Теплофизика и аэромеханика, 2014, том 21, № 5

УДК 533.6.011.7

Численное исследование поведения совершенного газа в вибрирующей цилиндрической полости с теплоизолированными стенками*

А.А. Губайдуллин[1,2], **А.В. Яковенко**[1]

[1]*Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН*

[2]*Тюменский государственный нефтегазовый университет*

E-mail: annyakovenko@yandex.ru

Численно исследовано влияние вибрационного воздействия на цилиндрическую полость, заполненную вязким совершенным газом. Задача решена в двумерной осесимметричной постановке. Стенки полости теплоизолированные. Проведено сравнение численного решения задачи с аналитическим в линейном приближении. Описаны нелинейные эффекты и эффекты неодномерности.

Ключевые слова: амплитуда вибрации, частота вибрации, совершенный газ, ударная волна, режим установившихся колебаний.

Введение

Вибрация — довольно часто встречающееся явление в технике, которое может быть как сопровождающим фактором, так и частью технологического процесса. Важное практическое значение имеет детальное изучение вибрационного воздействия на замкнутые полости с газом. Различного рода вибрационным воздействиям на полости (трубы) посвящен ряд экспериментальных, теоретических и численных исследований [1–12]. Широко изучены продольные колебания газа в закрытых трубах с вибрирующим поршнем. В работе [1] экспериментально и теоретически (в одномерной постановке) исследовались волновые процессы в трубке Кундта при малой амплитуде колебаний поршня и частоте, близкой к собственной частоте системы. В работе [2] волновые процессы описывались в одномерной постановке на основе численного интегрирования уравнений газовой динамики, рассматривались переходные процессы из начального состояния до периодически повторяющегося режима без жестких ограничений на амплитуду вибрации. Частота вибрации бралась в окрестности половины собственной частоты системы. В работе [3] экспериментально исследовались нелинейные резонансы второго и третьего порядков, рассматривался переход от почти гармонических колебаний

* Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ для гос. поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-2669.2014.1).

газа к сильно нелинейным. В работе [4] численно изучалось акустическое течение в прямоугольной полости с колеблющимся с постоянной частотой поршнем. Полость была заполнена воздухом, стенки полости адиабатические. Амплитуда колебаний поршня варьировалась. Показано, что при увеличении амплитуды колебаний существенно меняется структура акустического течения. В работе [5] численно исследовалось акустическое течение в прямоугольной полости с разнонагретыми горизонтальными границами и адиабатическими вертикальными. Волновое движение вызывалось вибрацией левой границы полости с частотой, приводящей к образованию стоячих акустических волн. Было описано влияние вибрации на тепловую конвекцию. В работах [6, 7] численно исследовалась тепловая конвекция за счет совместного действия силы тяжести и вертикальной вибрации в квадратной полости с разнонагретыми вертикальными стенками и адиабатическими горизонтальными, при этом вибрации подвергалась целиком вся полость. Было установлено влияние частоты вибрации и числа Рэлея на тепловую конвекцию. В работе [8] рассматривалась квадратная полость с адиабатическими горизонтальными границами и разнонагретыми вертикальными. Полость находилась в поле силы тяжести, задавалась меняющаяся по синусоидальному закону объемная сила, действующая в горизонтальном или в вертикальном направлении. В работе [9] было выполнено аналитическое исследование акустического течения, образованного стоячими волнами в трубе произвольной ширины с учетом теплопроводности и зависимости вязкости от температуры. Получено решение задачи в линейном приближении. Рассмотрены как плоский двумерный случай, так и осесимметричный. В работе [10] проводилось численное исследование волновых процессов в полости, подверженной вибрационному воздействию, в одномерной постановке. Была определена максимальная температура, достигающаяся внутри полости при вибрации с частотой из выбранного диапазона, описано сложное волновое движение в начальной стадии процесса. При той же постановке задачи в работе [11] был описан режим установившихся колебаний при двух типах граничных условий: адиабатических и изотермических, а в [12] определены нелинейные эффекты при адиабатических граничных условиях.

В настоящей работе в двумерной постановке изучено влияние вибрационного воздействия на цилиндрическую полость с адиабатическими границами, заполненную вязким совершенным газом. Диапазон частот вибрации охватывает как слабые воздействия, которые могут быть описаны с помощью линейной теории, так и сильные воздействия, ведущие к проявлению нелинейных эффектов. Проведено сравнение результатов расчета с аналитическим решением задачи в линейном приближении [9, 13], а также с результатами расчета задачи в одномерной постановке [12] (в отсутствие боковой поверхности цилиндрической полости).

