

УДК 532.529

РОСТ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ПРЕДЕЛЬНО ПЕРЕГРЕТОЙ ЖИДКОСТИ*

С.П. АКТЕРШЕВ

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Численным методом исследуется динамика парового пузырька, растущего в однородно перегретой жидкости при температуре предельного перегрева. Используется схема температурно-однородного равновесного парового пузырька, в которой учитывается изменение давления и плотности пара в пузырьке. Расчеты сравниваются с имеющимися теоретическими моделями и результатами экспериментов. Показано, что высокие значения скорости поверхности пузырька, наблюдающиеся в экспериментах по взрывному вскипанию перегретой жидкости, можно объяснить длительной динамической стадией, в течение которой поддерживается существенный перепад давления между жидкостью и паровым пузырьком.

ВВЕДЕНИЕ

Задача о росте парового пузырька в однородно перегретой жидкости имеет большое значение как для практики, так и в теоретическом плане для понимания основных закономерностей процесса кипения жидкости. В самой общей постановке рост парового пузырька определяется различными факторами — подводом тепла от жидкости к паровой фазе, молекулярно-кинетическими процессами на межфазной поверхности, термокапиллярным эффектом, гравитацией, динамической реакцией жидкости и т. д. В зависимости от параметров двухфазной системы на той или иной стадии процесса может происходить смена факторов, определяющих скорость роста пузырька, поэтому для аналитического решения данной задачи используются различные упрощенные модели (схемы роста). В каждой конкретной схеме выделен какой-либо один основной механизм, контролирующий процесс роста пузырька. Наиболее распространенным механизмом является тепловая энергетическая схема роста парового пузырька [1 – 5], имеющая широкую область практического применения. Эта схема основана на следующих предположениях: а) рост пузырька контролируется теплопередачей от перегретой жидкости к межфазной поверхности; б) поток тепла в жидкости на межфазной поверхности расходуется только на испарение жидкости; в) в течение всего процесса давление во всем объеме постоянно и равно p_0 , г) температура пара в пузырьке равна температуре насыщения при данном давлении $T_0(p_0)$. На основе этих предположений из уравнения изменения массы пара в пузырьке следует, что скорость поверхности пузырька определяется распределением температуры в жидкости вокруг пузырька —

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-16133).

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\lambda_l}{\rho_v L} \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r=R}. \quad (1)$$

В тепловой схеме зависимость радиуса пузырька от времени оказывается вида $R(t) = m\sqrt{a_r t}$, где константа m (модуль роста) зависит от числа Якоба. Довольно полное аналитическое решение задачи в такой постановке представлено в [4] в виде квадратуры (интеграла Скрайвена) для модуля роста. В дальнейших теоретических исследованиях [6–11] основное внимание уделялось определению зависимости $m(Ja)$. В настоящее время в литературе используются различные теоретические зависимости $m(Ja)$, которые при $Ja \gg 1$ дают близкие значения m ; наибольшее распространение получила формула Плессета — Цвика

$$m = 2Ja\sqrt{3/\pi}.$$

В работе [6] показано, что при $Ja \gg 1$ значение m зависит также от критерия $N_{Ja} = c_p \Delta T / L$. Для широкого диапазона значений Ja предложена формула

$$m = \sqrt{\frac{3}{\pi}} Ja \cdot \psi + \sqrt{\frac{3}{\pi} (Ja \cdot \psi)^2 + 2Ja}, \quad (2)$$

где $\psi = 1 + \sqrt{\pi/2} \left(1/\sqrt{1 - N_{Ja}} - 1 \right)$ — поправка на проницаемость межфазной границы. В случае $N_{Ja} \ll 1$ $\psi \approx 1$ и зависимость (2) при $Ja \gg 1$ переходит в формулу Плессета — Цвика. В случае $N_{Ja} \rightarrow 1$ (2) — дает асимптотику $m \rightarrow \infty$.

Тепловая энергетическая схема роста пузырька, как и любая модель, имеет ограниченную область применения. В частности, из тепловой схемы следует физически неадекватный результат $dR(0)/dt \rightarrow \infty$. Очевидно, что в начальной стадии скорость роста пузырька ограничивается инерцией растекающейся жидкости, поэтому в работах [7–11] была учтена ее инерционность и другие параметры, влияющие на скорость роста пузырька. Посредством линеаризации зависимости температуры пара от давления и введения в уравнение (1) поправки к давлению пара из соотношения Рэлея $dR/dt = \sqrt{2\Delta p / 3\rho_l}$ в [8–10] получена инерционно-тепловая схема. В работе [10] в рамках этой схемы предлагается учесть поправку Ψ_1 на проницаемость межфазной границы, при этом безразмерный радиус пузырька определяется из уравнения

$$dr_b/d\tau = \sqrt{1 + \tau/4\Psi_1^2} - \sqrt{\tau}/2\Psi_1. \quad (3)$$

Здесь $r_b = R\sqrt{2\Delta p / 3\rho_l} / (a_r Ja^2)$, $\tau = t \cdot (2\Delta p / 3\rho_l) / (a_r Ja^2)$, $\Psi_1 = 1 + \sqrt{\pi/2} \left(1/\sqrt{1 - N_{Ja}} \cdot \left(1 - (dr/d\tau)^2 \right) - 1 \right)$. Инерционно-тепловая схема, в отличие от тепловой схемы, дает разумную асимптотику $dR(0)/dt = \sqrt{2\Delta p / 3\rho_l}$.

