УДК 532.542

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЯ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ С МОМЕНТНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ В КАНАЛЕ

Дж. Сринивас, Дж. В. Рамана Мерфи*

Национальный технологический институт, 793003 Шиллонг, Индия
* Национальный технологический институт, 506004 Варангал, Индия
E-mails: jsrinivas@nitm.ac.in, jvrjosyula@yahoo.co.in

С использованием модели Стокса течения с моментными напряжениями проведено исследование скорости производства энтропии и переноса тепла в потоке несмешивающихся жидкостей с моментными напряжениями между двумя горизонтальными параллельными пластинами, на которых поддерживаются различные постоянные температуры, превышающие температуру жидкости, при постоянном градиенте давления. На пластинах задается классическое условие прилипания, а на поверхности раздела ставятся условия непрерывности скорости, вихря, моментных напряжений, касательных напряжений, температуры и потока тепла. Аналитически получены распределения скорости и температуры, которые используются для вычисления параметра производства энтропии и числа Бежана. Исследуется влияние параметра моментных напряжений и числа Рейнольдса на скорость, температуру, параметр производства энтропии и число Бежана. Установлено, что в жидкостях с моментными напряжениями с увеличением моментного напряжения трение вблизи пластин уменьшается.

Ключевые слова: несмешивающиеся жидкости, жидкость с моментными напряжениями, параметр производства энтропии, число Бежана.

DOI: 10.15372/PMTF20160606

Введение. Минимизация производства энтропии — это метод моделирования и оптимизации различных тепловых систем. При определенных геометрических и физических параметрах могут быть минимизированы общее производство энтропии в этих системах и потеря доступной энергии, а следовательно, и производство энтропии. Для определения скорости производства энтропии вследствие переноса тепла и течения жидкости в канале, а также для минимизации производства энтропии необходимо использовать второй закон термодинамики. Однако большинство исследований основано только на первом законе термодинамики. Для увеличения коэффициента полезного действия системы в работах [1, 2] предложен метод минимизации производства энтропии, основанный на совместном применении первого и второго законов термодинамики.

В последнее время большое внимание уделяется исследованию течений двух или более несмешивающихся жидкостей с различными плотностями (вязкостями) в трубе, канале или пористой среде. Типичными примерами таких систем движения жидкостей являются системы воздух — вода, пресная вода — соленая вода, нефть — вода, газ — нефть, газ — нефть — вода и т. д. Такие течения называются многофазными [3]. В работе [4] полу-

© Сринивас Дж., Рамана Мерфи Дж. В., 2016

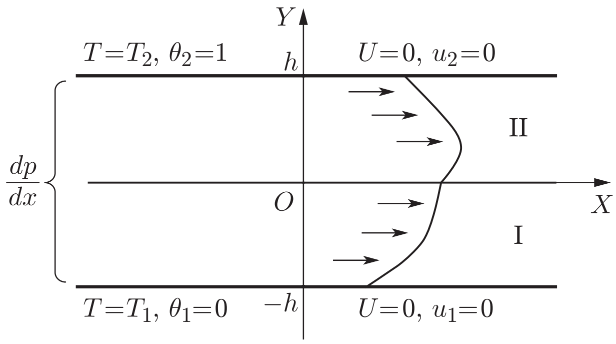

Рис. 1. Схема задачи:
I — область $-h \leqslant Y \leqslant 0$, II — область $0 \leqslant Y \leqslant h$

чено аналитическое решение задачи о ламинарном течении двух несмешивающихся жидкостей между двумя параллельными пластинами. В [5] найдено аналитическое решение в случае течения двух несмешивающихся жидкостей в пористой среде со стационарной поверхностью раздела. В работе [6] представлены результаты эксперимента, в котором с использованием оптико-механического метода исследовалось течение двух несмешивающихся (ньютоновской и неньютоновской) жидкостей в трубе. В [7] проведен анализ течения и теплопереноса двух электропроводящих и тепловыделяющих или теплопоглощающих несмешивающихся жидкостей в бесконечно длинном вертикальном канале при наличии или отсутствии пористой среды и магнитного поля. В [8] подробно изучены термодинамические условия на поверхности раздела несмешивающихся жидкостей. Показано, что минимальный градиент температуры в поперечном направлении течения обеспечивает минимальное производство энтропии вблизи пластин.

Теория жидкостей с моментными напряжениями, предложенная в работе [9], характеризуется наличием моментных напряжений, массовых пар сил и несимметричного тензора напряжений. Влияние микроструктуры в жидкости является существенным, если характерный геометрический размер рассматриваемой задачи имеет тот же порядок, что и размер элементов микроструктуры. В классической механике сплошных сред не учитывается размер материальных частиц в сплошных средах, а следовательно, и вращательное взаимодействие частиц. Поэтому тензор силовых напряжений является симметричным. Однако в ряде случаев, например при движении жидкости со взвешенными частицами, необходимо использовать модели среды, учитывающие моментные напряжения. Такие модели описывают различные типы смазки, движение крови, суспензии и т. д. В работе [10] рассмотрено гидромагнитное установившееся течение жидкости с учетом моментных напряжений.

