

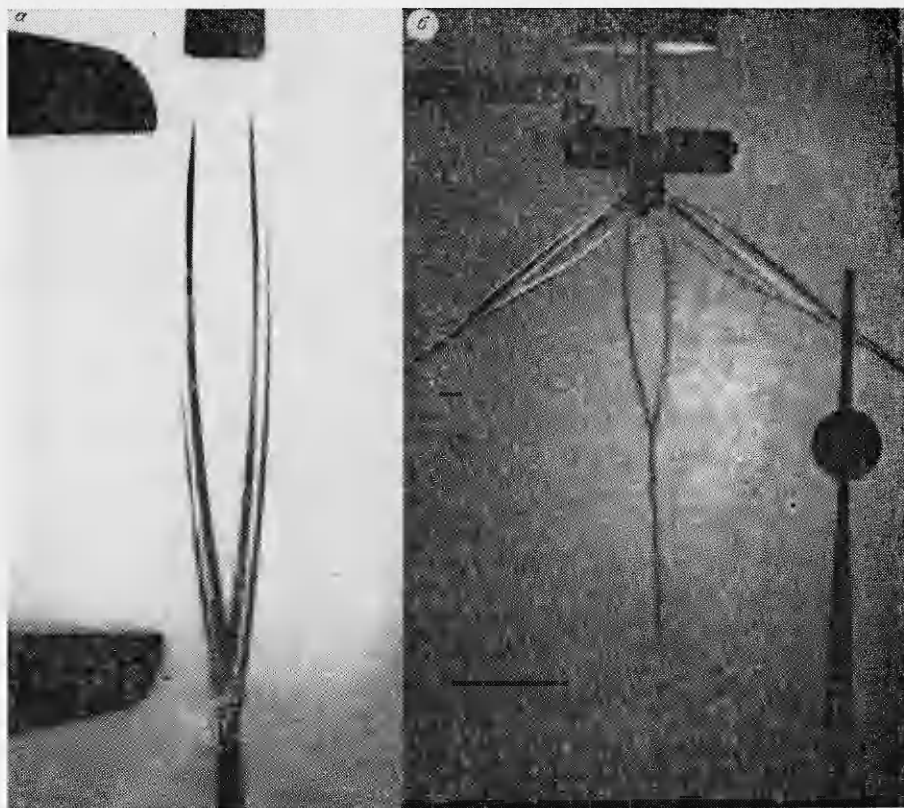
О ДИНАМИКЕ ПЛЕНОК ЖИДКОСТИ. ПЛОСКИЕ ПЛЕНКИ СО СВОБОДНЫМИ РЕБРАМИ

В. М. Ентов, А. Н. Рожков, У. Ф. Фейзханов,
А. Л. Ярин

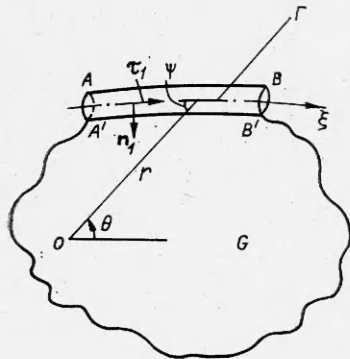
(Москва)

При истечении жидкости из тонких щелей конечной ширины («щелевых сопел или насадков») образуются характерные веерообразные плоские струи (свободные динамические пленки), ограниченные по краям свободными «ребрами» — краевыми струями [1] (рис. 1, а). В еще более чистом виде подобное течение реализуется, если из динамической пленки, возникающей, например, при натекании струи на препятствие, вырезать небольшой участок, поставив на пути жидкости два тонких ножа или проволоочки [2]. Ясно, что форма пленки и поле скоростей в ней несут информацию о поле напряжений, и количественный анализ подобных течений может стать средством изучения реологии жидкости. Наряду с этим анализ течения в пленке и свободных ребрах на ее краях важен для понимания условий дробления и распыливания жидкости. Ниже излагаются результаты теоретического и экспериментального исследования свободных пленок с краевыми струями для идеальных и уруговязких жидкостей.