Постановка задачи

Рассмотрим цилиндрическую полость (трубу) длиной L и диаметром $2M$ с непроницаемыми торцами (рис. 1). Пусть (x', r') — неподвижная система отсчета, (x, r) — подвижная система отсчета, связанная с вибрирующей полостью. Полость заполнена совершенным вязким газом (воздухом). Изначально газ в полости находится в состоянии покоя при постоянной температуре T_0 и постоянном давлении p_0. Система выводится из равновесия вибрационным воздействием $A\cos(\omega t)$ с постоянными амплитудой A и частотой ω. На поверхности цилиндра и его торцах заданы адиабатические граничные условия. Коэффициенты теплопроводности, теплоемкости и вязкости считаются постоянными.

Система уравнений, описывающая движение газа относительно вибрирующей полости в цилиндрической системе координат, имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial r \rho v}{\partial r} = 0,$$

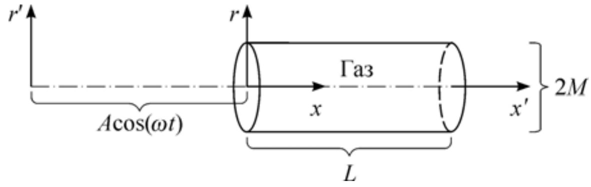

Рис. 1. Исследуемая область.

$$\rho\frac{\partial u}{\partial t}+\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)\right)+\frac{\mu}{3}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial rv}{\partial r}\right)\right)+$$
$$+\rho A\omega^2\cos(\omega t),$$

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t}+\rho u\frac{\partial v}{\partial x}+\rho v\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial r}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v}{\partial r}\right)\right)+\frac{\mu}{3}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right)-\frac{4}{3}\frac{\mu v}{r^2},$$

$$\rho c_v\frac{\partial T}{\partial t}+\rho c_v u\frac{\partial T}{\partial x}+\rho c_v v\frac{\partial T}{\partial r}=k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right)-p\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial rv}{\partial r}\right)-\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{r}\frac{\partial rv}{\partial r}\right)^2+\mu\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+2\mu\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2+\frac{v^2}{r^2}\right),$$

$$p=\rho R_{\mathrm{g}}T.$$

Начальные и граничные условия примем в виде:

$$t=0:\quad u=0,\quad v=0,\quad T=T_0,\quad p=p_0,\quad \rho=\rho_0,$$

$$x=0:\quad u=0,\quad v=0,\quad \partial T/\partial x=0,$$

$$x=L:\quad u=0,\quad v=0,\quad \partial T/\partial x=0,$$

$$r=M:\quad u=0,\quad v=0,\quad \partial T/\partial r=0.$$

Здесь t — время, x, r — пространственные координаты, u, v — составляющие скорости, ρ — плотность, p — давление, T — температура, R_{g} — газовая постоянная, μ — коэффициент динамической вязкости, k — коэффициент теплопроводности, c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Введем следующие безразмерные переменные и параметры:

$$X=\frac{x}{L},\quad R=\frac{r}{L},\quad \tau=\frac{tc_0}{L},\quad P=\frac{p}{\gamma p_0},\quad \tilde{\rho}=\frac{\rho}{\rho_0},\quad \Theta=\frac{T-T_0}{T_0},\quad U=\frac{u}{c_0},\quad V=\frac{v}{c_0},$$

$\Gamma=\dfrac{\gamma k}{\rho_0 c_0 L c_p}$, $\mathrm{N}=\dfrac{\mu}{\rho_0 c_0 L}$ — безразмерные коэффициенты, $\gamma=\dfrac{c_p}{c_v}$ — показатель адиабаты, $\Omega=\dfrac{\omega L}{c_0}$ — безразмерная частота вибрации, $\tilde{A}=\dfrac{A}{L}$ — безразмерная амплитуда вибрации, $\tilde{M}=\dfrac{M}{L}$ — безразмерный радиус полости, $c_0=\left(\dfrac{\gamma\, p_0}{\rho_0}\right)^{1/2}$. Нижним индексом “0” отмечены параметры невозмущенного газа. Тогда система уравнений, граничные и начальные условия примут вид:

$$\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial\tau}+\frac{\partial\tilde{\rho}U}{\partial X}+\frac{1}{R}\frac{\partial R\tilde{\rho}V}{\partial R}=0,$$

$$\tilde{\rho}\frac{\partial U}{\partial\tau}+\tilde{\rho}U\frac{\partial U}{\partial X}+\tilde{\rho}V\frac{\partial U}{\partial R}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\mathrm{N}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial U}{\partial R}\right)\right)+\frac{\mathrm{N}}{3}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial RV}{\partial R}\right)\right)+\tilde{\rho}\tilde{A}\Omega^2\cos(\Omega\tau),$$