В данной работе исследуется влияние моментных напряжений на скорость производства энтропии для течения двух несмешивающихся жидкостей между двумя параллельными пластинами.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Рассмотрим течение двух несмешивающихся жидкостей с моментными напряжениями, движущихся между двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии $2h$ друг от друга. Ось X направлена вдоль пластин, ось Y — перпендикулярно им (рис. 1). Длина пластин существенно больше расстояния между ними. Возникновение течения обусловлено наличием постоянного градиента давления, действующего в устье канала. Жидкость, имеющая вязкость μ_1, плотность ρ_1 и теплопроводность k_1, занимает область $-h \leqslant Y \leqslant 0$ (область I). Жидкость, имеющая вязкость μ_2, плотность $\rho_2 < \rho_1$ и теплопроводность k_2, занимает область $0 \leqslant Y \leqslant h$ (область II). Плотность жидкости в области I больше плотности жидкости в области II. Уравнения движения и энергии в областях I и II ($-h \leqslant Y \leqslant h$) имеют вид [9–12]

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\boldsymbol{q}) = 0; \tag{1}$$

$$\rho\,\frac{d\boldsymbol{q}}{dt} = \rho\boldsymbol{f} + \frac{1}{2}\operatorname{rot}(\rho\boldsymbol{l}) - \operatorname{grad} P + \mu\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\boldsymbol{q}) - \eta\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\boldsymbol{q}))) + {} + (\lambda + 2\mu)\operatorname{grad}(\operatorname{div}\boldsymbol{q}); \tag{2}$$

$$\rho\,\frac{dE}{dt} = \Phi + k\nabla^2 T, \tag{3}$$

где

$$\Phi = \mu[(\operatorname{grad}\boldsymbol{q}) : (\operatorname{grad}\boldsymbol{q})^{\text{т}} + (\operatorname{grad}\boldsymbol{q}) : (\operatorname{grad}\boldsymbol{q})] + 4\eta[(\operatorname{grad}\boldsymbol{\omega}) : (\operatorname{grad}\boldsymbol{\omega})^{\text{т}}] + {} + 4\eta'[(\operatorname{grad}\boldsymbol{\omega}) : (\operatorname{grad}\boldsymbol{\omega})],$$

ρ — плотность; P — давление жидкости в любой точке; $\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{\omega} = (1/2)\operatorname{rot}\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{f}$, $\boldsymbol{l}$ — скорость, завихренность (вектор спина), массовая сила на единицу массы и пара массовых сил на единицу массы соответственно; λ, μ — сдвиговая и объемная вязкости; η, η' — вязкости моментных напряжений, удовлетворяющие условиям $\mu \geqslant 0$, $3\lambda + 2\mu \geqslant 0$, $\eta \geqslant 0$, $\eta' \leqslant \eta$. В случае вязких жидкостей параметр длины $L = \sqrt{\eta/\mu}$, являющийся характерной мерой полярности жидкости с моментными напряжениями, тождественно равен нулю. В уравнении переноса энергии Φ — функция диссипации механической энергии на единицу массы; E — удельная внутренняя энергия; T — температура.

Тензор силовых напряжений τ_{ij} и тензор моментных напряжений M_{ij} определяются следующим образом:

$$\tau_{ij} = (-P + \lambda\operatorname{div}\boldsymbol{q})\delta_{ij} + 2\mu d_{ij} + (1/2)\varepsilon_{ijk}(m_{,k} + 4\eta w_{k,rr} + \rho c_k),$$

$$M_{ij} = (1/3)m\delta_{ij} + 4\eta\omega_{j,i} + 4\eta'\omega_{i,j}.$$

Здесь $\omega_{i,j}$ — спиновый тензор; ρc_k — вектор пары массовых сил; d_{ij} — компоненты скорости сдвиговых деформаций; δ_{ij} — символ Кронекера; ε_{ijk} — символ Леви — Чивиты; запятая обозначает ковариантное дифференцирование.

Для построения определяющих уравнений рассматриваемой задачи примем следующие предположения:

1) течение является установившимся ламинарным и одномерным;

2) жидкости являются несжимаемыми.

Скорость жидкости равна $\boldsymbol{q} = (U(Y), 0, 0)$ и удовлетворяет уравнению неразрывности (1). В отсутствие массовых сил и пар массовых сил определяющие уравнения (2), (3) движения жидкости для данной задачи сводятся к уравнениям для двух областей:

$$\eta_i\,\frac{d^4U_i}{dY^4} - \mu_i\,\frac{d^2U_i}{dY^2} - \frac{dP}{dX} = 0;$$

$$\mu_i\Big(\frac{dU_i}{dY}\Big)^2 + \eta_i\Big(\frac{d^2U_i}{dY^2}\Big)^2 + k_i\,\frac{d^2T_i}{dY^2} = 0, \qquad i = 1, 2. \tag{4}$$

Вводя безразмерные величины

$$x = \frac{X}{h}, \qquad y = \frac{Y}{h}, \qquad u = \frac{U}{U_0}, \qquad p = \frac{P}{\rho_1 U_0^2}$$

(U_0 — максимальная скорость жидкости в канале), получаем следующие определяющие уравнения в безразмерной форме и граничные условия, соответствующие движению в двух областях:

$$\frac{d^4u_1}{dy^4} - s_1\,\frac{d^2u_1}{dy^2} = -\operatorname{Re} s_1\,\frac{dp}{dx}, \qquad -1 \leqslant y \leqslant 0; \tag{5}$$

$$\frac{d^4u_2}{dy^4} - s_2\,\frac{d^2u_2}{dy^2} = -\operatorname{Re} s_2\,\frac{1}{n_\mu}\,\frac{dp}{dx}, \qquad 0 \leqslant y \leqslant 1. \tag{6}$$

Здесь $\operatorname{Re} = \rho_1 U_0 h/\mu_1$ — число Рейнольдса; $s_i = \mu_i h^2/\eta_i$ $(i = 1, 2)$ — параметр моментных напряжений; $n_\mu = \mu_2/\mu_1$ — отношение вязкостей.

2. Условия на твердых границах и на поверхности раздела. Особенностью течения двух несмешивающихся жидкостей является их взаимодействие через поверхность раздела жидкость — жидкость. При этом на границе раздела происходит перенос количества движения.

