

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 539.5+519.6

ОЦЕНКА ГЛУБИНЫ И РАЗМЕРОВ ПОДЗЕМНОЙ ПОЛОСТИ В ГРУНТОВОМ МАССИВЕ ПО КОНФИГУРАЦИИ МУЛЬДЫ СДВИЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Л. А. Назаров^{1,2}, Л. А. Назарова^{1,2}, Г. Н. Хан¹, М. Вандамм³

¹Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

²Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 2, 630090, г. Новосибирск, Россия

³Ecole des Ponts ParisTech — Laboratoire Navier, 6-8 Av. B. Pascal,
77420 Champs-sur-Marne, France

E-mail: matthieu.vandamme@enpc.fr

Разработан подход к оценке параметров подземных полостей, развивающихся в грунтовых массивах вследствие природных и/или техногенных процессов. Необратимое деформирование массива моделировалось методом дискретных элементов. Показана однозначная разрешимость сформулированной обратной задачи определения геометрических размеров и глубины залегания полости по конфигурации мульды оседания.

Грунтовой массив, необратимое деформирование, мульда сдвижения, метод дискретных элементов, обратная задача, целевая функция, аппроксимация

Подземная добыча твердых полезных ископаемых, образование карстовых полостей, извлечение углеводородного сырья, вулканическая деятельность — вот далеко не полный перечень природных и техногенных процессов, вызывающих необратимое деформирование вмещающих породных массивов. В результате на дневной поверхности последних могут возникать мульды оседания, размеры и конфигурация которых зависят как от структуры и деформационно-прочностных свойств массива, так и от геометрии подземных полостей [1, 2].

Для определения размеров и формы мульды сдвижения используются как инженерные подходы [3–5], так и численные методы [6–8]. К последним относится одна из разновидностей метода частиц [9] — метод дискретных элементов, который адекватно описывает необратимое деформирование грунтовых и трещиновато-блочных породных массивов [10].

К настоящему времени создан ряд алгоритмов и кодов, реализующих метод частиц, для решения прямых статических и динамических задач механики сплошных сред, грунтов и горных пород [11–14]. Отличительная особенность этих кодов — высокая вычислительная ресур-

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-05-00843) и Интеграционного проекта Сибирского отделения РАН № 100.

соемкость, что, по-видимому, и объясняет крайне незначительное число публикаций, посвященных решению соответствующих обратных задач: есть лишь отдельные примеры в гидродинамике [15,16]. Дополнительной сложностью здесь является “стохастичность” постановки, поскольку начальная упаковка частиц формируется случайным образом.

В настоящей работе предложен метод количественной оценки размеров подземной полости в грунтовом массиве (деформирование которого моделируется методом дискретных элементов) с известными физико-механическими свойствами, основанный на решении обратной задачи по данным о конфигурации мульды оседания на дневной поверхности. Такая информация может быть получена не только реперными измерениями [17], но и методами спутниковой геодезии [18].

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим прямоугольную область D с размерами L_x и L_z по соответствующим осям декартовой системы координат (x, z) (рис. 1). Грунтовой массив моделируется случайной упаковкой круглых частиц (элементов), осаждающихся под действием силы тяжести, вертикальная и нижняя границы D неподвижны. В массиве на глубине H мгновенно образуется прямоугольная полость (w — длина, h — высота, рис. 1) посредством удаления из нее частиц. Это приводит к нарушению равновесия в массиве и инициирует процесс переупаковки частиц до наступления нового равновесного состояния. В результате в окрестности границы $z = 0$ возникает и развивается мульда оседания, описываемая некоторой функцией $Z = Z(x)$, заданной в дискретном множестве точек $\{x_k\}_{k=1,\dots,K}$, где K — число частиц, расположенных на дневной поверхности.