$$\tilde{\rho}\frac{\partial V}{\partial\tau}+\tilde{\rho}U\frac{\partial V}{\partial X}+\tilde{\rho}V\frac{\partial V}{\partial R}=-\frac{\partial P}{\partial R}+\mathrm{N}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial V}{\partial R}\right)\right)+\frac{\mathrm{N}}{3}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial V}{\partial R}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)\right)-\frac{4}{3}\mathrm{N}\frac{V}{R^2},$$

$$\tilde{\rho}\frac{\partial\Theta}{\partial\tau}+\tilde{\rho}U\frac{\partial\Theta}{\partial X}+\tilde{\rho}V\frac{\partial\Theta}{\partial R}=\Gamma\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial X^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial\Theta}{\partial R}\right)\right)-\gamma(\gamma-1)P\left(\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{1}{R}\frac{\partial RV}{\partial R}\right)-$$
$$-\frac{2}{3}\gamma(\gamma-1)\mathrm{N}\left(\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{1}{R}\frac{\partial RV}{\partial R}\right)^2+\gamma(\gamma-1)\mathrm{N}\left(\frac{\partial U}{\partial R}+\frac{\partial V}{\partial X}\right)^2+$$
$$+2\gamma(\gamma-1)\mathrm{N}\left(\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial R}\right)^2+\frac{V^2}{R^2}\right),$$

$$P=\frac{\tilde{\rho}(\Theta+1)}{\gamma},$$

$$\tau=0:\quad U=0,\quad V=0,\quad \Theta=0,\quad P=1/\gamma\approx 0{,}71,\quad \tilde{\rho}=1,$$

$$X=0:\quad U=0,\quad V=0,\quad \partial\Theta/\partial X=0,$$

$$X=1:\quad U=0,\quad V=0,\quad \partial\Theta/\partial X=0,$$

$$R=\tilde{M}:\quad U=0,\quad V=0,\quad \partial\Theta/\partial R=0.$$

Анализ полученных результатов

Для численного моделирования были использованы метод и алгоритм, описание которых приведено в работе [11] для одномерного случая. Численная схема является неявной, консервативной и позволяет проводить сквозной счет течений с ударными волнами. В описанных ниже расчетах использовались следующие значения параметров: γ = 1,4, $\tilde{M}=0{,}02$, $\tilde{A}=2$, Ω = 0,14, 0,29, 0,43, 0,58, 0,72, 0,86, $\Gamma=1{,}7\cdot10^{-5}$, $\mathrm{N}=1{,}2\cdot10^{-5}$. Расчетная сетка для частот вибрации 0,14, 0,29, 0,43 имела 1002×22 расчетных точек, а для частот вибрации 0,58, 0,72, 0,86 — 1002×32 расчетных точек. Таким образом, на толщину акустического пограничного слоя, которая в безразмерном виде определяется формулой $\tilde{\delta}_a=\sqrt{2\mathrm{N}/\Omega}$, приходилось 8–14 расчетных точек. Шаг по пространству выбирался по методике двойного пересчета Рунге, по времени — исходя из условия устойчивости Куранта. В процессе вычислений осуществлялся контроль над соблюдением баланса массы и баланса энергии в расчетной области.

В начальной стадии процесса помимо вынужденных колебаний возникают свободные колебания, которые затухают с течением времени. В режиме установившихся колебаний для случая равномерно распределенной по области периодической силы можно получить аналитическое решение соответствующей одномерной задачи в линейном приближении [13]:

$$P(X,\tau)=\frac{\tilde{A}\Omega\cos(\Omega\tau)\sin\left(\Omega(X-0,5)\right)}{\cos(0,5\Omega)}+\frac{1}{\gamma},$$

$$U(X,\tau)=-\frac{\tilde{A}\Omega\sin(\Omega\tau)\cos\left(\Omega(X-0,5)\right)}{\cos(0,5\Omega)}+\tilde{A}\Omega\sin(\Omega\tau),$$

$$\tilde{\rho}(X,\tau)=\frac{\tilde{A}\Omega\cos(\Omega\tau)\sin\left(\Omega(X-0,5)\right)}{\cos(0,5\Omega)}+1,$$

$$\Theta(X,\tau)=(\gamma-1)\frac{\tilde{A}\Omega\cos(\Omega\tau)\sin\left(\Omega(X-0,5)\right)}{\cos(0,5\Omega)}.$$

При расчете задачи в одномерной постановке [12] в случае малой амплитуды вынуждающей силы (при частотах вибрации 0,14 и 0,29) численное решение совпадает с аналитическим решением задачи в линейном приближении. Проверим, будет ли одномерное аналитическое решение описывать процесс при наличии стенок трубы.