1. Постановка задачи. Используя тонкость пленки и краевой струи, можно строить описание течения как сочетание двумерных уравнений в области G , занятой пленкой, с одномерными «струйными» уравнениями на оси Γ краевой струи. Особенность краевой струи состоит лишь в наличии обмена массой и импульсом с пленкой по боковой поверхности струи. Движение жидкости в пленке и ребре удобно описывать в полярной системе координат (r, θ) в срединной поверхности пленки. Рассмотрим малый отрезок $ABB'A'$ свободного ребра на краю стационарной плоской пленки G (рис. 2), считая течение в свободном ребре квазиодномерным. Это равно-



Р и с. 1



Р и с. 2

сильно предположению, что жидкость, попадающая внутрь свободного ребра из пленки G через границу $A'B'$, мгновенно перемешивается с жидкостью, движущейся внутри него. В выделенный отрезок ребра через площадки AA' и $A'B'$ за время dt втекает масса жидкости, равная

$$\rho (V_{\xi} f) |_{AA'} dt + \rho (V_r \sin \psi + V_{\theta} \cos \psi) h |_{A'B'} d\xi dt,$$

а вытекает через площадку BB' — $\rho (V_{\xi} f) |_{BB'} dt$. Здесь ρ — плотность жидкости; f — площадь сечения свободного ребра; V_{ξ} — скорость движения жидкости по оси ребра Γ , вдоль которой отсчитывается координата ξ ; V_r и V_{θ} — радиальная и азимутальная компоненты скорости в пленке на площадке $A'B'$; h — толщина пленки; ψ — угол между направлением радиуса и касательной τ_1 к оси Γ . Составляя баланс массы для выделенного участка ребра $ABB'A'$, получим уравнение неразрывности для свободного ребра:

$$(1.1) \quad d(V_{\xi} f) / d\xi = h(V_r \sin \psi + V_{\theta} \cos \psi).$$

Рассмотрение баланса количества движения внутри ребра в предположении, что здесь мгновенно происходит полная разгрузка жидкости от внутренних напряжений, приводит к уравнению

$$(1.2) \quad \rho d(V_{\xi}^2 \tau_1) / d\xi = \rho V h (V_r \sin \psi + V_{\theta} \cos \psi) + \sigma_n h + 2\alpha n_1,$$

где n_1 — нормаль к Γ в плоскости пленки; σ_n — напряжение в пленке на площадке $A'B'$; α — коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Проектируя (1.2) на касательную и нормаль к Γ , имеем

$$(1.3) \quad \rho \frac{dV_{\xi}^2 f}{d\xi} = \rho h (V_r \sin \psi + V_{\theta} \cos \psi) (V_r \cos \psi - V_{\theta} \sin \psi) + h [\sin \psi \cos \psi (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}) - \sigma_{r\theta} \cos 2\psi],$$

$$\rho V_{\xi}^2 f \left(\frac{d\psi}{d\xi} - \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\rho h (V_r \sin \psi + V_{\theta} \cos \psi)^2 + h (\sigma_{rr} \sin^2 \psi + \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \psi + \sigma_{r\theta} \sin 2\psi) + 2\alpha.$$

Компоненты тензора напряжений в пленке на границе $A'B'$ со свободным ребром обозначены через σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{r\theta}$.

Выведенные уравнения верны только до начала отрыва от ребра капилляр, ведущего к его разрушению. Это не лишает их смысла, поскольку эксперименты показывают, что даже в случае водяных пленок на сравнительно протяженных участках свободное ребро сохраняет свою целостность.

К уравнениям (1.1) и (1.3) добавляются геометрические соотношения

$$(1.4) \quad \frac{d\theta}{dr} = -\frac{1}{r} \operatorname{tg} \psi, \quad d\xi \sin \psi = -r d\theta.$$

Одно из решений системы (1.1), (1.3) и (1.4), представленное в виде $r = R(\theta)$, дает уравнение оси ребра Γ .

Общие уравнения движения жидкости в пленке [3, 4] в рассматриваемом случае стационарной пленки с плоской срединной поверхностью и переменной толщиной запишем в виде

$$(1.5) \quad \frac{\partial}{\partial r} (V_r r h) + \frac{\partial}{\partial \theta} (V_{\theta} h) = 0,$$

$$\rho V_r r h \frac{\partial V_r}{\partial r} + \rho V_{\theta} h \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \rho V_{\theta}^2 h = \frac{\partial \sigma_{rr} r h}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{r\theta} h}{\partial \theta} - \sigma_{\theta\theta} h,$$

$$\rho V_r r h \frac{\partial V_{\theta}}{\partial r} + \rho V_{\theta} h \frac{\partial V_{\theta}}{\partial \theta} + \rho V_{\theta} V_r h = \frac{\partial \sigma_{r\theta} r h}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\theta\theta} h}{\partial \theta} + \sigma_{r\theta} h.$$