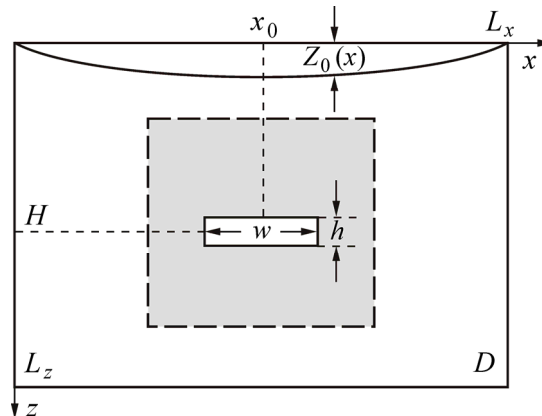


Рис. 1. Схема расчетной области

Движение частиц в процессе установления нового состояния равновесия описывается системой уравнений

$$M_i \frac{d^2 \bar{X}_i}{dt^2} = \sum_{j=1}^{n_\tau} (\bar{F}_{nij} + \bar{F}_{\tau ij}) + \sum_{j=1}^{n_c} \bar{F}_{cij} + M_i \bar{G}; \quad (1)$$

$$I_i \frac{d\bar{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_\tau} \bar{F}_{\tau ij} \times \bar{R}_{\tau ij} + \sum_{j=1}^{n_c} \bar{F}_{cij} \times \bar{R}_{cij},$$

где M_i , I_i , \bar{X}_i и $\bar{\omega}_i$ — масса, момент инерции, радиус-вектор центра и угловая скорость i -й частицы ($i = 1, \dots, N$, N — общее количество частиц) соответственно; n_τ — число частиц, контактирующих с элементом i посредством сил отталкивания \bar{F}_n и трения \bar{F}_τ , а n_c — посредством сил

сцепления \vec{F}_c ; $\vec{G} = (0, g)$, g — ускорение свободного падения; \vec{R}_{tij} и \vec{R}_{cij} — радиусы-векторы, проведенные из центра i -го элемента к точкам приложения сил \vec{F}_{tij} и \vec{F}_{cij} соответственно. Каждый элемент характеризуется параметрами: плотностью ρ_i , модулем Юнга E_i , углом контактного трения φ_i , сцеплением C_i и модулем упругости виртуальной пружины сцепления E_{ci} , совокупность которых и определяет деформационно-прочностные свойства среды [9–11].

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $L_x = L_y = 210$ м, $\rho_i = 2500$ кг/м³, $E_i = 10$ ГПа, $\varphi_i = 20^\circ$, $C_i = 0.5$ МПа, $E_{ci} = 10$ МПа, радиусы частиц — случайные величины, равномерно распределенные в диапазоне от 0.25 до 0.3 м ($N = 152\,300$). На рис. 2 в качестве примера приведены начальная и конечная упаковки частиц в центральной части D при образовании полости с $w = 20$ м и $h = 4$ м (контуры которой показаны штриховой линией).

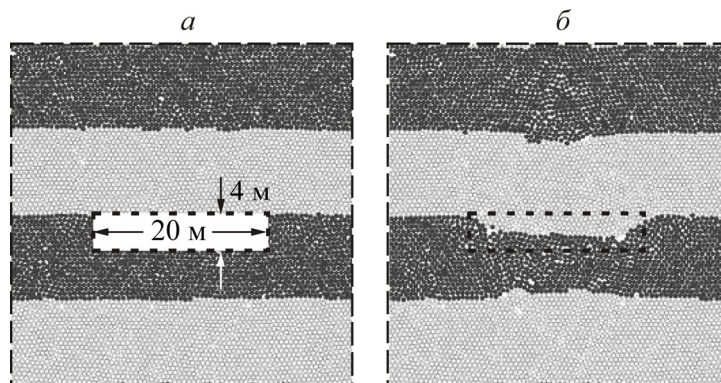


Рис. 2. Начальная (а) и конечная (б) упаковки частиц при возникновении подземной полости в грунтовом массиве

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

Предположим, что известны гранулометрический состав и деформационно-прочностные свойства грунтового массива, которые могут быть определены стандартными методами [19]. Исследуем возможность оценки размеров подземной полости w и h , а также ее глубины H по инструментально зарегистрированной конфигурации мульды оседания $Z_0(x)$.