Рассмотрим решение при минимальной частоте вибрации из выбранного диапазона частот — $\Omega = 0,14$. Как показали расчеты, при данной частоте вибрации давление, плотность и температура не зависят от радиальной координаты, их изменение происходит лишь вдоль продольной оси X. На рис. 2 приведена зависимость давления от времени в сечении $X = 0,25$ в сравнении с одномерным аналитическим решением задачи в линейном приближении. Из рис. 2 видно, что изменение давления с течением времени хорошо согласуется с аналитическим решением, за исключением небольшого интервала времени в начальной стадии процесса, когда еще присутствуют свободные колебания. Отметим, что при наличии стенок трубы свободные колебания затухают гораздо раньше, чем в одномерном случае. В одномерном случае при данной частоте вибрации свободные колебания затухают при $\tau \approx 4500$ [11], а в двумерном — при $\tau \approx 20$.

Аналитическое решение для давления, плотности и температуры представляет собой стоячую волну с узлом в центральном сечении полости. На рис. 3*a* показаны распределения плотности вдоль оси цилиндра в моменты наибольшего отклонения полости от положения равновесия ($\tau = 110$ — крайнее левое положение полости, $\tau = 132$ — крайнее правое положение полости), то есть когда у торцов цилиндра достигаются максимальные и минимальные значения давления, плотности и температуры. Видно хорошее совпадение численного и аналитического решений. На рис. 3*b* показано распределение продольной составляющей скорости на оси симметрии, а также средней по сечению скорости ($\bar{R}$)

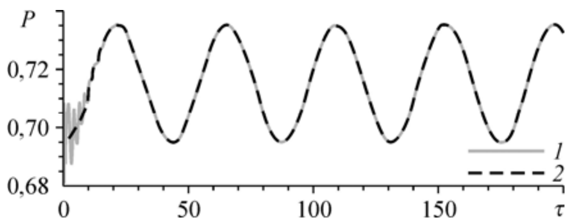

Рис. 2. Изменение давления с течением времени в сечении $X = 0,25$ при $\Omega = 0,14$.
1 — численное решение, *2* — аналитическое решение для одномерного случая.

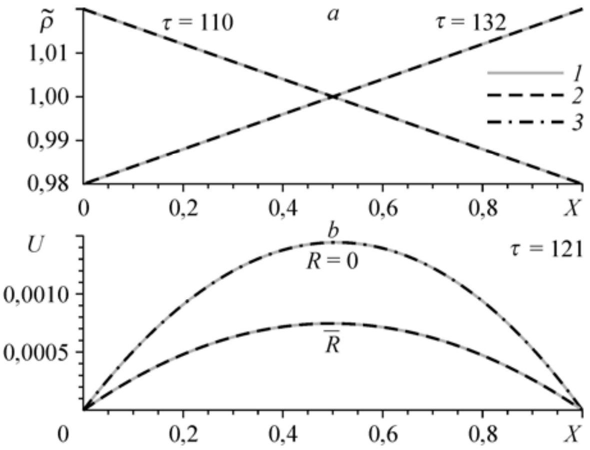

Рис. 3. Распределения плотности (*a*) и скорости (*b*) при $\Omega = 0{,}14$.

1 — численное решение, *2*, *3* — аналитические решения для одномерного и двумерного случаев соответственно.

в момент прохождения полостью положения равновесия (при движении полости слева направо), то есть когда достигается максимальное значение скорости U в центре цилиндра. Распределение скорости не однородно по поперечному сечению, продольная составляющая скорости меняется от максимального значения (на оси симметрии) до нуля (на стенках полости). Для сравнения используется одномерное аналитическое решение [13] и двумерное аналитическое решение для осесимметричного случая [9]. Среднее по сечению распределение скорости совпадает с аналитическим решением одномерной задачи в линейном приближении. Также видно хорошее совпадение численного решения при $R = 0$ с двумерным аналитическим решением в линейном приближении [9]. Для давления, плотности и температуры двумерное аналитическое решение в линейном приближении [9] при рассматриваемых адиабатических граничных условиях близко к одномерному и также дает хорошее совпадение с численным решением. Средние за период распределения давления, плотности и температуры при данной частоте вибрации равны их начальным распределениям.

В моменты наибольшего отклонения полости от положения равновесия в области образуются вихри (тороидальные вихри) с центром при $X = 0{,}5$ (рис. 4). На рис. 4 момент

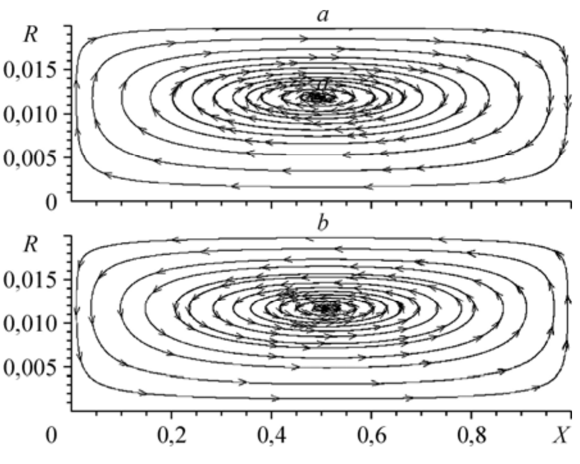

Рис. 4. Линии тока в моменты наибольшего отклонения полости от положения равновесия при $\Omega = 0{,}14$.