Для отыскания напряжений σ в пленке необходимо привлечь реологические определяющие соотношения жидкости. Далее они принимаются в форме, отвечающей одному из вариантов максвелловской упруговязкой жидкости [5]:

$$\begin{aligned}
 (1.6) \quad & V_r \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial \theta} = 2\tau_{zz} \left(-\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} - \frac{V_r}{r} \right) - \\
 & - \frac{1}{\lambda} \tau_{zz} + \frac{2\mu}{\lambda} \left(-\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} - \frac{V_r}{r} \right), \\
 & V_r \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \left(\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial \theta} - 2\tau_{r\theta} \right) = 2\tau_{rr} \frac{\partial V_r}{\partial r} + \\
 & + 2\tau_{r\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r} \right) - \frac{\tau_{rr}}{\lambda} + \frac{2\mu}{\lambda} \frac{\partial V_r}{\partial r}, \\
 & V_r \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \left(\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} \right) = \tau_{rr} \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \tau_{\theta\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r} \right) + \\
 & + \tau_{r\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) - \frac{\tau_{r\theta}}{\lambda} + \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} \right), \\
 & V_r \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \left(\frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + 2\tau_{r\theta} \right) = 2\tau_{r\theta} \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \\
 & + 2\tau_{\theta\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} \right) - \frac{\tau_{\theta\theta}}{\lambda} + \frac{2\mu}{\lambda} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} \right), \\
 & \sigma_{rr} = \tau_{rr} - \tau_{zz}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \tau_{\theta\theta} - \tau_{zz}, \quad \sigma_{r\theta} = \tau_{r\theta},
 \end{aligned}$$

где τ_{zz} , τ_{rr} , $\tau_{\theta\theta}$ и $\tau_{r\theta}$ — девиаторные напряжения в пленке; μ и λ — вязкость и время релаксации жидкости. Сходные реологические соотношения получаются и из молекулярно-гидродинамических моделей [6], если накапливаемые упругие деформации не слишком велики.

Наличие свободных ребер может оказывать влияние на течение внутри пленки. Поэтому уравнения динамики пленки (1.5), (1.6) должны решаться совместно с уравнениями ребра в области G с неизвестной границей Γ , отвечающей свободным ребрам, при соответствующих условиях на линии истечения и Γ . Ниже рассматривается упрощенный вариант этой задачи в предположении, что ребро не оказывает обратного влияния на течение в пленке. При этом течение в пленке в принципе можно рассчитывать независимо, и речь идет лишь об отыскании неизвестного положения ребер. Физически сформулированное предположение опирается на два факта. Во-первых, жидкость из пленки всегда втекает в ребро (обратной ситуации не наблюдается). Во-вторых, и это основное, рассматриваются лишь достаточно быстрые течения (или жидкости с достаточно малой вязкостью), в которых возмущения переносятся в основном по потоку, а перенос возмущений против потока сосредоточен лишь в узких пограничных слоях. Характер возникающего пограничного слоя аналогичен рассмотренному в [7] при анализе постановки краевого условия на дальнем конце свободной пленки.

Касательная к свободному ребру компонента скорости в пленке $V_{\xi r} = V_r \cos \psi - V_\theta \sin \psi$ отличается от скорости жидкости в нем V_ξ . Таким образом, на границе свободного ребра и пленки $A'B'$ должен возникать слой смешения, интенсифицирующий выравнивание скоростей в свободном ребре.

2. Свободные ребра при радиальном течении в пленке. Примем, что течение в пленке чисто радиальное, причем из условия неразрывности

$$V_r = C/[rh(r)], \quad V_\theta = 0, \quad C = \text{const.}$$

Как показывают эксперименты, характер течения в пленке обычно радиальный не только при образовании пленки на осесимметричном препятствии [7], но и при истечении ее из щелевого сопла.

Тогда из уравнения неразрывности для ребра (1.4) с учетом (1.4) получим

$$(2.1) \quad V_{\xi} f = Q_1 + C(\theta_0 - \theta),$$

где Q_1 — расход в начальном сечении ребра, отвечающем углу θ_0 .