Введем целевую функцию

$$\Psi(H, w, h) = \sum_{k=1}^K [Z(x_k, H, w, h) - Z_0(x_k)]^2, \quad (2)$$

где Z получено в результате решения (1) при некоторых значениях H , w и h . Традиционный подход [20], заключающийся в применении одного из градиентных методов [21] поиска минимума Ψ , здесь нецелесообразен, поскольку время решения прямой задачи очень велико. Поэтому из априорных соображений выберем диапазоны изменения искомых параметров $H_l \leq H \leq H_r$, $w_l \leq w \leq w_r$, $h_l \leq h \leq h_r$ и для дискретного набора w_p , h_q , H_s (в частности, $w_p = w_l + (w_r - w_l)p/P$, $p = 0, \dots, P$) рассчитаем по (1) конфигурации мульды оседания $Z_{pqs}(x)$ (сплошные серые линии на рис. 3). Каждую из них аппроксимируем параболой

$$Z_{pqs}(x) \cong F + A(x - x_0)^2 \quad (3)$$

(штриховые линии на рис. 3), где коэффициенты A и F зависят от H , w и h , а x_0 (как показали численные эксперименты) соответствует середине полости.

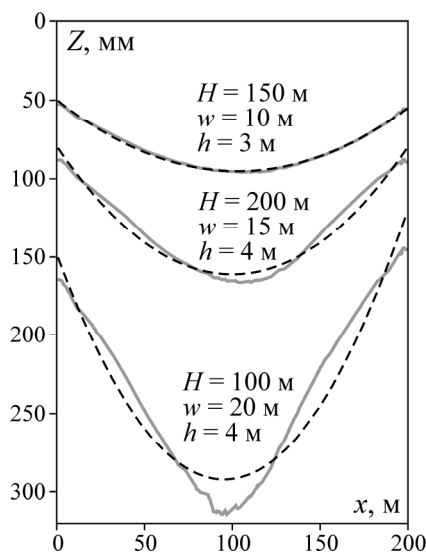


Рис. 3. Конфигурация мульды оседания (сплошные) и ее аппроксимация (штриховые) для различных значений геометрических параметров модели

Теперь, с использованием метода наименьших квадратов, аппроксимируем A и F многочленами первой

$$A \cong A_0 + A_m \xi_m, \quad F \cong F_0 + F_m \xi_m \tag{4}$$

или второй

$$A \cong A_0 + A_m \xi_m + A_{mn} \xi_m \xi_n, \quad F \cong F_0 + F_m \xi_m + F_{mn} \xi_m \xi_n \tag{5}$$

степени. Здесь введены безразмерные переменные $\xi_1 = H / H_r$, $\xi_2 = w / w_r$ и $\xi_3 = h / h_r$, по повторяющимся индексам m и n производится суммирование. Полученное таким образом приближенное решение (3), (5) системы (1) и использовалось в качестве функции Z в (2).

Для численных экспериментов выбраны следующие значения параметров: $H_l = 100$ м, $H_r = 200$ м; $w_l = 5$ м, $w_r = 20$ м; $h_l = 1$ м, $h_r = 5$ м. Оказалось, что для достижения приемлемой точности достаточно разбить интервалы изменения искомых величин на три части ($P = 2$). В табл. 1 и 2 приведены коэффициенты аппроксимации для (3) и (4) соответственно. Относительная точность ν квадратичного приближения (4) составляет 7 % (табл. 2), что вполне достаточно для практики.

ТАБЛИЦА 1. Значения коэффициентов при линейной аппроксимации функций A и F

| m | 0 | 1 | 2 | 3 | $\nu, \%$ |
|---------------------|--------|-------|--------|--------|-----------|
| $100A_m, \text{ м}$ | 0.623 | 0.341 | -1.146 | -0.995 | 13.8 |
| $F_m, \text{ м}$ | -131.7 | -36.1 | 216.7 | 188.1 | 10.2 |

ТАБЛИЦА 2. Значения коэффициентов при аппроксимации функций A и F полиномами второй степени

| m | 0 | 1 | 2 | 3 | $\nu, \%$ |
|---------------------|--------|-------|--------|--------|-----------|
| $100A_m, \text{ м}$ | -0.321 | 0.057 | 1.403 | -0.660 | 6.9 |
| $F_m, \text{ м}$ | -10.9 | 141.6 | -121.9 | 23.1 | 3.5 |

| (m, n) | (1, 1) | (2, 2) | (3, 3) | (1, 2) | (1, 3) | (2, 3) |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $100A_{mn}, \text{ м}$ | -0.141 | -0.671 | 0.070 | -0.202 | 0.533 | -0.826 |
| $F_{mn}, \text{ м}$ | -55.6 | 110.6 | -19.3 | -38.5 | -24.4 | 153.7 |

На рис. 4 и 5 приведены изолинии функций $A(H, w, h)$ и $F(H, w, h)$ в различных сечениях $h = \text{const}$. Следует отметить, что для выбранных физико-механических свойств грунтового массива при небольших глубинах H функция F увеличивается практически линейно с ростом протяженности полости w .