$\tau = 110$ (*a*), 132 (*b*).

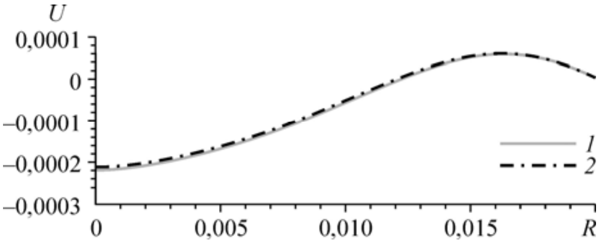

Рис. 5. Распределения скорости U вдоль радиуса при $X = 0{,}5$, $\tau = 110$, $\Omega = 0{,}14$.
1 — численное решение, *2* — аналитическое решение для двумерного случая.

времени $\tau = 110$ соответствует крайнему левому положению полости, а момент $\tau = 132$ — крайнему правому положению полости. В эти моменты времени газ в полости меняет свое направление движения. На рис. 5 показано распределение скорости U вдоль радиуса в сечении $X = 0{,}5$ при $\tau = 110$ в сравнении с аналитическим решением в линейном приближении [9]. Точка перегиба на графике соответствует центру вихря.

Рассмотрим решение при максимальной частоте вибрации из выбранного диапазона частот — $\Omega = 0{,}86$. В этом случае процесс является существенно нелинейным. В начальной стадии процесса в газе образуются ударные волны. На рис. 6 показаны профили среднего по поперечному сечению давления в разные моменты времени в сравнении с одномерным численным решением, а также линии тока при тех же временах. При $\tau = 0{,}6$ наблюдается зона разрежения газа у левого торца полости и сжатия у правого торца (рис. 6*a*) при начальном значении давления, равном 0,71. Сжатие газа приводит к образованию вихря (рис. 6*b*, 6*d*). При $\tau = 0{,}9$ (рис. 6*c*) в одномерном случае виден профиль уже образовавшейся ударной волны. В двумерном случае ударная волна образуется позже, чем в одномерном. В одномерном случае ударная волна образуется при $\tau \approx 0{,}8$, в двумерном случае — при $\tau \approx 1{,}1$. При $\tau = 1{,}3$ (рис. 6*e*) видно различие в скоростях ударных волн. На рис. 6*f* также виден разрыв. Приблизительно по истечении первого периода вибрации полости, ударные волны затухают. В режиме установившихся колебаний давление постоянно вдоль радиальной координаты в отличие от температуры и плотности.

Поскольку над газом постоянно совершается работа и нет оттока тепла через границы полости, температура и давление увеличиваются с течением времени. В качестве иллюстрации на рис. 7 показано изменение температуры с течением времени в трех точках на оси симметрии полости (у левого торца, в четверти и в центре полости). Видно, что амплитуда колебаний уменьшается с приближением к центру полости. Подобным же образом ведет себя и давление. На рис. 8 показаны более подробно колебания температуры в разных точках полости. В центральной части полости наблюдаются колебания с удвоенной частотой вибрации полости. Изменение частоты колебаний происходит при приближении к центру полости.

На рис. 9 показаны средние за период распределения температуры на оси симметрии полости и у ее боковой поверхности в разные моменты времени. Темп повышения температуры во всех точках области одинаковый и падает с течением времени, при этом средняя за период температура в центральной части полости больше, чем у торцов. Среднее за период давление, напротив, в центральной части полости ниже, чем у торцов. На рис. 10 показаны средние за период распределения плотности, температуры и давления