Чтобы определить распределения скорости $u_1(y)$, $u_2(y)$ в областях I и II, примем следующие условия на границах и поверхности раздела.

С учетом условия прилипания на неподвижных границах необходимо положить

$$u_1(y) = 0 \quad \text{при} \quad y = -1, \qquad u_2(y) = 0 \quad \text{при} \quad y = 1. \tag{7}$$

В работе [10] предложены граничные условия двух типов: 1) обращение в нуль моментных напряжений на границе; 2) обращение в нуль завихренности на границе. В данной работе принимается условие 1. На неподвижной границе это условие имеет вид

$$\frac{d^2u_1}{dy^2} = 0 \quad \text{при} \quad y = -1, \qquad \frac{d^2u_2}{dy^2} = 0 \quad \text{при} \quad y = 1 \tag{8}$$

(условие “суперприлипания”).

Предполагается, что на поверхности раздела жидкость — жидкость $y = 0$ компоненты скорости, завихренности, касательных напряжений и моментных напряжений непрерывны. Тогда

$$u_{1(0^-)} = u_{2(0^+)}, \quad \frac{du_1}{dy}\Big|_{(0^-)} = \frac{du_2}{dy}\Big|_{(0^+)}, \quad \tau_{1xy}|_{(0^-)} = \tau_{2xy}|_{(0^+)}, \quad M_{1xy}|_{(0^-)} = M_{2xy}|_{(0^+)}. \tag{9}$$

Из последних двух условий (9) следует

$$\Big(s_1\,\frac{du_1}{dy} - \frac{d^3u_1}{dy^3}\Big)\Big|_{y=0} = n_\eta\Big(s_2\,\frac{du_2}{dy} - \frac{d^3u_2}{dy^3}\Big)\Big|_{y=0}, \qquad \Big(\frac{d^2u_1}{dy^2}\Big)\Big|_{y=0} = n_\eta\Big(\frac{d^2u_2}{dy^2}\Big)\Big|_{y=0},$$

где $n_\eta = \eta_2/\eta_1$ — отношение коэффициентов моментных напряжений.

3. Решение задачи. Получим аналитические выражения для распределений скорости и температуры течения между двумя пластинами.

3.1. *Анализ первого закона термодинамики.* Решением уравнения (5) является распределение скорости в области I в виде

$$u_1(y) = c_{11} + c_{12}y + c_{13}\operatorname{ch} s_1 y + c_{14}\operatorname{sh} s_1 y + \operatorname{Re} By^2/2,$$

решением уравнения (6) — распределение скорости в области II в виде

$$u_2(y) = c_{21} + c_{22}y + c_{23}\operatorname{ch} s_2 y + c_{24}\operatorname{sh} s_2 y + \operatorname{Re} By^2/(2n_\mu).$$

Здесь $B = dp/dx = \mathrm{const}$. Решения $u_1(y)$ и $u_2(y)$ содержат восемь постоянных c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{24}, которые определяются из краевых условий (7)–(9). Выражения для этих коэффициентов в данной работе не приводятся вследствие их громоздкости.

По найденным распределениям скорости определяются распределения температуры из уравнения энергии (4). Сопряжение решений в областях I и II обеспечивается условиями непрерывности температуры на поверхности раздела и баланса теплового потока через поверхность раздела. В данной задаче предполагается, что на обеих пластинах поддерживаются постоянные температуры T_1 и T_2 $(T_1 < T_2)$. Тогда определяющее уравнение для температуры T_1 проводящей жидкости в области I имеет вид

$$k_1\,\frac{d^2T_1}{dY^2} = -\Big[\mu_1\Big(\frac{dU_1}{dY}\Big)^2 + \eta_1\Big(\frac{d^2U_1}{dY^2}\Big)^2\Big], \tag{10}$$

определяющее уравнение для температуры T_2 проводящей жидкости в области II — вид

$$k_2\,\frac{d^2T_2}{dY^2} = -\Big[\mu_2\Big(\frac{dU_2}{dY}\Big)^2 + \eta_2\Big(\frac{d^2U_2}{dY^2}\Big)^2\Big]. \tag{11}$$

Для обезразмеривания уравнений (10), (11) введем безразмерную температуру $\theta = (T - T_1)/(T_2 - T_1)$. В результате уравнения (10), (11) принимают вид

$$\begin{gathered}\frac{d^2\theta_1}{dy^2} = -\,\mathrm{Br}\,\Big[\Big(\frac{du_1}{dy}\Big)^2 + \frac{1}{s_1}\Big(\frac{d^2u_1}{dy^2}\Big)^2\Big],\\ \frac{d^2\theta_2}{dy^2} = -\,\mathrm{Br}\,\frac{n_\mu}{n_k}\Big[\Big(\frac{du_2}{dy}\Big)^2 + \frac{1}{s_2}\Big(\frac{d^2u_2}{dy^2}\Big)^2\Big].\end{gathered} \tag{12}$$

Здесь $\mathrm{Br} = \mathrm{Ec}\,\mathrm{Pr}$ — число Бринкмана; $\mathrm{Ec} = U_0^2/(c_{p_1}(T_2 - T_1))$ — число Эккерта; $\mathrm{Pr} = \mu_1 c_{p_1}/k_1$ — число Прандтля; $n_k = k_2/k_1$ — отношение теплопроводностей.

Для уравнений (12) ставятся следующие граничные условия:

$$\theta_1 = 0 \quad \text{при} \quad y = -1, \qquad \theta_2 = 1 \quad \text{при} \quad y = 1; \tag{13}$$

$$\theta_1 = \theta_2, \qquad \frac{d\theta_1}{dy} = n_k\,\frac{d\theta_2}{dy} \quad \text{при} \quad y = 0. \tag{14}$$

На поверхности раздела жидкость — жидкость $y = 0$ температура θ и тепловой поток $\boldsymbol{h}$ непрерывны.

