса инструмента 2.3 кг, ширина клиновидной части $2L = 28$ мм. На верхний торец инструмента крепился акселерометр 8309 фирмы Брюль и Кьер, сигнал с него через АЦП Е-1440 записывался в компьютер. Проведена серия испытаний с целью определения силы торможения клина в процессе удара и характерных размеров трещин, образовавшихся от удара клина в блоке оргстекла. Клин сбрасывали на образец толщиной 3.5 см сначала с высоты $H = 2.5$ см без образования трещины под клином, затем высоту постепенно увеличивали. Начиная с высоты 7 см под клином образовывались магистральные трещины. Для визуализации трещин после удара их подкрашивали для контраста и измеряли характерные размеры: глубину проникания в образец l_{cr} и максимальную ширину $2b_{cr}$. Сила торможения клина определялась по сигналу акселерометра, установленного на нем, а по осциллограмме силы от времени — максимальное значение силы F_e в процессе ударного взаимодействия. Полученные значения максимальной силы торможения клина и параметров трещин в зависимости от предударной скорости клина приведены в таблице.

Параметры экспериментов по динамическому внедрению клина в образец из оргстекла, максимальные силы торможения клина и размеры образовавшейся магистральной трещины

Номер эксперимента	H , см	V_0 , м/с	F_e , кН	F_t , кН	l_{cr} , мм	l_t , мм	b_{cr} , мм
1	2.5	0.70	2.33	1.75	0	0	14.0
2	3.5	0.84	3.04	2.18	0	0	14.0
3	4.5	0.95	3.57	2.53	0	0	14.0
4	5.5	1.05	3.66	2.85	0	0	14.0
5	7.5	1.22	4.73	3.41	0	0	14.0
6	10.0	1.40	5.38	4.02	3.5	3.63	14.5
7	12.0	1.50	6.02	4.37	5.5	4.90	16.5
8	15.0	1.70	5.42	5.08	6.5	7.10	18.5
9	20.0	2.00	7.12	6.17	7.0	9.90	16.5
10	25.0	2.20	7.56	6.92	10.0	11.60	19.5
11	30.0	2.40	8.60	7.68	12.0	13.30	22.5

Примечание. H — высота падения клина; V_0 — предударная скорость внедрения ударника; F_e — максимальная сила торможения клина; F_t — теоретическое значение силы торможения, рассчитанное по модели 1; l_{cr} — поперечные по отношению к кромке клина размеры трещины; l_t — поперечные размеры трещины, рассчитанные по модели 2; b_{cr} — полуширина трещины на свободной поверхности.

Эксперименты показали, что качественный характер процесса внедрения в хрупкую среду зависит от предударной скорости клина. При $V_0 < 1.22$ м/с образование видимой трещины не происходит. Наблюдается след упругопластического внедрения. Клин после удара отскакивает от поверхности блока, на осциллограмме ускорения клина наблюдаются повторные его

падения. При больших скоростях фиксируется развитие магистральной трещины, по форме близкой к овалу, описанному вокруг кромки клина. Фотография такой трещины, полученной в эксперименте № 11, представлена на рис. 3. Над трещиной на месте клина расположена масштабная полоска с миллиметровыми делениями.

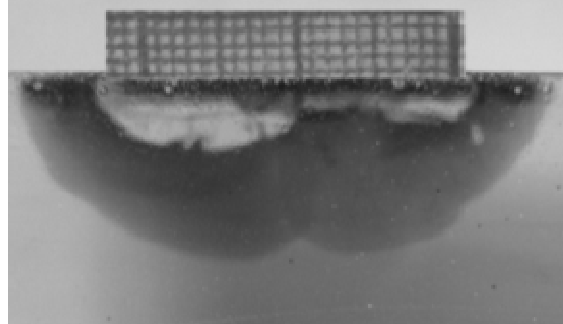


Рис. 3. Трещина, образовавшаяся после удара клина со скоростью 1.4 м/с в образце из оргстекла, полученная в эксперименте № 11

Типичные осциллограммы ускорений клина при ударе по поверхности образца с разной предударной скоростью приведены на рис. 4. Кривые 1 соответствуют ускорению после фильтрации низких частот сигнала акселерометра с пороговой частотой 10 кГц, кривые 2 — сигналу акселерометра без фильтрации в полосе частот до 20 кГц.