Следует отметить, что в соотношении Рэлея давление пара и скорость поверхности пузырька полагаются постоянными, что противоречит исходным предположениям уравнения (1). Кроме того, в инерционно-тепловой схеме учитывается изменение давления пара, но не учитывается изменение его плотности. При таком синтезе противоречивых исходных положений трудно определить границы применения этой комбинированной теории.

В [12, 13] рост пузырька в однородно перегретой жидкости исследовался численными методами. Расчеты, сделанные в [12] при $N_{Ja} \ll 1$, хорошо согласуются с результатами экспериментов и теоретической зависимостью [1]. В [13] проведено численное моделирование вскипания предельно перегретого бутана с учетом кинетики процесса испарения. Коэффициент испарения в [13] подбирался из сравнения с экспериментом [18], однако при этом игнорировалось охлаждение жидкости в процессе испарения, поэтому расчеты неадекватно описывают исследуемый процесс.

На ранней (динамической) стадии роста пузырька основную роль играет разность давлений Δp в пузырьке и в жидкости. По мере роста пузырька $\Delta p \rightarrow 0$ начинают выполняться основные положения тепловой схемы, т. е. тепловая стадия роста является асимптотикой $t \rightarrow \infty$. Для малых значений перегрева динамическая стадия очень короткая и основной рост пузырька происходит на тепловой стадии. При высоком значении перегрева динамическая стадия может оказаться настолько длительной, что паровой пузырек вырастет до значительных размеров, прежде чем начнут выполняться исходные положения тепловой схемы. Длительность t_d динамической стадии роста пузырька, при которой тепловая схема еще не работает, можно оценить, приравняв радиус пузырька по инерционной ($R = t_d \sqrt{2\Delta p_0 / 3\rho_l}$) и тепловой ($R = m\sqrt{a_T t_d}$) схемам, где $\Delta p_0 = p_v(T_0 + \Delta T) - p_0$ — изменение давления насыщенного пара при перегреве ΔT . Отсюда получаем

$$t_d = \frac{3a_T \rho_l}{2\Delta p} m^2. \quad (4)$$

Если подставить (2) в (4), получим зависимость t_d от критерия N_{Ja} . Как видно из (2), (4), длительность динамической стадии резко возрастает при $N_{Ja} \rightarrow 1$. Это означает, что при высоких значениях перегрева основной рост пузырька происходит на динамической стадии, и для адекватного описания роста парового пузырька необходимо учитывать изменение во времени всех параметров пара (давления, плотности, температуры). Кроме того, при высоких значениях перегрева становится существенной зависимость теплофизических свойств жидкости от температуры (теплоты фазового превращения, теплоемкости и т. д.). В этой связи становится актуальным численное моделирование процесса роста парового пузырька в предельно перегретой жидкости и сопоставление результатов расчетов с имеющимися экспериментальными данными и теоретическими зависимостями.

УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА

Жидкость, окружающей пузырек радиусом $R(t)$, считаем вязкой и несжимаемой, течение — сферически симметричным и потенциальным с полем скорости $u_l(r, t) = u_l(R/r)^2$, где $u_l(t)$ — скорость жидкости на межфазной поверхности. Запишем для жидкости уравнение движения:

$$\frac{\partial u_l}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p_l}{\rho_l} + \frac{u_l^2}{2} \right) = 0. \quad (5)$$

Подставляя в (5) $u_l = u_l(t)(R(t)/r)^2$ и интегрируя по радиальной координате r , получаем уравнение Рэлея

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dt} (u_1 R^2) = \frac{p_1 - p_0}{\rho_l} + \frac{u_1^2}{2}. \quad (6)$$

Здесь $p_1(t)$ — давление в жидкости на межфазной поверхности, p_0 — давление вдали от пузырька. Запишем граничные условия на межфазной поверхности, которые выражают собой законы сохранения массы, импульса и энергии [14]:

$$\rho_l \left(\frac{dR}{dt} - u_1 \right) = \rho_v \left(\frac{dR}{dt} - u_2 \right) = j, \quad (7)$$

$$p_1 + \frac{j^2}{\rho_l} = p_v + \frac{j^2}{\rho_v} - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu u_1}{R}, \quad (8)$$

$$\lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial r} = \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r} - jL. \quad (9)$$

Здесь u_1, u_2 — соответственно скорости жидкости и пара на межфазной поверхности, j — плотность потока массы вследствие фазового превращения, L — теплота фазового перехода. Используя (8), преобразуем (6) в виде

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dt} (u_1 R^2) - \frac{u_1^2}{2} + \frac{4v_l u_1}{R} = \frac{p_v - p_0 - 2\sigma/R}{\rho_l} + \frac{j^2}{\rho_v \rho_l} (1 - \rho_v / \rho_l). \quad (10)$$

Последнее слагаемое в правой части (10) учитывает реактивную силу на поверхность жидкости вследствие фазового перехода. Оно играет заметную роль только при очень интенсивном фазовом превращении.