Решения уравнений (12) с условиями на твердых границах и на поверхности раздела найдены аналитически и вследствие громоздкости в данной работе не приводятся. Решения содержат четыре постоянные, которые определяются из четырех граничных условий (13), (14).

Скорость переноса тепла на пластинах оценивается с использованием закона теплопроводности Фурье $\boldsymbol{h} = -k\nabla T$. Скорость переноса тепла в безразмерной форме представляет собой число Нуссельта: $\mathrm{Nu} = -(d\theta/dy)|_{y=\pm 1}$.

3.2. *Анализ второго закона термодинамики.* Зная распределения скорости течения и температуры жидкости, можно определить объемную скорость производства энтропии для несжимаемой жидкости с моментными напряжениями, обусловленную необратимостью переноса тепла и трения в жидкости:

$$(S_i)_G = \frac{k_i}{T_0^2}\Big(\frac{dT_i}{dY}\Big)^2 + \frac{\mu_i}{T_0}\Big(\frac{dU_i}{dY}\Big)^2 + \frac{\eta_i}{T_0}\Big(\frac{d^2U_i}{dY^2}\Big)^2. \tag{15}$$

Здесь индекс $i = 1$ соответствует области I, индекс $i = 2$ — области II. В правой части равенства (15) первый член характеризует необратимость процесса переноса тепла, два остальных члена — производство энтропии, зависящее от вязкой диссипации Φ.

Выражение для характерной скорости переноса энтропии имеет вид [1]

$$S_{G,C} = k_1(\Delta T)^2/(h^2T_0^2),$$

где T_0 — абсолютная начальная температура среды; $\Delta T = T_2 - T_1$; h — половина ширины канала.

Согласно [1] параметр производства энтропии N_s равен отношению скорости производства энтропии к характерной скорости переноса энтропии. В безразмерных переменных выражения для параметра производства энтропии для каждой жидкости имеют вид

$$N_{s_1} = \frac{(S_1)_G}{S_{G,C}} = \Big(\frac{d\theta_1}{dy}\Big)^2 + \frac{\mathrm{Br}}{\Omega}\Big[\Big(\frac{du_1}{dy}\Big)^2 + \frac{1}{s_1}\Big(\frac{d^2u_1}{dy^2}\Big)^2\Big],$$

$$N_{s_2} = \frac{(S_2)_G}{S_{G,C}} = n_k\Big(\frac{d\theta_2}{dy}\Big)^2 + \frac{\mathrm{Br}}{\Omega}\, n_\mu\Big[\Big(\frac{du_2}{dy}\Big)^2 + \frac{1}{s_2}\Big(\frac{d^2u_2}{dy^2}\Big)^2\Big],$$

где $\mathrm{Br} = \mu_1 U_0^2/(k_1 \Delta T)$ — число Бринкмана; $\Omega = \Delta T/T_0$ — безразмерный перепад температур.

Наряду с параметром производства энтропии N_s используется параметр необратимости (число Бежана Be), представляющий собой отношение производства энтропии вследствие переноса тепла N_y к общему производству энтропии N_s [13]:

$$\mathrm{Be} = \frac{N_y}{N_s} = \frac{N_y}{N_y + N_f} = \frac{1}{1 + N_f/N_y}.$$

При $\mathrm{Be} \to 1$ необратимость, обусловленная переносом тепла, преобладает над необратимостью вследствие наличия трения в жидкости, при $\mathrm{Be} \to 0$ необратимость, обусловленная трением в жидкости, преобладает над необратимостью вследствие переноса тепла.

4. Результаты исследования и их обсуждение. Проведен анализ первого и второго законов термодинамики для течения двух несмешивающихся жидкостей с моментными напряжениями. На рис. 2–13 показано влияние различных параметров на скорость, температуру, параметр производства энтропии и число Бежана.

Влияние параметра моментных напряжений s_2 на скорость показано на рис. 2. Очевидно, что при увеличении s_2 скорость увеличивается в обеих областях канала. При $s_2 \to \infty$ ($\eta \to 0$) жидкость является ньютоновской. Из рис. 2 следует, что в случае жидкости с моментными напряжениями скорость меньше, чем в случае ньютоновской жидкости. Таким образом, наличие моментных напряжений в жидкости приводит к уменьшению скорости. Это может быть обусловлено тем, что при наличии моментных напряжений некоторая доля энергии затрачивается на вращение частиц, в результате чего скорость частиц уменьшается. На рис. 3 показано влияние числа Рейнольдса Re на скорость. Видно, что при увеличении числа Рейнольдса скорость увеличивается.