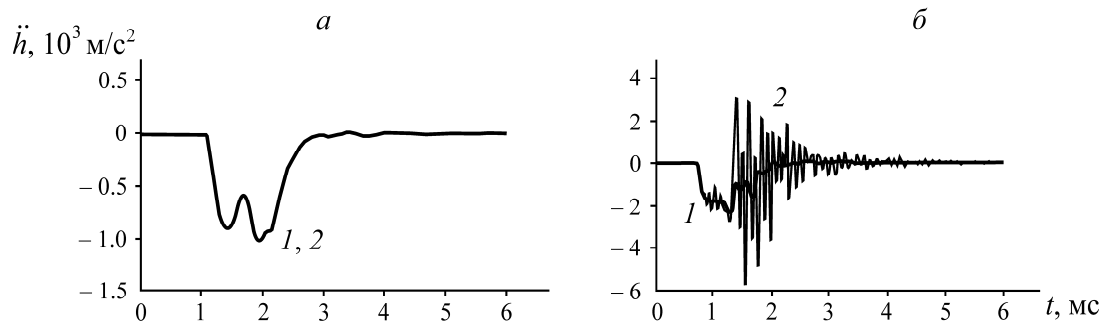


Рис. 4. Осциллограммы ускорений клина с предударной скоростью 0.7 (а) и 1.4 м/с (б)

Осциллограмма рис. 4а характерна для экспериментов № 1–5 с предударной скоростью $V_0 < 1.22$ м/с, в которых не фиксировалось появление магистральной трещины. В этих экспериментах кривые 1 и 2 практически совпадают. На осциллограмме (рис. 4б), характерной для экспериментов с $V_0 > 1.22$ м/с, наблюдается высокочастотная составляющая, вызванная резонансным откликом акселерометров на автоколебания клина при его внедрении в развивающуюся трещину в условиях сухого трения его граней с берегами трещины.

Зависимость максимальной силы внедрения клина в образец от предударной скорости показана на рис. 5 (кривая 1). Теоретически она может определяться из расчета движения внедряющегося клина в предположении равновесного развития магистральной трещины и сопротивления внедрению клина согласно статическому его значению, определяемому по (1), во всем диапазоне предударных скоростей. В этом случае (модель 1) движение клина массой m , имеющего предударную скорость V_0 , описывается уравнением Ньютона:

$$m\ddot{h} = -C_1 h^{3/2}. \quad (3)$$

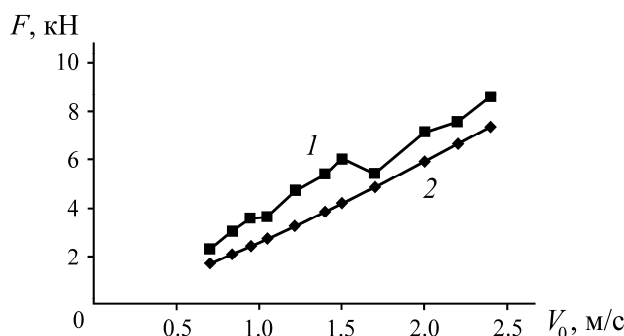


Рис. 5. Экспериментальная зависимость максимальной силы торможения клина от его скорости при ударе по поверхности блока из оргстекла (1). Кривая 2 рассчитана по модели 1 для оргстекла