Температура пара и жидкости определяются из уравнения энергии для каждой из фаз:

$$\rho_v c_{p_v} \left(\frac{\partial T_v}{\partial t} + u_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right), \quad \rho_l c_{p_l} \left(\frac{\partial T_l}{\partial t} + u_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right). \quad (11)$$

Для пара будем использовать схему однородного равновесного парового пузырька [14]. В рамках этой схемы температура пара считается однородной по объему пузырька; пар считается идеальным газом, уравнение состояния которого

$$p_v = R_g \rho_v T_v, \quad (12)$$

а давление и температура пара связаны между собой уравнением Клапейрона — Клаузиуса

$$\frac{dT_v}{dp_v} = \frac{T_v}{L} \left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l} \right). \quad (13)$$

При этом изменение давления пара в пузырьке описывается уравнением

$$\frac{R}{3\kappa \cdot p_v} \frac{dp_v}{dt} = -u_1 + \frac{j}{\rho_v} \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_l} \right). \quad (14)$$

Здесь $\kappa = \gamma / \left(1 + (\gamma - 1) \left(1 - \gamma R_g T_v / L (\gamma - 1) \right)^2 \right)$ — переменный показатель политропы, γ — показатель адиабаты пара, $j = \lambda_l \left(\partial T_l / \partial r \right) \Big|_{r=R} / L$ — плотность потока

массы на поверхности пузырька. Уравнение (14) получено из уравнения изменения массы пара в пузырьке и первого закона термодинамики с помощью (12), (13) и с учетом теплового потока в паровую фазу из граничного условия (9). Уравнение (14) применимо как для роста парового пузыря в перегретой жидкости, так и для его схлопывания в переохлажденной жидкости. При $\rho_v/\rho_l \ll 1$ в асимптотике $t \rightarrow \infty$, $dp_v/dt \rightarrow 0$, $u_1 \rightarrow dR/dt$ уравнение (14) переходит в (1).

Полагая $\rho_v/\rho_l \ll 1$, подставим (12) в уравнение (13) и после интегрирования получаем зависимость давления насыщенного пара от температуры в виде

$$p_v = p_0 \exp(\varepsilon \cdot (1 - T_0/T_v)), \quad (15)$$

где $\varepsilon = L/R_g T_0$. Зависимость (15) хорошо аппроксимирует экспериментальные данные для многих веществ в довольно широком диапазоне температуры. Даже в том случае, когда теплота фазового превращения L существенно зависит от температуры, соотношение (15) дает хорошую аппроксимацию, если выбрать некоторое среднее значение L в указанном диапазоне температуры.

Подставляя (15) в уравнение (14), преобразуем его в виде

$$\frac{\varepsilon T_0}{3\kappa} \frac{R}{T_v^2} \frac{dT_v}{dt} = -u_1 + \frac{j}{\rho_v}. \quad (16)$$

Введем вместо радиуса пузырька переменную $X = R^{5/2}$, а вместо скорости u_1 переменную $f(t) = u_1 R^{3/2}$. Используя введенные переменные, преобразуем граничное условие (7) и уравнения (10), (16) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \frac{5}{2} \left(f + \frac{j}{\rho_l} X^{3/5} \right), \\ \frac{df}{dt} &= X^{1/5} \left(\frac{p_v - p_0}{\rho_l} - \frac{2\sigma}{X^{2/5}} + \frac{j^2}{\rho_v \rho_l} \right) - \frac{f}{X^{2/5}} \left(\frac{j}{2\rho_l} + \frac{4v_l}{X^{2/5}} \right), \\ \frac{\varepsilon T_0 \cdot X}{3\kappa \cdot T_v^2} \frac{dT_v}{dt} &= -f + \frac{j}{\rho_v} X^{3/5}. \end{aligned} \quad (17)$$

Удобство введенных переменных f , X заключается в следующем. Величина $2\pi\rho_l f^2$ представляет собой кинетическую энергию жидкости, окружающей пузырек. В случае схлопывания пузырька в недогретой жидкости ($p_v = \text{const} < p_0$, $R \rightarrow 0$) величины f , df/dt и dX/dt в момент исчезновения пузырька остаются конечными, в то время как $dR/dt \rightarrow \infty$ и $d^2R/dt^2 \rightarrow \infty$. Таким образом, уравнения (17) можно интегрировать численным методом до полного исчезновения пузырька.

УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЖИДКОСТИ

Обыкновенные дифференциальные уравнения (17), соединенные с уравнением теплопереноса в жидкости, имеют вид:

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} + \frac{f}{r^2} X^{1/5} \frac{\partial T_l}{\partial r} = \frac{a_T}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right). \quad (18)$$

Уравнения (17), (18) вместе с соотношениями (12), (15) составляют замкнутую систему относительно неизвестных функций $X, f, p_v, \rho_v, T_l, T_v$, описывающую динамику парового пузырька. Для решения этой системы необходимо задать начальные значения $X(0), f(0), T_v(0)$ и начальное распределение температуры в жидкости около пузырька.

Предполагается, что паровой пузырек образовался в результате флуктуации. Начальное давление пара в пузырьке $p_v(0)$ определяется величиной перегрева ΔT по зависимости (15); начальный радиус пузырька R_0 превышает критический радиус зародыша $R_{cr} = 2\sigma/(p_v(0) - p_0)$; жидкость, окружающая пузырек, в начальный момент неподвижна; распределение температуры жидкости в начальный момент однородно: $T_l(r, 0) = T_0 + \Delta T, r \geq R_0$.

Рассмотрим уравнение (18) в лагранжевых переменных $(r(t), t)$, где $r(t)$ — радиальная координата индивидуальной частицы жидкости определяется полем скорости жидкости:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{f X^{1/5}}{r^2}. \quad (19)$$

Умножив уравнение (18) на r , запишем его в виде

$$r \frac{d}{dt} \left(\frac{\Phi}{r} \right) = a_T \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}, \quad (20)$$

где $\Phi(r, t) = r(t)(T_l - T_0 - \Delta T)$. Начальное и граничные условия для (20) имеют вид

$$\Phi(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial \Phi(\infty, t)}{\partial r} = 0, \quad \Phi(R, t) = R(t)(T_v(t) - T_0 - \Delta T). \quad (21)$$