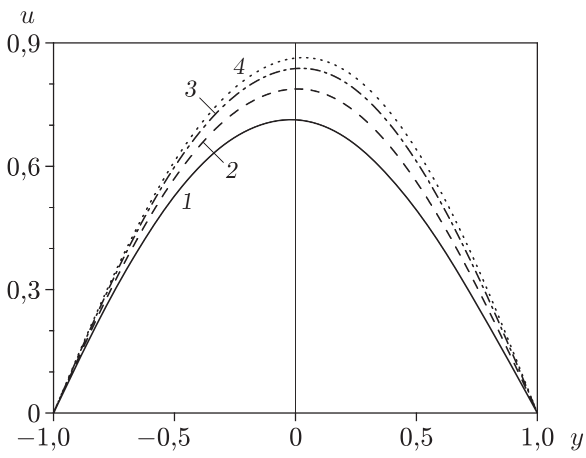

Рис. 2

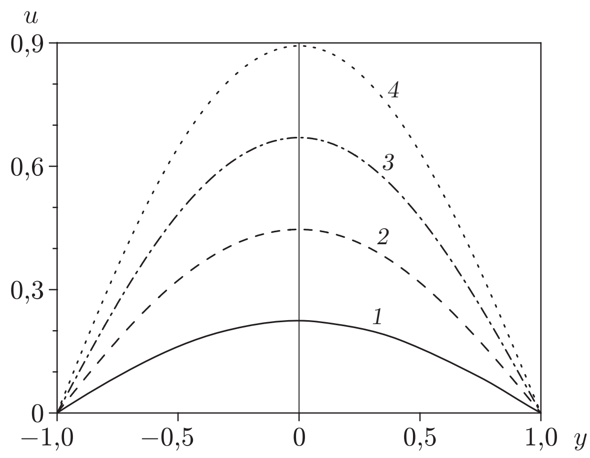

Рис. 3

Рис. 2. Влияние параметра моментных напряжений s_2 на скорость u при $B = -1{,}5$, $n_\eta = 0{,}7$, $n_\mu = 0{,}9$, $\mathrm{Re} = 2$, $s_1 = 2$:
1 — $s_2 = 1$, *2* — $s_2 = 2$, *3* — $s_2 = 3$, *4* — $s_2 = 4$

Рис. 3. Влияние числа Рейнольдса Re на скорость u при $B = -1{,}1$, $n_\eta = 0{,}8$, $n_\mu = 0{,}9$, $s_1 = 2$, $s_2 = 1{,}5$:
1 — $\mathrm{Re} = 1$, *2* — $\mathrm{Re} = 2$, *3* — $\mathrm{Re} = 3$, *4* — $\mathrm{Re} = 4$

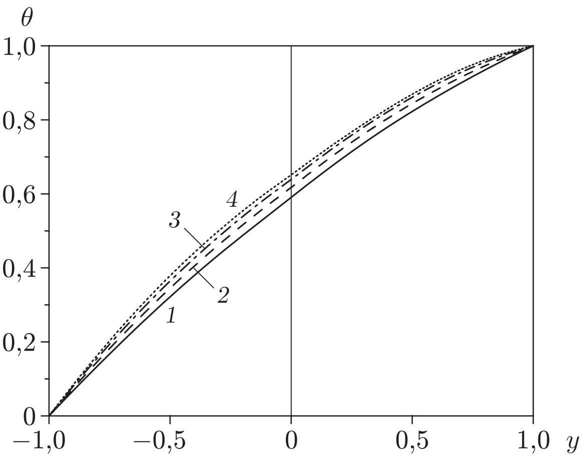

Рис. 4

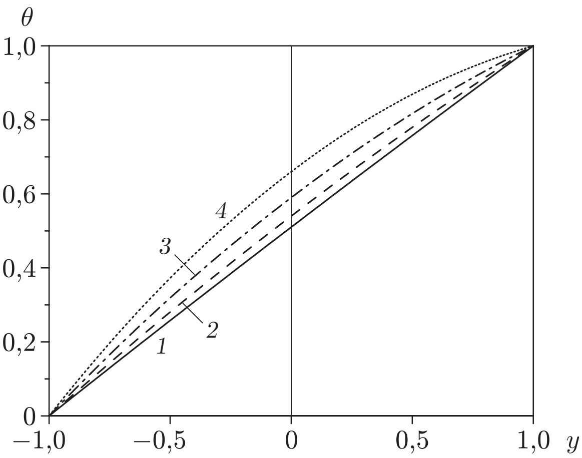

Рис. 5

Рис. 4. Влияние параметра моментных напряжений s_2 на температуру θ при $B = -0{,}2$, $\mathrm{Br} = 1{,}8$, $n_\mu = 0{,}7$, $n_\eta = 0{,}8$, $n_k = 0{,}9$, $\mathrm{Re} = 2{,}5$, $s_1 = 2$:
1 — $s_2 = 1$, *2* — $s_2 = 2$, *3* — $s_2 = 3$, *4* — $s_2 = 4$

Рис. 5. Влияние числа Рейнольдса Re на температуру θ при $B = -0{,}2$, $\mathrm{Br} = 2$, $n_\mu = 0{,}8$, $n_\eta = 0{,}8$, $n_k = 1$, $s_1 = 2$, $s_2 = 2$:
1 — $\mathrm{Re} = 1$, *2* — $\mathrm{Re} = 2$, *3* — $\mathrm{Re} = 3$, *4* — $\mathrm{Re} = 4$

Влияние параметра моментных напряжений s_2 на температуру показано на рис. 4. Обнаружено, что при увеличении s_2 температура в обеих областях канала увеличивается. Таким образом, наличие моментных напряжений вызывает уменьшение температуры жидкости.

На рис. 5 показано влияние числа Рейнольдса Re на температуру. Видно, что при увеличении числа Рейнольдса температура возрастает.

Из рис. 6 следует, что с увеличением числа Бринкмана Br вследствие наличия вязкой диссипации температура увеличивается. На рис. 7 показано влияние числа Рейнольдса Re на зависимость числа Нуссельта Nu от числа Бринкмана Br. Видно, что при увеличении числа Рейнольдса Re число Нуссельта Nu увеличивается.