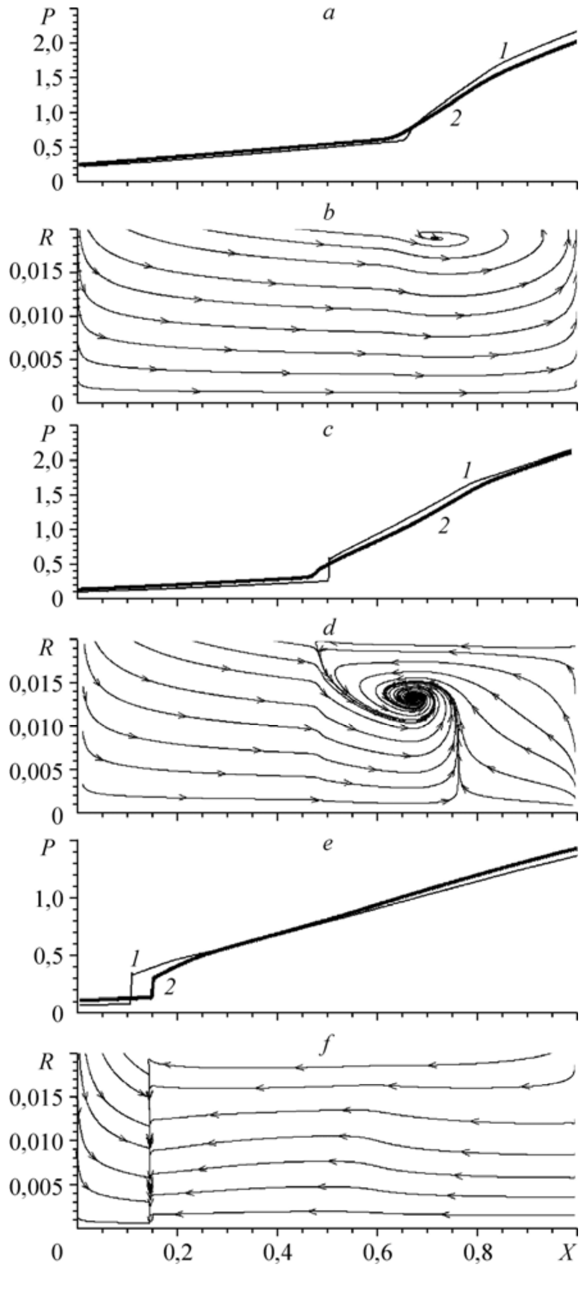

Рис. 6. Профили давления и линии тока в начальной стадии процесса при $\Omega = 0{,}86$.
$\tau = 0{,}6$ (*a*, *b*), 0,9 (*c*, *d*), 1,3 (*e*, *f*); *1* — одномерный случай, *2* — двумерный случай.

при $\tau \approx 1900$. Среднее за период распределение плотности становится с течением времени постоянным, при этом средние за период значения плотности у торцов цилиндра больше начального значения плотности (начальная плотность — $\tilde{\rho} = 1$), а в центре цилиндра — меньше начального значения. Происходит отток массы от центральной части полости к ее торцам (рис. 10*a*). Средние за период температура и давление (рис. 10*b*, 10*c*) повышаются с течением времени. Отметим, что максимальная средняя за период температура, так же как и минимальная средняя за период плотность, наблюдаются в центральной части

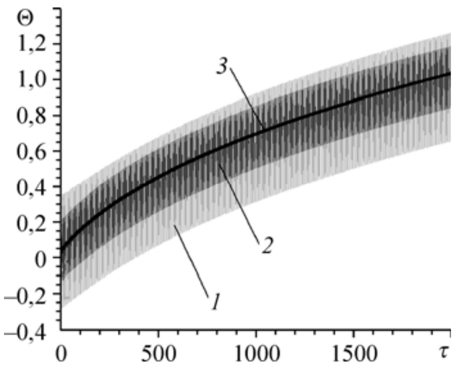

Рис. 7. Изменение температуры с течением времени при $R = 0$, $\Omega = 0{,}86$.
$X = 0{,}0005$ (*1*), 0,25 (*2*), 0,5 (*3*).

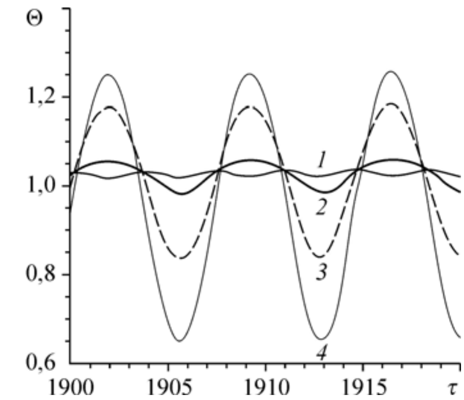

Рис. 8. Изменение температуры с течением времени при $R = 0$, $\Omega = 0{,}86$.
$X = 0{,}5$ (*1*), 0,45 (*2*), 0,25 (*3*), 0,0005 (*4*).

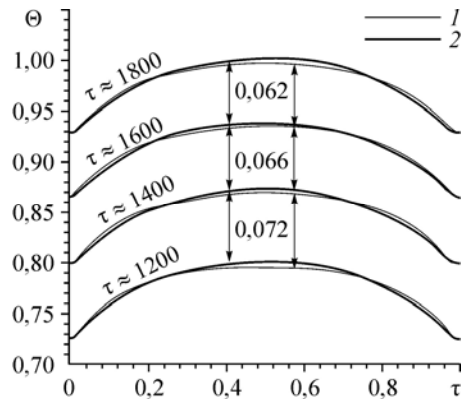

Рис. 9. Средние за период распределения температуры при $\Omega = 0{,}86$.
$R = 0$ (*1*), 0,0197 (*2*).