В предельном случае неподвижной жидкости при ступенчатом изменении температуры на поверхности пузырька (20), (21) описывают известную задачу о нагреве полубесконечного массива.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Введем масштабы: линейный a_m , скорости $u_m = \sqrt{p_0/\rho_l}$, времени $t_m = a_m/u_m$, температуры T_0 , давления p_0 и перейдем к безразмерным переменным $t/t_m, r/a_m, f/u_m a_m^{3/2}, X/a_m^{5/2}, T/T_0, p/p_0$, сохраняя прежние буквенные обозначения. Введем узлы сетки по радиальной координате $r_k, k = 1, 2, 3, \dots, N$, в которых вычисляются значения разностной функции Φ_k . Первый узел сетки поместим на поверхности пузырька ($r_1 \equiv R$), координата второго узла $r_2(t)$ вычислялась по уравнению (19), которое в разностном виде записывалось по неявной схеме

$$\tilde{r}_2 = \left(r_1^3 + 3\Delta t \tilde{f} \tilde{X}^{1/5} \right)^{1/3}. \quad (22)$$

Здесь Δt — шаг по времени; переменные с тильдой — значения, взятые на новом временном слое $t + \Delta t$. Радиальные координаты r_k остальных узлов определялись следующим образом: $r_{k+1} = \left(r_k^3 + h_k \right)^{1/3}$. Здесь $4\pi h_k/3$ — объемы слоев жидкости,

ограниченных сферами радиусом r_k и r_{k+1} . Из (19) следует, что $h_k(t) = \text{const}$ при $k = 2, 3, \dots, N$. Поверхность растущего пузырька обгоняет частицы жидкости, поэтому объем $h_1(t)$ первого жидкого слоя, примыкающего к поверхности пузырька, постепенно расходуется на испарение в соответствии с уравнением

$$dh_1/dt = -3jR^2/\rho_l,$$

или в разностном виде

$$\tilde{h}_1 = h_1 - 3B\Delta t \tilde{j} \tilde{X}^{4/5}.$$

Здесь $B = \lambda_l T_0 / (\rho_l La_m u_m)$, $\tilde{j} = (\tilde{\Phi}_2 / \tilde{r}_2 - \tilde{\Phi}_1 / \tilde{r}_1) / (\tilde{r}_2 - \tilde{r}_1)$. Когда в процессе расчета первый слой полностью испарится, на внешней границе расчетной области добавляется новый узел взамен узла, поглощенного межфазной поверхностью. Таким образом, количество узлов сетки N остается постоянным.

Разностные уравнения (17), (20), также записанные по неявной схеме, имеют вид:

$$\begin{aligned} \tilde{X} &= X + 2,5\Delta t (\tilde{f} + B\tilde{j}\tilde{X}^{3/5}), \\ \frac{\tilde{f} - f}{\Delta t} &= \tilde{X}^{1/5} \left(\tilde{p} - 1 - \frac{S}{\tilde{X}^{2/5}} + \frac{(B \cdot \tilde{j})^2}{\tilde{\rho}_v} \right) - \frac{\tilde{f}}{\tilde{X}^{2/5}} \left(\frac{B}{2} \tilde{j} + \frac{A}{\tilde{X}^{2/5}} \right), \\ \frac{\varepsilon \cdot \tilde{X}}{3\kappa\Delta t} \left(\frac{\tilde{T}_v - T_v}{T_v \tilde{T}_v} \right) &= -\tilde{f} + \frac{\tilde{j}}{\tilde{\rho}_v} B \cdot \tilde{X}^{3/5}, \\ \frac{\tilde{r}_k}{\Delta t} \left(\frac{\tilde{\Phi}_k / \tilde{r}_k - \Phi_k / r_k}{\Delta t} \right) &= Fo \left(\frac{\tilde{\Phi}_{k-1}(1+c) - 2\tilde{\Phi}_k + \tilde{\Phi}_{k+1}(1-c)}{d^2(1-c^2)} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь $A = 4\nu / (a_m u_m)$, $S = 2\sigma / a_m p_0$, $\tilde{p} = \exp(\varepsilon(1 - 1/\tilde{T}_v))$, $\tilde{\rho}_v = (\rho_{v0} / \rho_l) \tilde{p} / \tilde{T}_v$, $Fo = a_T / u_m a_m$, $d = 0,5(\tilde{r}_{k+1} - \tilde{r}_{k-1})$, $c = (\tilde{r}_{k+1} + \tilde{r}_{k-1} - 2\tilde{r}_k) / (\tilde{r}_{k+1} - \tilde{r}_{k-1})$. Вторая разностная производная по координате в последнем уравнении (23) имеет аппроксимацию первого порядка из-за неравномерности сетки.

Уравнение теплопереноса в жидкости решалось методом прогонки, который, как известно, для неявной схемы является абсолютно устойчивым. Решение всей системы разностных уравнений (23) осуществлялось методом итераций; в качестве начального приближения для итераций брались значения на старом временном слое. Для вычисления коэффициентов прогонки привлекались граничные условия (21) вместе с третьим уравнением из (23). В начальный момент задавались значения h_k так, чтобы $h_1/R_0^3 \ll \rho_v / \rho_l$ и $h_{k+1}/h_k = Q > 1$, $k = 1, 2, \dots, N$. Количество сферических слоев N определялось из условия малости возмущения температуры “на бесконечности”. При $Q = 1,04 \div 1,06$ практически достаточно $N = 100 \div 150$ узлов.

Проводились тестовые расчеты системы уравнений (23). В случае $\sigma = 0$, $j = 0$, $p_v = \text{const}$ результаты численного счета совпадали с аналитическим решением уравнения Рэлея, а для неподвижной межфазной поверхности — с аналитическим решением задачи о нагреве полубесконечного массива.