С использованием (2.1) уравнения (1.3), (1.4) упрощаются и могут быть преобразованы к безразмерному виду

$$(2.2) \quad \frac{dV_{\xi}}{dr} = \frac{1}{q_1 + \theta_0 - \theta} \left\{ \sin \psi \left[\frac{V_r}{r} + \frac{1}{V_r r} (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}) \right] - \frac{V_{\xi} \operatorname{tg} \psi}{r} \right\},$$

$$\frac{d\psi}{dr} = -\frac{\operatorname{tg} \psi}{r} + \frac{1}{V_{\xi} (q_1 + \theta_0 - \theta)} \left[-\frac{V_r \sin^2 \psi}{r \cos \psi} + \frac{1}{\operatorname{We} \cos \psi} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{V_r r \cos \psi} (\sigma_{rr} \sin^2 \psi + \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \psi) \right], \quad \frac{d\theta}{dr} = -\frac{\operatorname{tg} \psi}{r}.$$

Соответствующие уравнения для течения в пленке принимают форму

$$(2.3) \quad \frac{dV_r}{dr} = [1 - V_r^{-2} (\tau_{rr} + 4K + 3\tau_{zz})]^{-1} [V_r^{-2} (-K \operatorname{Re} \tau_{rr} + 2\tau_{zz} V_r/r +$$

$$+ K \operatorname{Re} \tau_{zz} + 2K V_r/r) - (\tau_{\theta\theta} - \tau_{zz})/(r V_r)],$$

$$\frac{d\tau_{zz}}{dr} = \frac{1}{V_r} \left[-2\tau_{zz} \left(\frac{dV_r}{dr} + \frac{V_r}{r} \right) - K \operatorname{Re} \tau_{zz} - 2K \left(\frac{dV_r}{dr} + \frac{V_r}{r} \right) \right],$$

$$\frac{d\tau_{rr}}{dr} = \frac{1}{V_r} \left[2\tau_{rr} \frac{dV_r}{dr} - K \operatorname{Re} \tau_{rr} + 2K \frac{dV_r}{dr} \right],$$

$$\frac{d\tau_{\theta\theta}}{dr} = \frac{1}{V_r} \left[\frac{2\tau_{\theta\theta} V_r}{r} - K \operatorname{Re} \tau_{\theta\theta} + 2K \frac{V_r}{r} \right],$$

$$\sigma_{rr} = \tau_{rr} - \tau_{zz}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \tau_{\theta\theta} - \tau_{zz},$$

$$\operatorname{We} = \frac{\rho h_0 V_0^2}{2\alpha}, \quad K = \frac{\mu}{\rho \lambda V_0^2}, \quad \operatorname{Re} = \frac{r_0 V_0 \rho}{\mu}, \quad q_1 = \frac{Q_1}{r_0 V_0 h_0}.$$

В уравнениях (2.2) и (2.3) скорости отнесены к V_0 , радиус — к r_0 , напряжения — к ρV_0^2 .

Для идеальной жидкости, когда $V_r \equiv 1$, $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} \equiv 0$, уравнения, подобные (2.3), выписаны в [2] (см. также [1]), причем начальный расход в ребре q_1 полагался равным нулю; решения этих уравнений, по-видимому, не исследовались.

Интегрируя уравнения (2.3) с начальными условиями, заданными в начальном сечении пленки $r = 1$, можно найти все параметры течения в пленке, необходимые для отыскания оси ребра Г. Форма оси ребра и параметры течения в нем определяются затем из уравнений (2.2).

Нетривиален вопрос о постановке для этих уравнений начальных условий. Принципиально различаются два случая: с самого начала имеется сформировавшаяся краевая струя с ненулевым расходом q_1 ; формирующаяся в месте разрыва пленки струя ($q_1 = 0$). Первая ситуация четко реализуется при истечении струи из щелевого насадка с гантелевидным сечением или при разрыве пленки широким препятствием, вторая — при разрыве пленки очень тонкой проволокой. Действительно, при натекании пленки на препятствие ширины d имеем очевидную оценку для расхода в начальном сечении свободного ребра $(1/2)V_* h_* d$ (звездочками отмечены значения величин в месте, где расположено препятствие); соответственно $q_1 = = d/(2r_1)$, и для достаточно малых размеров препятствия $q_1 \rightarrow 0$.