На рис. 8 показано влияние параметра моментных напряжений s_2 на параметр производства энтропии N_s. При увеличении s_2 скорость производства энтропии в канале вблизи пластин увеличивается, а вблизи поверхности раздела уменьшается. Так как вязкие жидкости являются частным случаем жидкостей с моментными напряжениями при $s_2 \to \infty$, можно сделать вывод, что для вязких жидкостей трение в жидкости больше, чем для жидкостей с моментными напряжениями вблизи пластин. В то же время вязкие жидкости имеют меньшую скорость вязкой диссипации на поверхности раздела. На рис. 9 показано влияние числа Рейнольдса Re на параметр производства энтропии N_s. Увеличение Re приводит к существенному увеличению значения N_s. Скорость производства энтропии вблизи пластин возрастает быстрее в области I. Это означает, что жидкость, вязкость которой больше, имеет бóльшую скорость производства энтропии. На рис. 10 видно, что при увеличении параметра вязкой диссипации Br/Ω параметр производства энтропии N_s увеличивается. На поверхности раздела жидкостей значение N_s является минимальным, следовательно, эксергия максимальна, а диссипация энергии минимальна. При $\mathrm{Br}/\Omega = 0$ необратимость вследствие наличия трения в жидкости не оказывает влияния на производство энтропии, которое уменьшается по направлению к нагретым пластинам, приближаясь к нулю.

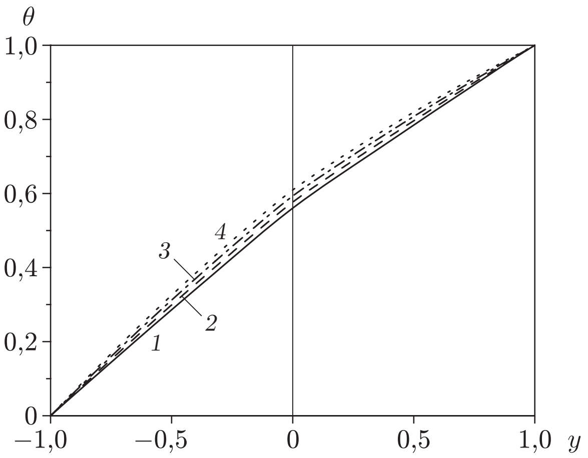

Рис. 6

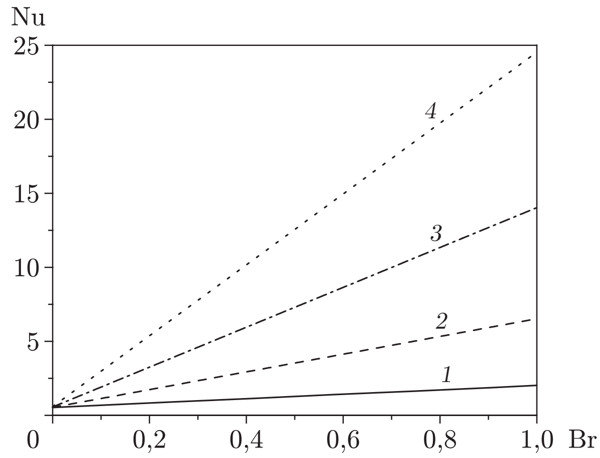

Рис. 7

Рис. 6. Влияние числа Бринкмана Br на температуру θ при $B = -0{,}4$, $n_\mu = 0{,}8$, $n_\eta = 0{,}9$, $n_k = 1{,}2$, $\mathrm{Re} = 3$, $s_1 = 2$, $s_1 = 2$:
1 — $\mathrm{Br} = 0{,}1$, *2* — $\mathrm{Br} = 0{,}2$, *3* — $\mathrm{Br} = 0{,}3$, *4* — $\mathrm{Br} = 0{,}4$

Рис. 7. Влияние числа Рейнольдса Re на зависимость числа Нуссельта Nu от числа Бринкмана Br при $B = -0{,}5$, $n_\mu = 0{,}6$, $n_\eta = 0{,}8$, $n_k = 1{,}1$, $s_1 = 2$, $s_2 = 3$:
1 — $\mathrm{Re} = 1$, *2* — $\mathrm{Re} = 2$, *3* — $\mathrm{Re} = 3$, *4* — $\mathrm{Re} = 4$

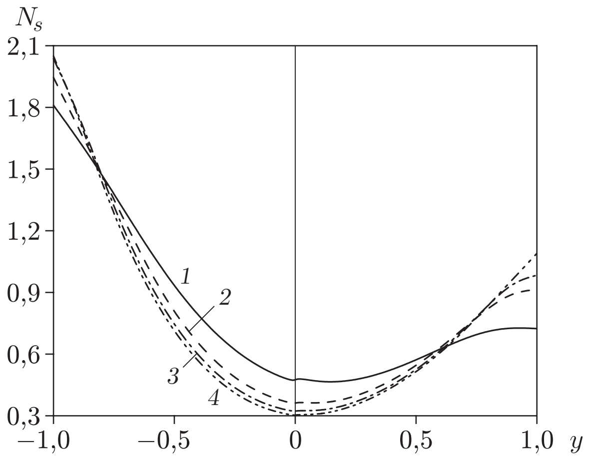

Рис. 8

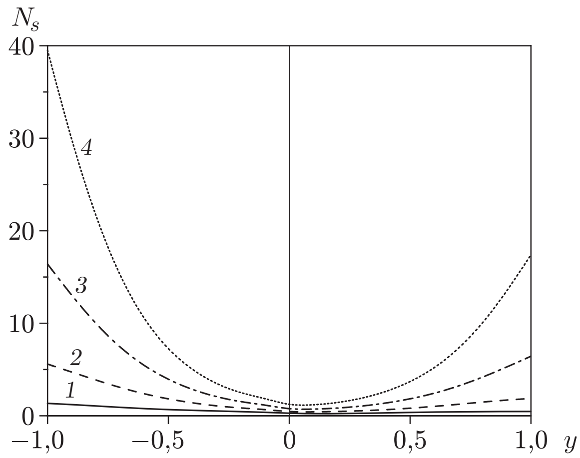

Рис. 9

Рис. 8. Влияние параметра моментных напряжений s_2 на параметр производства энтропии N_s при $B = -2$, $\mathrm{Br} = 0{,}8$, $n_\mu = 0{,}9$, $n_\eta = 0{,}8$, $n_k = 1$, $\mathrm{Re} = 2$, $s_1 = 2$, $\Omega = 1$:
1 — $s_2 = 5$, *2* — $s_2 = 10$, *3* — $s_2 = 15$, *4* — $s_2 = 20$