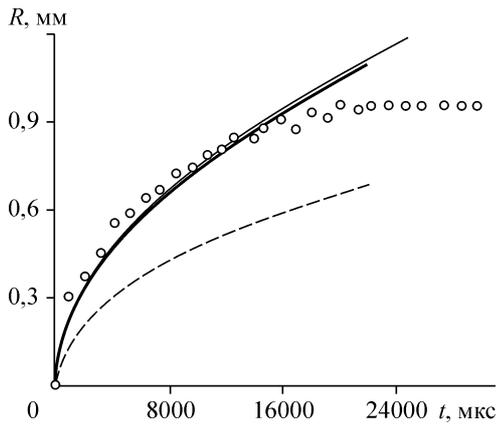


Рис. 1. Зависимость радиуса пузыря от времени. Н-октан, $p_0 = 6,87 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 39$ К.

Формула Плессета — Цвика (---), инерционно-тепловая схема [10] (—), расчет в настоящей работе (—), экспериментальные данные [16] (o).

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Были проведены расчеты для ряда легкокипящих органических жидкостей (бутан, изопентан, н-октан) в диапазоне давления

$p_0 \approx 0,1 \div 0,7$ МПа и перегрева $\Delta T \approx 40 \div 112$ К. Теплофизические свойства веществ взяты из [15]. Критический радиус зародыша для таких значений перегрева составляет $10^{-7} \div 10^{-8}$ м. Расчеты показали, что значения начального радиуса пузырька, вязкости жидкости и поверхностного натяжения в целом слабо влияют на рост пузырька. Кривые $R(t)$ для различных R_0/R_{cr} отличаются друг от друга только в течение начального очень короткого периода разгона жидкости (порядка 10^{-8} с), когда размер пузырька не превышает $10^{-7} \div 10^{-6}$ м. В дальнейшем система «забывает» начальное состояние и кривые $R(t)$ для различных R_0 практически совпадают.

На рис. 1, 2 показаны результаты расчета для условий экспериментов [16], где с помощью скоростной киносъемки с временным разрешением 10^{-3} с изучался процесс вскипания предельно перегретых капель н-октана, всплывающих в глицерине. На рис. 1 приведены результаты расчета $R(t)$ при $p_0 = 6,87 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 39$ К ($N_{Ja} = 0,53$) в сравнении формулой (2), формулой Плессета — Цвика и экспериментальными данными. В эксперименте регистрировался не радиус пузырька, а размер двухфазной капли с пузырьком пара внутри. Полагая, что капля и пузырек — концентричные сферы, нетрудно получить соотношение между радиусами парового пузырька и двухфазной капли из условия сохранения массы жидкости:

$$R_d^3 - R_{d0}^3 = R^3 (1 - \rho_v / \rho_l).$$

Здесь R_d — радиус двухфазной капли, R — радиус пузырька, $R_{d0} = 0,4$ мм — начальный радиус капли.

Рис. 2. Зависимость давления в пузыре от времени. Н-октан, $p_0 = 6,87 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 39$ К.

Настоящая работа (—), давление в жидкости (---).

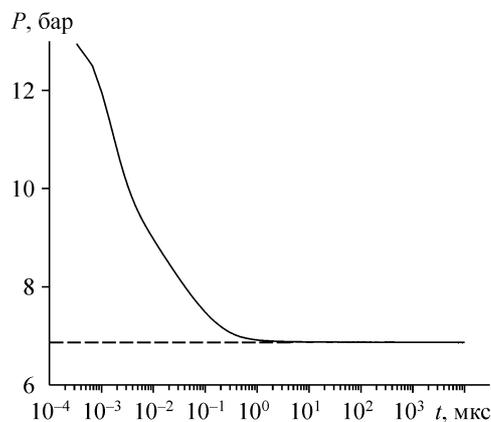
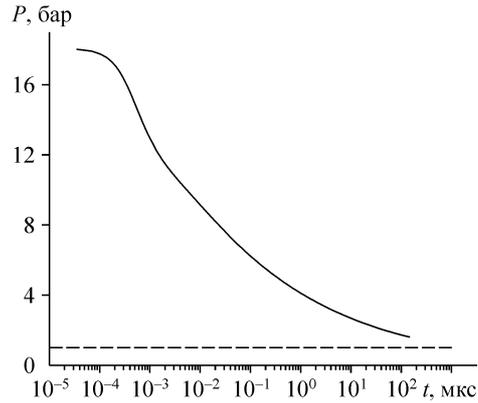


Рис. 3. Зависимость давления в пузырьке от времени. Бутан, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 100,5$ К.

Настоящая работа (—), давление в жидкости (---).



К моменту полного испарения капли R/R_{d0} равняется $(\rho_l/\rho_v)^{1/3} \approx 2,75$. В эксперименте конечный радиус пузырька оказался несколько меньше (по-видимому, из-за неполного испарения капли). За исключением конечной стадии испарения, численный расчет удовлетворительно согласуется с экспериментом. Он также хорошо согласуется с формулой (2) (для указанных параметров поправочный множитель в (2) $\Psi \approx 1,53$). Формула Плессета — Цвика дает существенно меньшие значения. На рис. 2 приведена расчетная зависимость давления пара $p_v(t)$ для указанных условий. После очень короткой динамической стадии (≈ 1 мкс), в течение которой пузырек не успевает заметно подрасти, наступает тепловая стадия роста, в которой $p_v(t) \approx p_0$.