Из (3) следует зависимость скорости движения клина от глубины внедрения:

$$V(h) = \sqrt{V_0^2 - \frac{4}{5} \frac{C_1}{m} h^{5/2}}.$$

Подставляя нулевую скорость в момент останова клина, имеем максимальное внедрение клина:

$$h_{\max} = \left(\frac{5m}{4C_1} \right)^{2/5} V_0^{4/5}.$$

Максимальная сила сопротивления внедрению равна

$$F_{\max} = C_1^{2/5} \left(\frac{5m}{4} \right)^{3/5} V_0^{6/5}. \quad (4)$$

Расчет по (4) для приведенных параметров клина и оргстекла представлен на рис. 5 (кривая 2). Теоретическая зависимость (4) повторяет характер экспериментальной, при этом дает заниженную на 25 % максимальную силу сопротивления внедрению клина в интервале $V_0 > 1.22$ м/с. Для более точного описания экспериментов, согласно которым при предударной скорости клина $V_0 < 1.22$ м/с развитие магистральной трещины не происходило и поэтому соотношение (4) необоснованно, необходимо определить закон торможения клина при его внедрении в этих условиях.

Экспериментальная зависимость (рис. 5, кривая 1, $V_0 < 1.22$ м/с), когда не происходит образование трещины, близка к линейной. Это свидетельствует о том, что упруго-пластический режим взаимодействия клина с образцом из оргстекла может описываться линейным законом зависимости силы внедрения от заглубления клина $F = C_0 h$ (C_0 — коэффициент жесткости среды внедрению, определяемому упругой податливостью и частично пластическим течением). Для приближенного описания данных эксперимента предлагается закон движения клина (модель 2):

$$\begin{aligned} m\ddot{h} &= -C_0 h \quad \text{при } h < h_0, \\ m\ddot{h} &= -C_0 h_0 - C_1 (h - h_0)^{3/2} \quad \text{при } h > h_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь C_1 — жесткость среды при внедрении клина, сопровождающегося раскрытием магистральной трещины, находится по (1); h_0 — критическое значение внедрения, при котором начинает развиваться магистральная трещина и изменяется закон движения клина.

В этой модели принято, что до достижения некоторого критического внедрения, соответствующего скорости $V_0 = 1.22$ м/с, развитие трещины не происходит. При бóльшей глубине внедрения к критическому усилию $F_{cr} = C_0 h_0$ присоединяется сопротивление внедрению клина, сопровождающееся раскрытием берегов магистральной трещины.

Начальные значения задачи первого этапа при $t = 0$: $h = 0$, $\dot{h} = V_0$. Решение первого уравнения в (5) имеет вид: $h = (V_0 / \omega) \sin(\omega t)$, $\omega = \sqrt{C_0 / m}$. Отсюда максимальное значение h при $V_0 = V_{cr} = 1.22$ м/с равно $h_0 = V_{cr} / \omega$. Согласно таблице, максимальная сила торможения при $V_0 = 1.22$ м/с составляет $F_{cr} = 4730$ Н. Из этих данных и приведенного решения задачи следует $h_0 = V_{cr}^2 m / F_{cr} = 0.728$ мм. Такое внедрение достигается при скорости клина $\dot{h} = V_1 = \sqrt{V_0^2 - V_{cr}^2}$.

Полученные значения внедрения и скорости клина принимаются как начальные для расчета второго этапа движения клина согласно уравнению

$$m\ddot{h} = -F_{cr} - C_1(h - h_0)^{3/2}.$$

Интеграл энергии данного уравнения позволяет получить равенство, из которого можно определить дополнительное внедрение клина $y = h - h_0$, обусловленное раскрытием магистральной трещины, и силу сопротивления внедрению клина F :

$$m \frac{V_1^2}{2} - yF_{cr} - \frac{2}{5} C_1 y^{5/2} = 0, \quad F = F_{cr} + C_1 y^{3/2}. \quad (6)$$