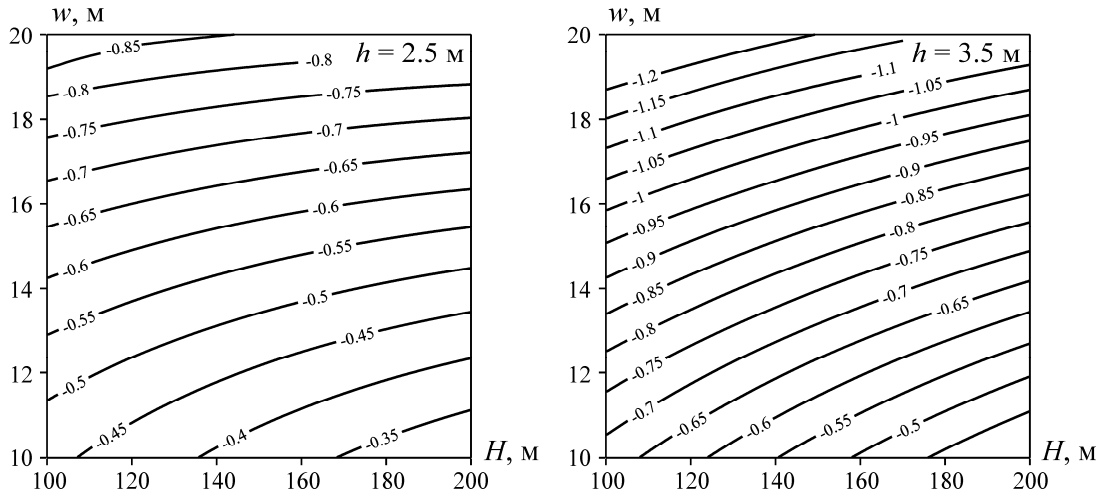


Рис. 4. Изолинии функции $A(H, w, h)$ при различных значениях высоты полости h

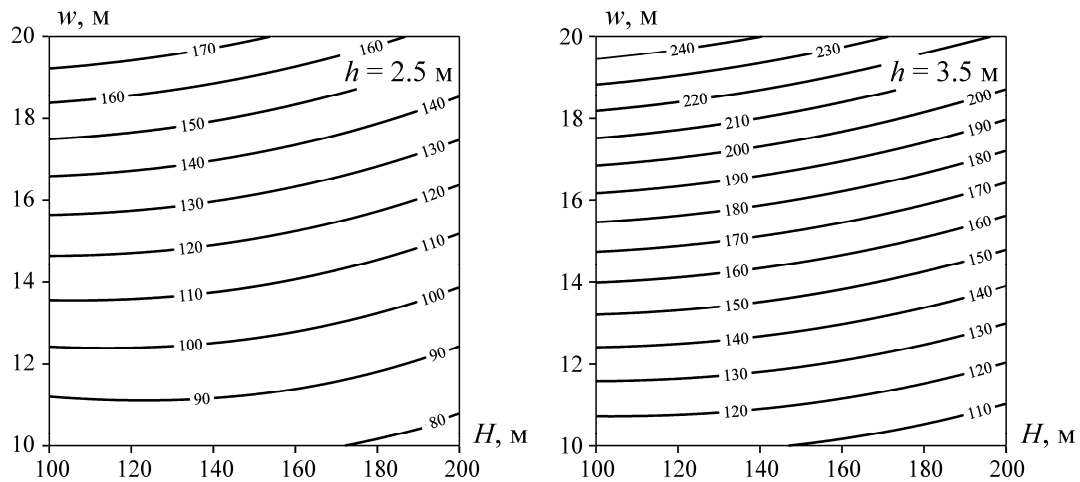


Рис. 5. Изолинии функции $F(H, w, h)$ при различных значениях высоты полости h

Поиск минимума целевой функции Ψ осуществлялся модифицированным методом сопряженных градиентов [22]. Использовались синтетические входные данные Z_0 , полученные из точного решения (1) наложением мультипликативного шума с относительной амплитудой η :