Рис. 9. Влияние числа Рейнольдса Re на параметр производства энтропии N_s при $B = -0{,}2$, $\mathrm{Br} = 5$, $n_\mu = 0{,}8$, $n_\eta = 0{,}8$, $n_k = 1{,}2$, $s_1 = 8$, $s_2 = 8$, $\Omega = 1$:
1 — $\mathrm{Re} = 1$, *2* — $\mathrm{Re} = 2$, *3* — $\mathrm{Re} = 3$, *4* — $\mathrm{Re} = 4$

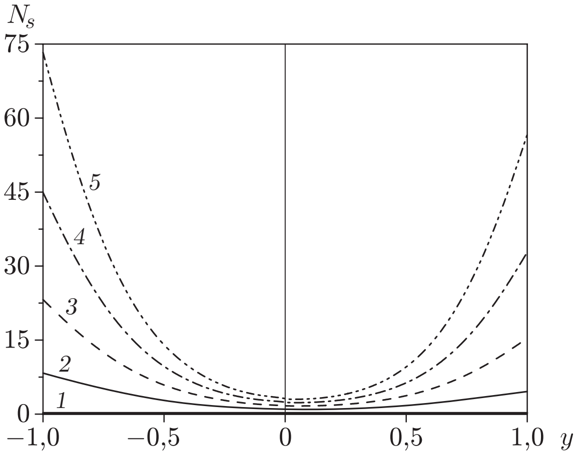

Рис. 10

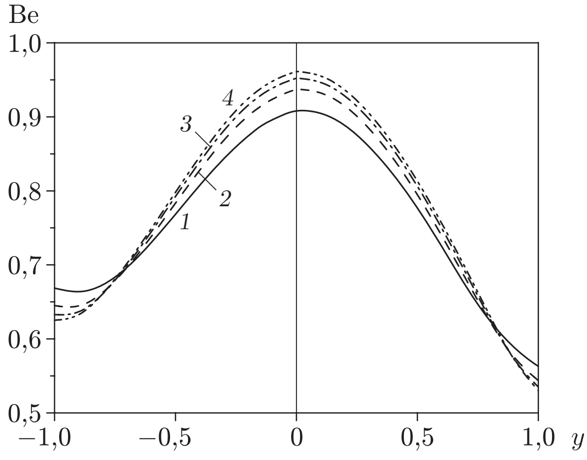

Рис. 11

Рис. 10. Влияние параметра вязкой диссипации Br/Ω на параметр производства энтропии N_s при $B = -1{,}6$, $n_\mu = 0{,}7$, $n_\eta = 0{,}7$, $n_k = 1{,}2$, $\mathrm{Re} = 4$, $s_1 = 6$, $s_2 = 6$: *1* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0$, *2* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0{,}1$, *3* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0{,}2$, *4* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0{,}3$, *5* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0{,}4$

Рис. 11. Влияние параметра моментных напряжений s_2 на число Бежана Be при $B = -0{,}1$, $\mathrm{Br} = 0{,}9$, $n_\mu = 0{,}6$, $n_\eta = 0{,}8$, $n_k = 0{,}8$, $\mathrm{Re} = 2$, $s_1 = 5$, $\Omega = 1$: *1* — $s_2 = 5$, *2* — $s_2 = 10$, *3* — $s_2 = 15$, *4* — $s_2 = 20$

На рис. 11 показано влияние параметра моментных напряжений s_2 на число Бежана. Видно, что с увеличением s_2 вблизи пластин число Бежана уменьшается, а вблизи поверхности раздела — увеличивается. На поверхности раздела число Бежана быстро изменяется. На рис. 12 показано влияние числа Рейнольдса Re на число Бежана Be. При увеличении Re значение Be уменьшается. Вблизи пластин число Бежана Be изменяется более существенно, чем на поверхности раздела. На рис. 13 видно, что число Бежана является максимальным на поверхности раздела и уменьшается в направлениях к стенкам канала. При увеличении параметра вязкой диссипации Br/Ω число Бежана уменьшается. При $\mathrm{Br}/\Omega = 0$ число Бежана принимает максимальное теоретическое значение $\mathrm{Be} = 1$, т. е. трение в жидкости не оказывает влияния на производство энтропии. При других значениях Br/Ω число Бежана достигает максимального значения вблизи оси канала и уменьшается вблизи стенок. Из рис. 10 следует, что при увеличении параметра вязкой диссипации Br/Ω производство энтропии на обеих стенках увеличивается, а на поверхности раздела принимает минимальное значение. Этот результат согласуется с данными работы [8].

Заключение. При исследовании влияния моментных напряжений на скорость, температуру, параметр производства энтропии и число Бежана проведен анализ первого и второго законов термодинамики. Изучено влияние параметра вязкой диссипации Br/Ω на параметр производства энтропии N_s и число Бежана Be. Установлено, что при наличии моментных напряжений в жидкости ее скорость и температура внутри канала уменьшаются. Скорость производства энтропии N_s максимальна вблизи пластин и минимальна на поверхности раздела. Это свидетельствует о том, что наличие трения, обусловленного наличием поверхности раздела жидкостей, вызывает увеличение скорости производства энтропии. Скорость производства энтропии N_s в области I больше, чем в области II, т. е. в жидкости, имеющей бо́льшую вязкость, скорость производства энтропии больше. На поверхности раздела число Бежана является максимальным, следовательно, эксергия максимальна и необратимость потерь энергии минимальна. При увеличении моментных