При увеличении перегрева резко возрастают начальный перепад давления между жидкостью и паром и средняя скорость роста пузырька. На рис. 3 – 5 показаны расчетные зависимости в сравнении с результатами экспериментов [17 – 19] по взрывному вскипанию капель бутана при атмосферном давлении (предельный перегрев $\Delta T = 100,5$ К). Там же приведены теоретические зависимости [1] и [10]. Для условий экспериментов [17 – 19] начальное давление пара в пузырьке значительно больше давления в жидкости ($p_v(0)/p_0 \approx 18$). Численный расчет показывает, что по мере роста пузырька давление пара $p_v(t)$ резко падает (рис. 3), однако на протяжении 250 мкс остается заметно большим, чем p_0 . На рис. 4, 5 приведены

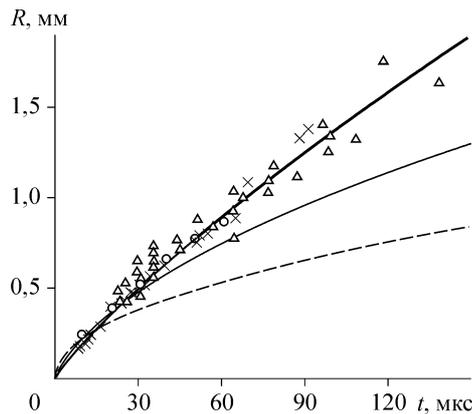


Рис. 4. Зависимость радиуса пузыря от времени. Бутан, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 100,5$ К.

Формула Плессета — Цвика (---), инерционно-тепловая схема [10] (—), настоящая работа (—); опытные данные: ○ [17], × [18], Δ [19].

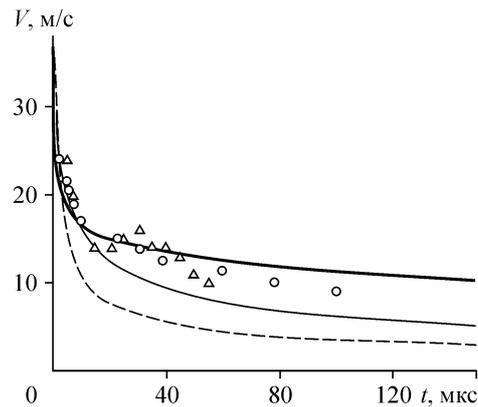


Рис. 5. Зависимость скорости поверхности пузыря от времени. Бутан, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 100,5$ К.

Инерционно-тепловая схема [10] (—), настоящая работа (—) опытные данные: Δ [17], ○ [19].

зависимости $R(t)$ и $dR(t)/dt$. Рост пузырька до размера 1 мм происходит уже на динамической стадии (рис. 4). Формула Плессета — Цвика дает существенно меньшие значения радиуса пузырька, чем наблюдаемые в экспериментах. Инерционно-тепловая схема (уравнение (3)) при $t < 50$ мкс хорошо согласуется с опытными данными для радиуса и скорости поверхности пузырька (рис. 5), а при $t > 80$ мкс дает несколько меньшие значения. В работе [10] это объясняют тем, что поверхность пузырька частично выходит на границу капли и контактирует с фоновой жидкостью. Этот фактор способствует замедлению роста пузырька из-за уменьшения поверхности испарения и, напротив, приводит к лучшему согласованию с расчетом по инерционно-тепловой схеме. Некоторое увеличение инерционности из-за выпучивания пузырька в фоновую жидкость (более плотную) также может только уменьшить скорость роста пузырька. Таким образом, некоторое несогласование инерционно-тепловой схемы с результатами измерений при $t > 80$ мкс вряд ли можно объяснить контактом поверхности пузырька с фоновой жидкостью. Судя по экспериментальным данным [17–19], в диапазоне $t \leq 150$ мкс не наблюдается резкого изменения скорости роста пузырьков, связанного с выходом пара на границу капли. Результаты, полученные на разных экспериментальных установках в серии опытов с различными каплями, различаются разбросом $\pm 20\%$. Наш численный расчет в этих пределах согласуется со всеми имеющимися экспериментальными данными как для радиуса пузырька, так и для скорости межфазной поверхности. Учитывая несферичность пузырьков, хорошо заметную на фотографиях, и сопоставимые размеры пузырька и капли, такое согласование можно считать вполне удовлетворительным.

Следует отметить, что при высоких значениях перегрева существенную роль играет зависимость теплофизических свойств жидкости от температуры. Так, для бутана при увеличении температуры от 273 до 378 К параметры жидкости меняются в диапазоне: ρ_l — $603 \div 450$ кг/м³, L — $0,385 \div 0,245 \cdot 10^6$ Дж/кг, λ_l — $0,1146 \div 0,082$ Вт/м·К, c_p — $2,34 \div 3,2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К. Таким образом, значения критериев Ja и N_{Ja} , в которых теплофизические свойства жидкости берутся при температуре насыщения, неточно учитывают состояние перегретой жидкости. В наших расчетах учитывалась переменность безразмерного параметра $B = \lambda_l T_0 / (\rho_l L a_m u_m)$, определяющего интенсивность испарения жидкости. Зависимости $\lambda_l(T)$ и $L(T)$ аппроксимировались полиномами со знакопостоянными производными. Значение плотности жидкости взято при температуре $T_0 + \Delta T$. На