$$Z_0(x) = [1 + \eta\gamma(x)]Z(x, H_*, w_*, h_*),$$

где γ — равномерно распределенная на отрезке $[-1, 1]$ случайная величина. На рис. 6 представлены изолинии Ψ при $H_* = 140$ м, $w_* = 16$ м и $h_* = 3$ м при $\eta = 0.15$ в сечениях $h = 2.5, 3.0, 3.5$ м: можно видеть, что целевая функция имеет единственный минимум, поэтому сформулированная обратная задача однозначно разрешима. Численные эксперименты показали, что если уровень помехи 15–20 %, то относительная ошибка определения размеров полости не превышает 10 %, в то время как глубина залегания может достигать 25–30 %.

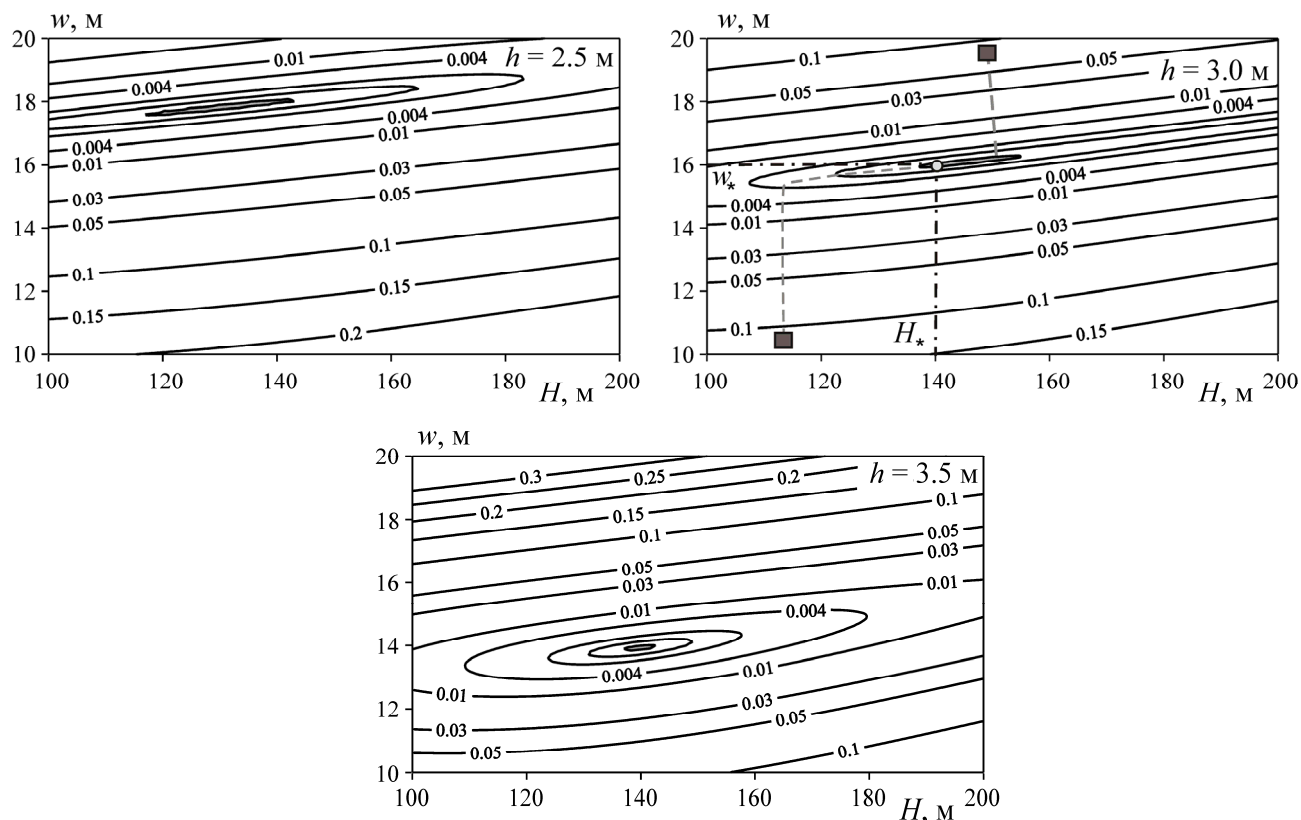


Рис. 6. Изолинии целевой функции в различных сечениях $h = \text{const}$. Штриховые линии — траектории итерационного процесса поиска минимума