полости у ее боковой поверхности. Из рис. 10*c* видно, что давление не зависит от радиальной координаты.

На рис. 11 приведены максимальные по области значения средней за период температуры, среднего за период давления и минимальные по области значения средней за период плотности при разных частотах вибрации

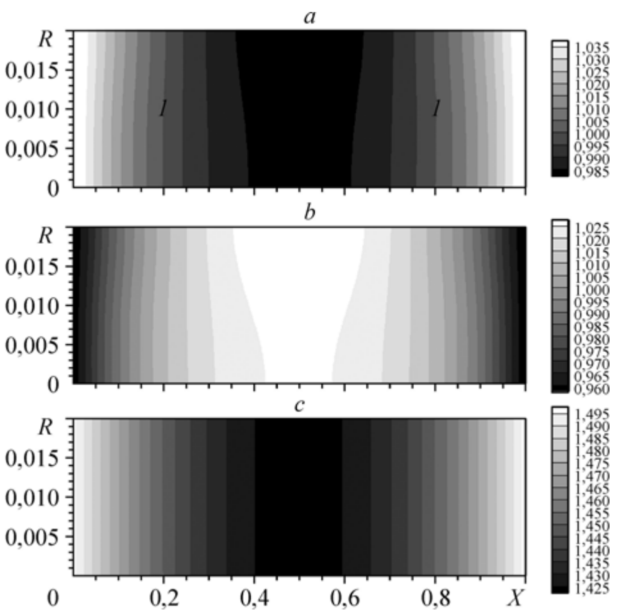

Рис. 10. Средние за период распределения плотности (*a*), температуры (*b*) и давления (*c*) при $\Omega = 0{,}86$, $\tau \approx 1900$.

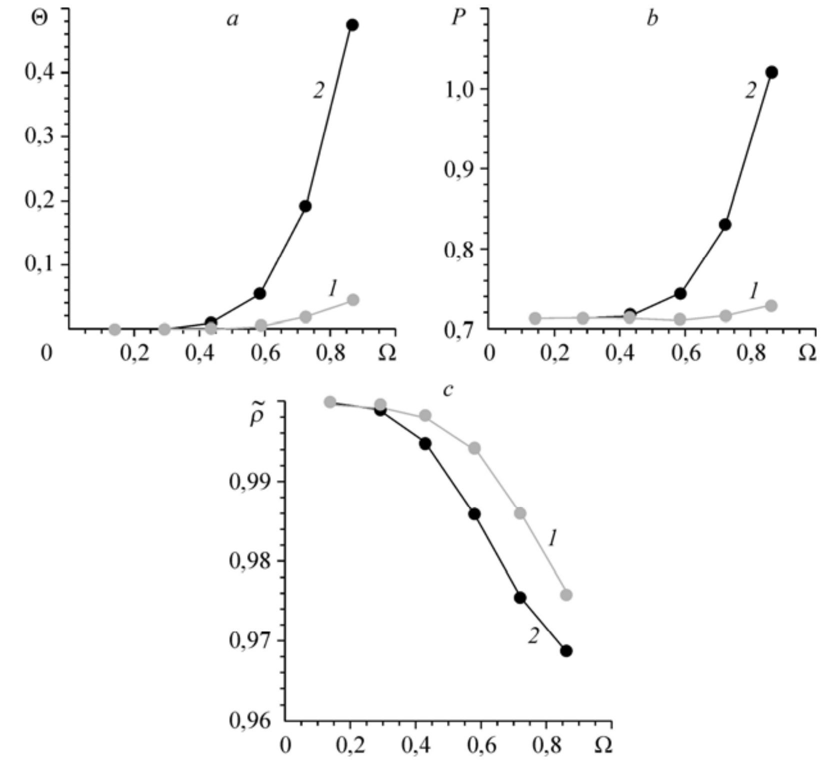

Рис. 11. Максимальные по области значения средних за период температуры (*a*) и давления (*b*) и минимальные по области значения средней за период плотности (*c*) в зависимости от частоты вибрации при $\tau \approx 500$.

1 — одномерный случай, *2* — двумерный случай.

на время $\tau \approx 500$, а также эти значения в одномерном случае. Повышение давления и температуры в двумерном случае происходит быстрее, чем в одномерном, поскольку в двумерном случае существенно влияние вязкой диссипации. Отток массы от центра полости также более ярко выражен в двумерном случае. Можно сказать, что нелинейные эффекты проявляются сильнее в двумерном случае по сравнению с одномерным.