Расчеты по формулам (6) выполнены применительно к проведенному динамическому эксперименту разрушения образцов из оргстекла падающим клином массой 2.3 кг, углом заострения 30° , шириной лезвия 2.8 см. В расчетах принималось: модуль Юнга $E = 3 \cdot 10^9$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$; коэффициент трения клина об оргстекло $\mu = 0.3$. При таких параметрах, как и при обработке данных статических экспериментов, $C_1 = 0.677 \cdot 10^8$ Па·м^{1/2}. Результаты зависимости максимальной силы торможения клина от его начальной скорости при ударе по поверхности блока из оргстекла приведены на рис. 6. Теоретическая зависимость (кривая 3), полученная расчетами решения системы (6), практически совпадает с экспериментальной (кривая 1) на интервале скорости $V_0 < 1.22$ м/с, но при бóльшей скорости дает заниженное значение силы сопротивления внедрению относительно экспериментального, хотя и подтверждает качественно ее монотонное увеличение с ростом начальной скорости клина.

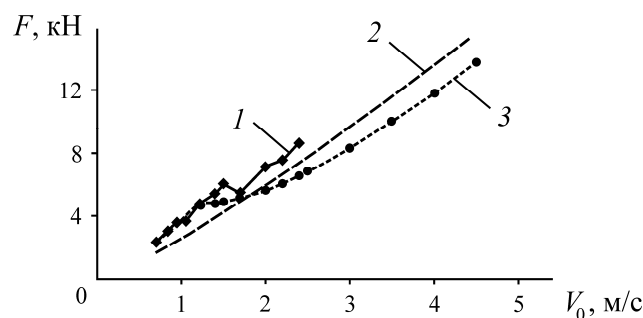


Рис. 6. Экспериментальная зависимость максимальной силы торможения клина от его начальной скорости при ударе по поверхности блока из оргстекла (1). Кривые 2, 3 рассчитаны для оргстекла по моделям 1 и 2

Для определения применимости предлагаемых расчетных схем при моделировании процесса внедрения клиновидного инструмента в образец из оргстекла необходимо оценить соответствие данных теории и эксперимента по размеру магистральной трещины, возникающей в образце при ударе клином со скоростью V_0 . В соответствии с таблицей на рис. 7 (кривая 1) приведена экспериментальная зависимость поперечного размера трещины l_{cr} от предударной скорости клина. Расчетные значения размеров магистральной трещины, приведенные на рис. 7 кривой 2, получены по (2) и теоретическим значениям силы сопротивления внедрению. Видно, что по размеру магистральной трещины соответствие данных теории и эксперимента вполне удовлетворительное.

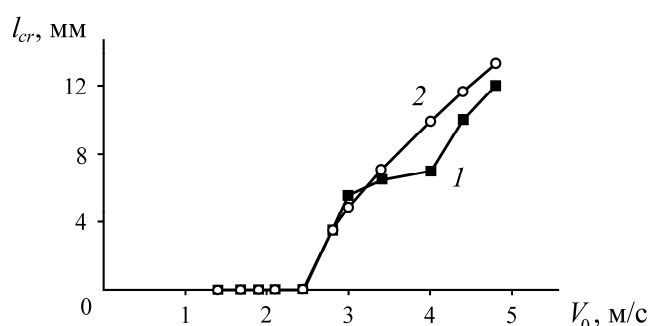


Рис. 7. Зависимость поперечного размера магистральной трещины от предударной скорости клина в эксперименте (1) и в расчетах по модели 2 (2)

ВЫВОДЫ

Проведены модельные эксперименты определения силы сопротивления внедрению в горные породы клиновидных инденторов на образцах из оргстекла и мрамора в статических и динамических условиях нагружения. На образцах из оргстекла удалось определить параметры магистральных трещин в зависимости от заглубления клина и его начальной скорости.

Экспериментальные данные сравнивались с теоретическими оценками этих величин. Сравнение показало хорошее их соответствие в статических экспериментах на образцах из оргстекла, в динамических экспериментах теоретические оценки силы внедрения оказались меньше экспериментальных максимально на 25 % при хорошем соответствии размеров магистральных трещин. Экспериментальное подтверждение показало правомерность использования найденных ранее аналитических зависимостей для оценки силы сопротивления среды и размера магистральной трещины при внедрении клиновидного инструмента в зависимости от его заглубления, геометрии клина и параметров горной породы. Такие расчеты могут применяться при проектировании ударных узлов горных машин.