ВЫВОДЫ

Предложенный подход позволяет по данным о смещениях дневной поверхности грунтовых массивов осуществлять мониторинг процесса эволюции подземных полостей при карстообразовании и разработке месторождений твердых полезных ископаемых.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Reddish D. J., Whittaker B.N.** Subsidence: Occurrence, Prediction and Control. Elsevier: Amsterdam-Oxford-NewYork-Tokyo, 1989.
2. **Waltham T., Bell F. G., Culshaw M. G.** Sinkholes and Subsidence: Karst and Cavernous Rocks in Engineering and Construction. Springer, 2005.
3. **Правила** охраны сооружений и природных объектов от вредного влияния подземных горных разработок на угольных месторождениях. — СПб., 1998.
4. **Посыльный Ю. В.** Руководство по расчету параметров процесса сдвижения земной поверхности над горными выработками. — Новочеркасск: ЮРГТУ, 2000.
5. **Subsidence Engineers' Handbook**, National Coal Board Mining Department, London, 1975.
6. **Elmo D., Vyazemsky A., Stead D., and Rogers S.** Application of a finite element discrete element approach to model block cave mining, Innovative numerical modelling in Geomechanics, Ribeiro e Sousa (eds.), Taylor and Francis Group, London, 2012.
7. **Jing L.** A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modeling for rock mechanics and engineering, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 2003, Vol. 40.

8. **Деструкция** земной коры и процессы самоорганизации в областях сильного техногенного воздействия / В. Н. Опарин, А. В. Леонтьев, Г. И. Кулаков и др. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2012.
9. **Hockney R. W., Eastwood J. W.** Computer Simulation Using Particles, McGraw-Hill Inc., 1981.
10. **Pine R. J., Owen D. R., Coggan J. S., and Rance J. M.** A new discrete modeling approach for rock masses, *Geotechnique*, 2007, Vol. 57, No. 9.
11. **Хан Г. Н.** О несимметричном режиме разрушения массива горных пород в окрестности полости // *Физ. мезомеханика*. — 2008. — Т. 11. — № 1.
12. **Carlson Software.** 2012. Surface Deformation Prediction System. www.carlsonsw.com
13. **Peng S. S., Luo Y.** CISPM — Comprehensive and Integrated Subsidence Prediction Model, 2012, <http://web.cemr.wvu.edu>
14. **Радченко А. В., Фортгов В. Е., Хорев И. Е.** Физические особенности высокоскоростного взаимодействия удлиненных техногенных осколков с конструкциями // *ДАН*. — 2003. — Т. 389. — № 1.
15. **Chen W., Fu Zh.** Boundary particle method for inverse Cauchy problems of inhomogeneous Helmholtz equations, *Journal of Marine Science and Technology*, 2009, Vol. 17, No. 3.
16. **Jildeha H. B., Hlawitschkaa M. W., Attarakiha M., Bart H. J.** Solution of Inverse Problem with the One Primary and One Secondary Particle Model (OPOSPM) Coupled with Computational Fluid Dynamics (CFD), *Procedia Engineering*, 2012, Vol. 42.
17. **Иофис М. А., Шмелев А. И.** Инженерная геомеханика при подземных разработках. — М.: Недра, 1985.
18. **Ketelaar V. B. H.** Satellite Radar Interferometry: Subsidence Monitoring Techniques, Springer, 2009.
19. **Трофименков Ю. Г., Воробков Л. Н.** Полевые методы исследования строительных свойств грунтов. — М.: Стройиздат, 1981.
20. **Tarantola A.** Inverse Problem Theory. Elsevier, New York, 1987.
21. **Avriel M.** Nonlinear Programming: Analysis and Methods, Dover Publishing, 2003.
22. **Назаров Л. А., Назарова Л. А., Карчевский А. Л., Панов А. В.** Оценка напряжений и деформационных свойств породных массивов на основе решения обратной задачи по данным измерений смещений на свободных границах // *Сиб. журн. индустр. математики*. — 2012. — Т. 15. — № 4.

Поступила в редакцию 18/IV 2014