В первом случае необходимо задавать величины q_1 , ψ_0 и $V_{\xi 0}$ в начальном сечении краевой струи, во втором — начальная точка $r = r_1$, $\theta = \theta_0$ особая для уравнений (2.2). Можно показать, что в (2.2) ψ и V_{ξ}

принимают конечные значения для $r = r_1$. $q_1 = 0$ только при выполнении условий

$$(2.4) \quad \begin{aligned} r &= r_1, \quad V_\xi = V_{\xi 0}, \quad \psi = \psi_0, \quad \theta = \theta_0, \\ V_{\xi 0} &= \left(V_r + \frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}}{V_r} \right) \cos \psi, \\ \sin^2 \psi_0 &= \left(\frac{1}{We} + \frac{\sigma_{\theta\theta}}{V_r} \right) / \left(V_r + \frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}}{V_r} \right) \end{aligned}$$

(двузначность решения уравнения для угла отвечает двум струям, образующимся при разрыве пленки препятствием). Соответственно и dV_ξ/dr и $d\psi/dr$ принимают конечные значения при $r = r_1$.

Значению радиуса $r = r_2$, при котором

$$(2.5) \quad V_r^2 - rV_r/We - \sigma_{rr} = 0,$$

отвечает возникновение на пленке свободного ребра в виде дуги окружности (условие, аналогичное (2.5) для идеальной жидкости, получено в [2]). В этом свободном ребре жидкость разгружается от действия поверхностных и упругих сил, а отрыв от него капель ведет к разрушению пленки при $r = r_2$. В ряде случаев свободные ребра, возникающие на проволочках или на срезе насадка, не успевают сомкнуться до значения радиуса $r = r_2$, и пленка оказывается достаточно длинной и ограниченной тремя свободными ребрами. По аналогии с газовой динамикой свободные ребра, начинающиеся на препятствиях или на срезе насадка, можно назвать «косыми скачками», а свободные ребра в виде дуги окружности при $r = r_2$ — «прямыми скачками».

3. Эксперимент и сопоставление его результатов с теорией. Для проверки адекватности развитой теоретической схемы выполнены и сопоставлены с экспериментом расчеты для пленок идеальной жидкости (воды).

В опытах при помощи тонких проволочек из пленки, созданной щелевым насадком, вырезался узкий сектор, формирующий плоскую пленку, ограниченную краевыми струями (см. рис. 1, б). Методом трассирующих водородных пузырьков в сочетании со съемкой при стробоскопическом освещении найдено поле скоростей V в пленке; независимо определялось распределение удельного объемного расхода в пленке, равного Vh . Это позволило найти порознь V и h , подтвердить постоянство скорости V и радиальный характер течения.

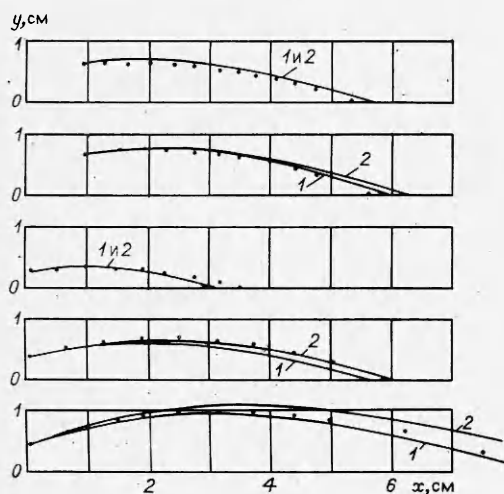
В расчетах интегрировались уравнения (2.2) с соответствующими начальными условиями. При этом в случае идеальной жидкости напряжения σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ полагались равными нулю, а скорость $V_r = 1$.

На рис. 3 показана форма образующихся ребер при различных начальных положениях разрезающих пленку проволочек (различные r_1). Точками показаны результаты эксперимента, кривыми 1 — результаты расчета; считалось, что $q_1 = 0$, и использовались начальные условия (2.4), поскольку здесь оценка начального расхода в краевой струе дает значения $q_1 \sim (3-6) \cdot 10^{-3}$. Ось Ox есть ось симметрии течения.