Значительное различие данных эксперимента и теоретических оценок получено в испытаниях мраморного образца. Оказалось, что использованный в эксперименте мрамор имеет ярко выраженную слоистую структуру и внедрение клина происходило вдоль слоев. В результате сила сопротивления внедрению оказалась значительно меньше теоретического значения. Это свидетельствует о том, что горные породы со структурными особенностями, в отличие от однородных, требуют в определении силы сопротивления внедрению клиновидного инструмента особого рассмотрения.

Автор выражает благодарность П. А. Цою за помощь в проведении экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ушаков Л. С., Котылев Ю. Е., Кравченко В. А. Гидравлические машины ударного действия. — М.: Машиностроение, 2000. — 415 с.
2. Маттис А. Р., Ческидов В. И., Яковлев В. Л., Новопашин М. Д., Лабутин В. Н. Безвзрывные технологии открытой добычи твердых полезных ископаемых. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2007. — 335 с.
3. Городилов Л. В., Лабутин В. Н. Перспективы создания ковшей активного действия к гидравлическим строительным экскаваторам // Материалы V Междунар. науч. симп. “Ударно-вибрационные системы, машины и технологии”, 23–25 апреля 2013 г. — Орел: ОрелГТУ, 2013. — С. 112–119.
4. Горбунов В. Ф., Лазуткин А. Г., Ушаков Л. С. Импульсный гидропривод горных машин. — Новосибирск: Наука, 1986. — 195 с.
5. Крюков Г. М. Физика разрушения горных пород при бурении и взрывании. — Т. 1. — М.: Горн. кн., 2006. — 330 с.
6. Колесников Ю. В., Морозов Е. М. Механика контактного разрушения. — М.: ЛКИ, 2010. — 224 с.
7. Lawn B. R., Evans A. G., and Marshall D. B. Elastic/plastic in indentation damage in ceramics: the median/radial crack system, J. Amer. Ceram. Soc., 1980, Vol. 63, No. 9–10. — P. 574–581.
8. Lawn B. R. and Wilshav T. R. Indentation fracture: principles and application, J. Mater. Sci., 1975, Vol. 10, No. 6. — P. 1049–1081.
9. Lawn B. R. and Swain M. V. Microfracture beneath point indentation in brittle solids, J. Mater. Sci., 1975, Vol. 10, No. 1. — P. 113–122.
10. Maurer W. C. and Rinehart J. S. Impact crater formation in rock, J. Appl. Phys., 1960, Vol. 31, No. 7. — 1247.
11. Paul B. and Sikarskie D. A preliminary theory on static penetration by a ridge wedge into brittle rock material, Transaction of SME-AIME, 1965. — P. 372–383.
12. Башеев Г. В., Ефимов В. В., Мартынюк П. А. Расчетная модель разрушения горных пород клиновидным ударным инструментом // ФТПРПИ. — 1999. — № 5. — С. 53–61.
13. Башеев Г. В. Расчетная модель откола куска горной породы при ударе клином под уступ // ФТПРПИ. — 2004. — № 5. — С. 77–89.
14. Шер Е. Н., Ефимов В. П. Трехмерное моделирование развития трещины в твердом теле при внедрении жесткого клина // ФТПРПИ. — 2015. — № 6. — С. 43–48.
15. Шер Е. Н. Численная оценка сопротивления внедрению клиновидного инструмента в хрупкий породный массив с учетом равновесного развития магистральной трещины // ФТПРПИ. — 2021. — № 6. — С. 85–94.

*Поступила в редакцию 04/X 2024
После доработки 26/X 2024
Принята к публикации 08/XI 2024*