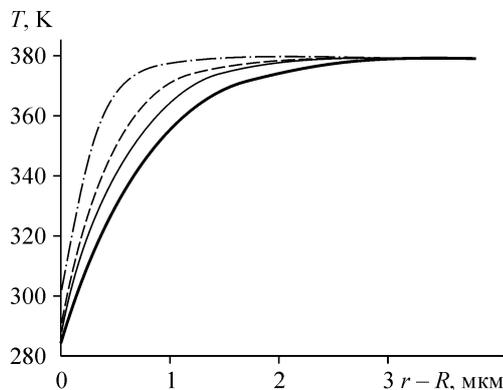
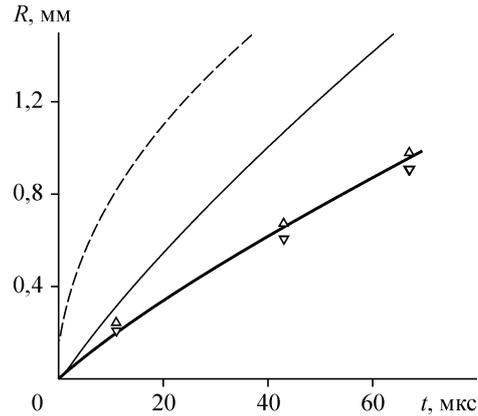


рис. 6 показаны расчетные профили $T_l(r, t)$ температуры жидкости на разные моменты времени для условий экспериментов [17–19]. Характерная толщина слоя, в котором происходит падение температуры, много меньше радиуса пузырька

Рис. 6. Температура жидкости в различные моменты времени. Бутан, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 100,5$ К.
 $t = 15$ (---), 45 (- - -), 75 (—),
 135 (—) мкс

Рис. 7. Зависимость радиуса пузыря от времени. Изопентан, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 112$ К.

Формула Плессета — Цвика (---), инерционно-тепловая схема [10] (—), настоящая работа (—); опытные данные [20]: максимальный (Δ), минимальный (∇) размеры пузыря.



(см. рис. 4). Основная масса жидкости, определяющая инерционность пузырька, имеет температуру $T_0 + \Delta T$,

что и оправдывает выбор значения плотности жидкости.

На рис. 7, 8 приведены результаты численных расчетов $R(t)$ и $dR(t)/dt$ для условий экспериментов [20] по вскипанию капли изопентана при атмосферном давлении (предельный перегрев $\Delta T = 112$ К). Там же показаны значения радиуса пузырька, измеренные по приведенным в [20] фотографиям вскипающей капли, а также расчеты по формуле Плессета — Цвика и уравнению (3). Отметим, что в опытах [20] достигнуты высокие значения критерия $N_{Ja} = 0,74$. Тепловая схема [1] неадекватно описывает рост пузырька при $t \leq 100$ мкс. Инерционно-тепловая схема [10] хотя и согласуется с численным расчетом по начальному значению скорости, но дает более медленное падение скорости пузырька (см. рис. 8). Вследствие этого схема [10] при $t \leq 100$ мкс существенно завышает значения радиуса пузырька. Согласование между численным расчетом и экспериментом в настоящей работе вполне удовлетворительное. Для изопентана так же, как и для бутана, длительность динамической стадии порядка 100 мкс и рост пузырька до размера 1 мм происходит на динамической стадии.

Во всех экспериментах [17 – 21] по вскипанию предельно перегретых жидкостей при перегревах, больших некоторого критического значения, наблюдалось развитие неустойчивости в виде шероховатостей на поверхности растущего пузырька с широким спектром линейных размеров. Развитием этой неустойчивости авторы [20] объясняют наблюдаемые в [17 – 21] высокие значения скорости роста пузырька. В нашем расчете никаких иных механизмов теплообмена кроме молекулярной теплопроводности жидкости не учитывалось, а поверхность пузырька полагалась гладкой. Тем не менее, численные расчеты удовлетворительно согласуются со всеми результатами измерений. Этому факту можно дать следующее объяснение. Интерпретация измеренной скорости роста пузырьков, как существенно превышающей теоретическое значение, основана на сравнении с формулой

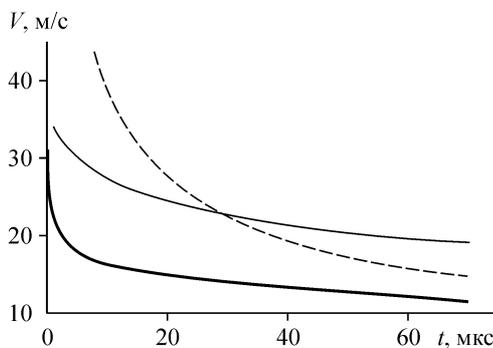


Рис. 8. Зависимость скорости поверхности пузыря от времени. Изопентан, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, $\Delta T = 112$ К.

Формула Плессета — Цвика (---), инерционно-тепловая схема [10] (—), настоящая работа (—).

Плессета — Цвика. В [6] показано, что эта формула неприменима к условиям экспериментов [17 – 21]. Наличие возмущений на межфазной поверхности не обязательно означает значительную интенсификацию теплообмена. Локальные возмущения градиента температуры во впадинах и горбах межфазной поверхности могут компенсировать друг друга, а эффект увеличения площади поверхности пузырька из-за ее шероховатости сильно зависит от амплитуды. Если амплитуда шероховатости мала по сравнению с длиной волны возмущения, этот эффект невелик. Сравнительно более существенными факторами могут оказаться отличие формы пузырька от сферической и уменьшение поверхности испарения из-за контакта пузырька с фоновой жидкостью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численные расчеты роста температурно-однородного равновесного парового пузырька в предельно перегретой жидкости удовлетворительно описывают имеющиеся экспериментальные данные как для термической, так и для динамической стадий. Высокие значения скорости роста пузырька, наблюдающиеся в экспериментах [17 – 21] по вскипанию предельно перегретой жидкости, можно объяснить длительной динамической стадией, в течение которой поддерживается существенный перепад давления между жидкостью и паровым пузырьком. При $N_{Ja} \approx 1$ существующие аналитические модели неудовлетворительно описывают динамическую стадию роста пузырька. Кроме того, при высоком значении перегрева существенную роль играет переменность теплофизических свойств жидкости, поэтому для адекватного описания динамики роста пузырька в предельно перегретой жидкости необходимо использовать численное моделирование.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