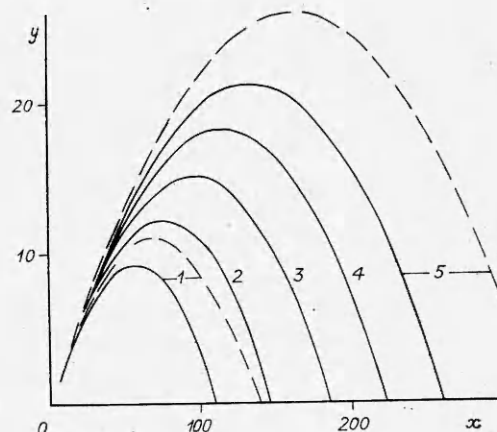
В данном случае углы, составляемые ребром с осью симметрии пленки, малы; это позволяет дополнительно упростить уравнение ребра, представив его в виде

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \left(1 - \sigma_0^{-1} \frac{y}{x} + \frac{m_0}{y_0 \rho h_0} \right) \frac{d^2 y}{dx^2} &= \sigma_0^{-1} x V_0^2 \left(\frac{y}{x^2} - \frac{dy}{dx} \frac{1}{x} \right)^2 - \\ &- \frac{1}{\rho V_0^2 h_0 y_0} \left(\frac{\sigma_{\theta\theta} h_0 x_0}{x} + 2\alpha \right), \end{aligned}$$

где x, y — декартовы координаты ($x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$); $m_0 = f_0 \rho$ — масса жидкости в начальном элементе ребра единичной длины в точке образования свободного ребра; h_0 — толщина пленки в этой точке; x_0, y_0 ($\theta_0 = y_0/x_0$) — координаты этой точки; V_0 — скорость течения жидкости в



Р и с. 3



Р и с. 4

пленке, совпадающая в данной постановке со скоростью течения жидкости в ребре.

Асимптотическое уравнение (3.1) верно при условиях $\theta_0 \ll 1$, $\rho V^2 \gg \sigma_{\theta\theta}$, $\rho V^2 \gg \sigma_{rr}$. Оно удобно в том отношении, что открывает возможность для решения обратной задачи — отыскания азимутальных напряжений в пленке $\sigma_{\theta\theta}$ по форме ребра. Уравнение (3.1) должно интегрироваться с учетом второго условия (2.4).

Для оценки погрешности, вносимой переходом к асимптотическому уравнению (3.1), с его помощью была рассчитана форма пленок для условий опыта, показанных на рис. 3 (линия 2 — результаты расчета). Видно, что асимптотическое уравнение (3.1) удовлетворительно согласуется с результатами эксперимента для достаточно малых значений θ_0 . В [4] для малых углов наклона свободных ребер по отношению к оси симметрии пленок идеальной жидкости из (2.2) получено явное приближенное выражение для формы ребра $r = R(\theta)$.

На следующем этапе эксперимента исследовались пленки разбавленных растворов полимеров и сделана попытка определить напряжения в жидкости с помощью уравнения (3.1). Однако эти опыты не обеспечили необходимой точности, поэтому в дальнейшем использовалась другая методика.

Проведенные в данной работе расчеты с применением максвелловской модели упруговязкой жидкости при типичных для разбавленных растворов полимеров значениях параметров $\mu = 10^{-3}$ кг/(м·с), $\lambda \sim 10^{-2}$ с показали, что эта модель предсказывает независимость формы свободных ребер от упругих свойств разбавленного раствора и напряжения $\sigma_{\theta\theta} \sim 1$ Н/м².

Рассмотрим результаты, полученные при расчете на основе (2.2) и (2.3) течений из щелевых сопел. Данные для упруговязкой жидкости, истекающей из щелевого сопла, в случае развитых краевых струй на его срезе представлены на рис. 4. Здесь принято $q_1 = 0,1$, $r_1 = 5$, $\psi_0 = 0$, $\theta_0 = 15^\circ$, $V_{\xi 0} = V_r(r_1)$ (гантелевидное сечение насадки). В качестве масштаба длины используется r_0 , причем считается, что при $1 \leq r \leq r_1$ течение в насадке развивается как свободная пленка, а потери на трение о стенки пренебрежимо малы. При $1 \leq r \leq r_1$ интегрируются уравнения (2.3) с начальными условиями $r = 1$, $V_r = 1$, $\tau_{zz} = \tau_{rr} = \tau_{\theta\theta} = 0$, а при $r > r_1$ — совместно уравнения (2.2) и (2.3). На рис. 4 сплошные линии 1—5 соответствуют $We = 0,36 \cdot 10^5$, $Re = 6$, $K = 0,278 \cdot 10^{-4}$; $We = 0,64 \cdot 10^5$, $Re = 8$, $K = 0,156 \cdot 10^{-4}$; $We = 10^5$, $Re = 10$, $K = 10^{-5}$; $We = 1,44 \cdot 10^5$, $Re = 12$, $K = 0,69 \cdot 10^{-5}$; $We = 1,96 \cdot 10^5$, $Re = 14$, $K = 0,51 \cdot 10^{-5}$ (увеличивается начальная скорость жидкости при фиксированных значениях остальных параметров). Значениям параметров, отвечающим, например, кривой 3