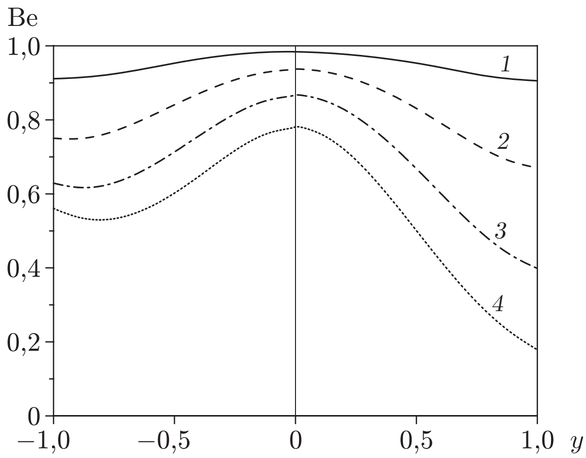

Рис. 12

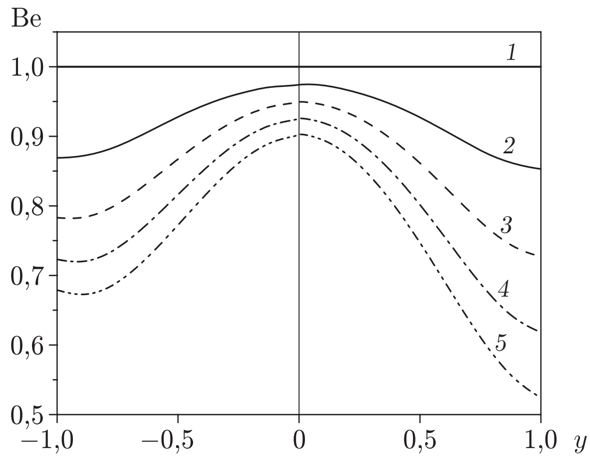

Рис. 13

Рис. 12. Влияние числа Рейнольдса Re на число Бежана Be при $B = -0{,}1$, $\mathrm{Br} = 4$, $n_\mu = 0{,}8$, $n_\eta = 0{,}8$, $n_k = 0{,}8$, $s_1 = 8$, $s_2 = 8$, $\Omega = 1$:
1 — Re = 1, *2* — Re = 2, *3* — Re = 3, *4* — Re = 4

Рис. 13. Влияние параметра вязкой диссипации Br/Ω на число Бежана Be при $B = -0{,}1$, $n_\mu = 0{,}8$, $n_\eta = 0{,}9$, $n_k = 1$, $\mathrm{Re} = 8$, $s_1 = 8$, $s_2 = 8$:
1 — $\mathrm{Br}/\Omega = 0$, *2* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0{,}1$, *3* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0{,}2$, *4* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0{,}3$, *5* — $\mathrm{Br}/\Omega = 0{,}4$

напряжений на поверхности раздела увеличивается эксергия, а на пластинах — вязкая диссипация, обусловленная наличием трения. Таким образом, в вязких жидкостях трение больше вблизи пластин, а эксергия — на поверхности раздела. Следовательно, жидкости с моментными напряжениями могут использоваться в качестве смазочных веществ. Параметр вязкой диссипации Br/Ω оказывает существенное влияние на скорость производства энтропии. Большее значение параметра вязкой диссипации обусловливает бо́льшую скорость производства энтропии вблизи пластин. В области I производство энтропии вблизи пластин увеличивается быстрее, чем в области II.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Bejan A.** A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer // J. Heat Transfer. 1979. V. 101. P. 718–725.
2. **Bejan A.** Second law analysis in heat transfer // Energy. 1980. V. 5. P. 721–732.
3. **Chaturani P., Samy R. P.** A study of non-Newtonian aspects of blood flow through stenosed arteries and its applications in arterial diseases // Biorheology. 1985. V. 22. P. 521–531.
4. **Bird R. B.** Transport phenomena / R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot. N. Y.: John Wiley and Sons, 1960.
5. **Voinov V. V.** Exact solutions of the problem of the motion of the interface between immicible fluids in a porous medium // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1991. V. 32, N 1. P. 64–67.
6. **Bakhtiyarov S. I., Siginer D. A.** A note on the laminar core-annular flow of two immiscible fluids in a horizontal tube // Proc. of the Intern. symp. on liquid-liquid two phase flow and transport phenomena. Santa Barbara: Begell house, 1997. P. 107–111.
7. **Chamkha A. J.** Flow of two immiscible fluids in porous and nonporous channels // J. Fluids Engng. 2000. V. 122. P. 117–124.

8. **Kamisli F., Oztop H. F.** Second law analysis of the 2D laminar flow of two-immiscible, incompressible viscous fluids in a channel // Heat Mass Transfer. 2008. V. 44. P. 751–761.
9. **Stokes V. K.** Couple stresses in fluid // Phys. Fluids. 1966. V. 9. P. 1709–1715.
10. **Stokes V. K.** Theories of fluids with microstructures. Berlin; Heidelberg; N. Y., etc.: Springer-Verlag, 1984.
11. **Stokes V. K.** Effects of couple stresses in fluids on hydromagnetic channel flows // Phys. Fluids. 1968. V. 11. P. 1131–1133.
12. **Stokes V. K.** On some effects of couple stresses in fluids on heat transfer // J. Heat Transfer. 1969. V. 91. P. 182–184.
13. **Paoletti S., Rispoli F., Sciubba E.** Calculation exergetic losses in compact heat exchanger passages // Proc. ASME. Adv. Energy Systems Division. 1989. V. 10. P. 21–29.

Поступила в редакцию 14/IV 2014 г.,
в окончательном варианте — 14/X 2014 г.