| | |
|---|---|
| a_T — теплопроводность жидкости, | R — радиус пузырька (капли), |
| c_p — теплоемкость жидкости, | T — температура, |
| j — плотность потока массы, | ΔT — перегрев относительно температуры насыщения, |
| m — модуль роста, | t — время, |
| Δp — разность давлений пара и жидкости, | Δt — шаг по времени, |
| p — давление, | σ — поверхностное натяжение, |
| u — скорость, | ν — кинематическая вязкость, |
| L — теплота испарения, | ρ — плотность, |
| R_g — газовая постоянная, | λ — теплопроводность. |
| r — радиальная координата, | |

Безразмерные комплексы

| | |
|--|---------------------------|
| $Ja = c_p \Delta T \rho_l / \rho_v L$ — число Якоба, | $A = 4\nu / (a_m t_m)$, |
| $N_{Ja} = c_p \Delta T / L$, | $S = 2\sigma / a_m p_0$, |
| $\varepsilon = L / R_g T_0$, | $Fo = a_T / u_m a_m$. |

Индексы

| | |
|-----------------|--|
| b — пузырек, | cr — критический зародыш, |
| d — капля, | l — в жидкости на межфазной поверхности, |
| v — пар, | 0 — начальное значение, в условии насыщения, |
| l — жидкость, | m — масштаб. |

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Plesset M.S., Zwick S.A. A nonsteady heat diffusion problem with spherical symmetry // J. Appl. Phys. — 1952. — Vol. 23, № 1. — P. 95.
2. Forster H.K., Zuber N. Growth of vapor bubble in a superheated liquid // J. Appl. Phys. — 1954. — Vol. 25, No. 4. — P. 493.
3. Birkhoff G., Margulis R.S., Horning W.A. Spherical bubble growth // Phys. Fluids. — 1958. — Vol. 1, № 2. — P. 201.
4. Scriven L.E. On the dynamic of phase growth // Chem. Engng. Sci. — 1959. — Vol. 10, No. 1-2. — P. 1.
5. Лабунцов Д.А. Современные представления о механизме пузырькового кипения в жидкости // Теплообмен и физическая гидродинамика. — М.: Наука, 1974. — С. 98–115.
6. Авдеев А.А., Зудин Ю.Б. Тепловая энергетическая схема роста парового пузыря (универсальное приближенное решение) // ТВТ. — 2002. — Т. 40, № 2. — С. 292–299.
7. Prosperetty A., Plesset M.S. Vapour bubble growth in a superheated liquid // J. Fluid Mech. — 1978. — Vol. 85. — P. 349.
8. Mikic B.B., Rohsenow W.M., Griffith P. On bubble growth rates // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1970. — Vol. 13, No. 4. — P. 657.
9. Theofanous T.G., Biasy P., Isbin H.S., Fauske H. A theoretical study on bubble growth in constant and time dependent pressure fields // Chem. Engng. Sci. — 1969. — Vol. 24. — P. 885.
10. Авдеев А.А., Зудин Ю.Б. Рост парового пузыря в околоспинодальной области в рамках обобщенной инерционно-тепловой схемы // ТВТ. — 2002. — Т. 40, № 6. — С. 971–978.
11. Ягов В.В. Аналитическое решение задачи о росте парового пузыря в однородно перегретой жидкости при высоких числах Якоба // Тр. третьей РНКТ. — М, 2002. — С. 203–206.
12. Lee H.S., Merte H. Spherical bubble growth in uniformly superheated liquids // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1996. — Vol. 39, No. 12. — P. 2427–2447.
13. Shusser M., Ytrehus T., Weihs D. Kinetic theory analysis of explosive boiling of a liquid droplet // Fluid Dynamic Research. — 2000. — Vol. 27. — P. 353–365.
14. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. I. — М: Наука, 1987. — 464 с.
15. Heat Exchanger Design Handbook, Vol. 5. Physical Properties / D.K. Edwards, P.E. Liley, R.N. Maddox, 256 p., Hemisphere Publishing Cor. — 1983, New-York.
16. Авдисьян С.Т. Влияние давления на рост пузырьков в каплях предельно перегретой жидкости // Теплопередача. — 1982. — № 4. — С. 160–168.
17. McCann H., Clarke L.J., Masters A.P. An experimental study of vapor bubble growth at the superheat limit temperature // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1989. — Vol. 32. — P. 1077–1093.
18. Shepherd J.E., Strutevant B. Rapid evaporation at the superheat limit // J. Fluid Mech. — 1982. — Vol. 121. — P. 379.
19. Лесин С., Барон А., Брановер Г., Мерчук И. Экспериментальное исследование кипения при прямом контакте сред в случае предельного перегрева // ТВТ. — 1993. — Т. 31. — С. 941–961.
20. Фрост Д., Струтевант Б. Влияние давления окружающей среды на неустойчивость взрывного вскипания предельно перегретой жидкости // Теплопередача. — 1986. — № 2. — С. 158–166.
21. Frost D.L. Dynamics of explosive boiling of a droplet // Physics Fluids. — 1988. — Vol. 31. — P. 2554.

Статья поступила в редакцию 9 марта 2005 г.