рис. 4, соответствует монотонный рост напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ вдоль пленки вплоть до смыкания свободных ребер — время пребывания жидкой частицы в пленке слишком мало для заметной релаксации азимутальных напряжений.

Принятые здесь значения параметров относятся к области заведомого преобладания упругих сил над поверхностными. Поэтому форма пленки полностью определяется величиной модуля упругости жидкости. При его уменьшении упругие силы уменьшаются, что ведет к более широкому разлету свободных ребер, а при увеличении модуля свободные ребра смыкаются быстрее. Штриховыми кривыми 1 и 5 на рис. 4 показаны результаты для уменьшенного в 1,5 раза модуля упругости (и тем самым числа K); остальные безразмерные критерии имеют прежние значения.

С уменьшением начального расхода q_1 краевая струя, формирующаяся при истечении из щелевого насадка с гантелевидной формой, все более приближается к краевой струе, формирующейся на срезе насадка в виде сильно вытянутого эллипса, когда $q_1 = 0$ и справедливы начальные условия (2.4).

Наконец, рассмотрим данные, относящиеся к достаточно длинным пленкам, которые ограничены тремя свободными ребрами. На рис. 5 в безразмерном виде представлены результаты расчета истечения из щелевого сопла с гантелевидным срезом ($We = 10^3$, $Re = 0,28 \cdot 10^3$, $K = 10^{-4}$, $q_1 = 0,1$, $r_1 = 5$, $\theta_0 = 60^\circ$). Кривая 1 — одно из двух свободных ребер, начинающихся на срезе насадка («косой скачок»), 2 — свободное ребро с осью в виде дуги окружности («прямой скачок»), 3 — распределение вдоль пленки азимутального напряжения $\sigma_{\theta\theta}$, максимум которого и дальнейшее резкое уменьшение обусловлены релаксацией. Для значений параметров, соответствующих рис. 4, удлинение пленки и возникновение на ней третьего свободного ребра достигаются увеличением угла разлета θ_0 .

Можно полагать, что появление в формальном решении третьего свободного «ребра разгрузки» до смыкания краевых струй физически отвечает распаду пленки.

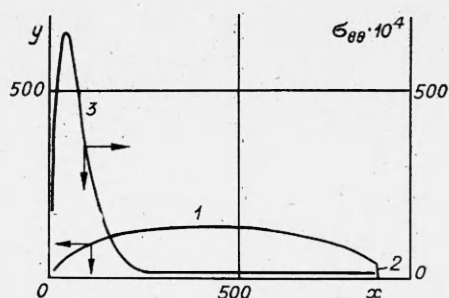


Рис. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Clark C. I., Dombrowski N. The dynamics of the rim of a fan spray sheet. — Chem. Eng. Sci., 1971, v. 26, N 11.
2. Taylor G. The dynamics of thin sheets of fluid. II Waves on fluid sheets. — Proc. Roy. Soc. London, 1959, v. A253, N 1274.
3. Ентов В. М. Динамика пленок вязких и упругих жидкостей. Препринт ИПМ АН СССР №130, 1979.
4. Entov V. M. On the dynamics of films of viscous and elastoviscous liquids. — Archives of Mech., 1982, v. 34, N 4.
5. Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. М.: Мир, 1978.
6. Hinch E. J. Mechanical models of dilute polymer solutions in strong flows. — Phys. Fluids, 1977, v. 20, N 10, pt 2.
7. Ентов В. М., Кестенбойм Х. С. и др. О динамической форме равновесия пленки вязкой и упруговязкой жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 2.

Поступила 10/X 1984 г.