На рис. 12 показаны линии тока в моменты наибольшего отклонения полости от положения равновесия: при $\tau = 1902$ — крайнее левое положение полости, при $\tau = 1905{,}6$ —

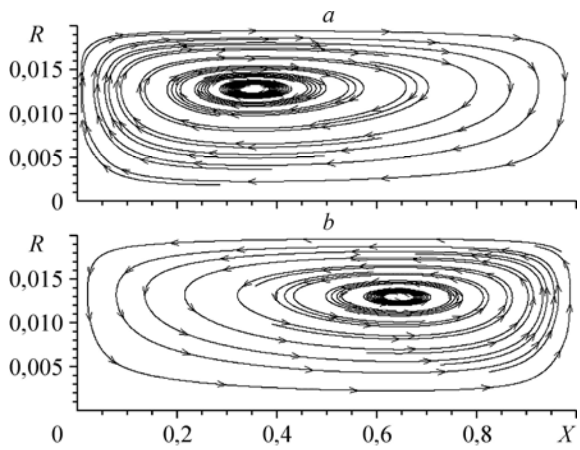

Рис. 12. Линии тока в моменты наибольшего отклонения полости от положения равновесия при $\Omega = 0{,}86$. $\tau = 1902$ (*a*), 1905,6 (*b*).

крайнее правое положение полости. Видно, что центры вихрей смещаются по ходу движения полости, в отличие от случая малой частоты вибрации, когда центры вихрей находятся при $X = 0{,}5$.

Заключение

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы. Распределение давления в режиме установившихся колебаний однородно по поперечному сечению. В случае малой частоты вибрации в режиме установившихся колебаний процесс может быть описан с помощью аналитического решения задачи в линейном приближении, при этом плотность и температура также не зависят от радиальной координаты, и колебания давления, плотности и температуры могут быть описаны с помощью аналитического решения соответствующей одномерной задачи в линейном приближении. С повышением частоты вибрации (при фиксированной амплитуде вибрации) проявляются нелинейные эффекты. В начальной стадии процесса образуются ударные волны, которые затухают в течение первого периода движения полости. Происходит нагрев газа, повышение среднего за период давления и отток массы из центральной части полости, причем отклонение средних за период распределений от начальных распределений сильнее, чем в случае одномерной задачи. Колебания давления, плотности и температуры в центральной части полости осуществляются с удвоенной частотой вибрации полости. В моменты, соответствующие наибольшему отклонению полости от положения равновесия, образуется вихрь, центр которого при увеличении частоты вибрации смещается от центра к торцу по ходу движения полости.

Список литературы

1. **Saenger R.A., Hudson G.E.** Periodic shock waves in resonating gas columns // J. Acoust. Soc. Am. 1960. Vol. 32, No. 8. P. 961–970.
2. **Аганин А.А., Ильгамов М.А.** Нелинейные колебания газа в закрытой трубе // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 39–44.
3. **Галиуллин Р.Г., Зарипов Р.Г., Галиуллина Э.Р., Давыдов Р.И.** Резонансные колебания газа в закрытой трубе в области перехода к ударным волнам // Инженерно-физический журнал. 2000. Т. 73, № 2. С. 27–32.
4. **Kawahashi M., Arakawa M.** Nonlinear phenomena induced by finite-amplitude oscillation of air column in closed duct // JSME Int. J. 1996. Vol. 39, No. 2. P. 280–286.
5. **Aktas M.K., Ozgumus T.** The effects of acoustic streaming on thermal convection in an enclosure with differentially heated horizontal walls // Int. J. Heat Mass Transfer. 2010. Vol. 53. P. 5289–5297.
6. **Fu W.S, Shieh W.J.** A study of thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration // Int. J. Heat Mass Transfer. 1992. Vol. 35, No. 7. P. 1695–1710.
7. **Fu W.S., Shieh W.J.** Transient thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration // Int. J. Heat Mass Transfer. 1993. Vol. 36, No. 2. P. 437–452.
8. **Kim K.H., Hyun J.M., Kwak H.S.** Buoyant convection in a side-heated cavity under gravity and oscillations // Int. J. Heat Mass Transfer. 2001. Vol. 44. P. 857–861.
9. **Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A.** Thermal effects on acoustic streaming in standing waves // J. Acoust. Soc. Am. 2003. Vol. 114. P. 3092–3101.
10. **Зубков П.Т., Яковенко А.В.** Расчет влияния вибрации на область, заполненную совершенным вязким газом // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50, № 3. С. 401–407.
11. **Зубков П.Т., Яковенко А.В.** Влияние вибрации на область с газом при адиабатических и изотермических граничных условиях // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 3. С. 283–294.
12. **Губайдуллин А.А., Яковенко А.В.** Нелинейные эффекты при вибрационном воздействии на полость, заполненную совершенным газом // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52, № 2. Р. 276–282.
13. **Исакович М.А.** Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.

Статья поступила в редакцию 3 февраля 2014 г.