

максимальными значениями возмущений, то, как заметил еще А. М. Ляпунов, сохранение энергии оказывается недостаточным для доказательства утверждений об устойчивости. Для получения соответствующих оценок необходимо вводить дополнительные ограничения на решения, задача обоснования этих ограничений остается открытой [6].

6. Все изложенные здесь утверждения об устойчивости условны в том смысле, что устойчивость гарантируется только в специальных классах возмущений, обладающих той же симметрией, что и основные течения. Естественно, что доказательства устойчивости в таких классах имеют ограниченную физическую значимость. Однако трудности исследования точных нелинейных задач гидродинамики столь велики, что уже информация о свойствах частных классов движений, по мнению автора, представляет несомненный интерес.

ЛИТЕРАТУРА

1. Линь Ц. Ц. Теория гидродинамической устойчивости. — М.: ИЛ, 1958.
2. Арнольд В. И. Об одной априорной оценке теории гидродинамической устойчивости. — Изв. вузов. Математика, 1966, № 5.
3. Владимиров В. А. О сходстве эффектов плотностной стратификации и вращения. — ПМТФ, 1985, № 3.
4. Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А. Интенсификация теплообмена в каналах. — М.: Машиностроение, 1981.
5. Четаев Н. Г. Устойчивость движения. — М.: ГИТТЛ, 1955.
6. Моисеев Н. Н., Румянцев В. В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. — М.: Наука, 1965.
7. Fjortoft R. Application of integral theorems in deriving criteria of stability for laminar flows and for the baroclinic circular vortex. — Geophys. Publ., 1950, v. 17, N 6.
8. Арнольд В. И. Об условиях нелинейной устойчивости плоских стационарных криволинейных течений идеальной жидкости. — ДАН СССР, 1965, т. 162, № 5.
9. Drazin P. G., Howard L. N. Hydrodynamic stability of parallel flow of inviscid fluid. — Adv. appl. mech., 1966, v. 9.
10. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. — Л.: Гидрометеоиздат, 1980.

Поступила 7/V 1985 г.

УДК 532.529 + 539.214

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ЭРОЗИИ В ПОТОКЕ ГАЗА С ЧАСТИЦАМИ

А. П. Трунев, В. М. Фомин

(Новосибирск)

Известно, что при эрозии пластических материалов в потоке твердых частиц при малых углах соударения на поверхности образца формируются волны, гребни которых располагаются перпендикулярно к направлению движения частиц [1—4]. Относительно природы этого явления существуют различные точки зрения. В [2] высказана гипотеза, что волны на поверхности материала обусловлены пластической деформацией под действием касательных нагрузок в высокоскоростном двухфазном потоке. В [3] показано, что максимальный коэффициент эрозии возрастает или уменьшается в зависимости от знака локальной кривизны поверхности. Отсюда сделан вывод, что эродируемая поверхность неустойчива относительно малых возмущений скорости эрозии и это — причина образования волны конечной амплитуды. В [4] установлена взаимосвязь волнообразования с поведением материала при эрозии (хрупкий или пластический износ). Оказалось, что некоторые хрупкие материалы при высокой скорости нагружения испытывают переход к пластичности, что приводит к изменению рельефа на поверхности образца. Отметим также, что эффект волнообразования наблюдается и в отсутствие газовой фазы, т. е. микроскопические волны обусловлены только взаимодействием потока твердых частиц с пластической преградой [1].

При анализе устойчивости процесса эрозии сверхзвуковых сопел в двухфазном потоке в [5] получено уравнение, описывающее развитие длинноволновых возмущений в системе:

$$(0.1) \quad \partial y_w / \partial t = -D \left| \frac{\partial^2 y_w}{\partial x^2} \right|^q \frac{\partial^2 y_w}{\partial x^2}.$$

Уравнение (0.1) предсказывает, что из-за нарушения равновесия в двухфазном потоке над искривленной поверхностью данная система развивается неустойчивым образом. Ниже показано, что в этом случае характерная длина волны возмущений имеет порядок длины зоны динамической релаксации частиц ($\lambda \sim l_p$).

На основе физической модели [3] нами сформулирована математическая модель, описывающая микроскопические волны на поверхности пластического материала. Оказалось, что при малых углах соударения полученная модель сводится к уравнению вида (0.1). Более того, если отказаться от гипотезы [3] и воспользоваться гипотезой [2], то и в этом случае имеет место уравнение типа (0.1). Следовательно, при эрозии пластического материала в потоке газа с частицами три различных физических процесса приводят к одному результату: эродируемая поверхность оказывается неустойчивой, причем как в области масштабов порядка диаметра частицы ($\lambda \sim d_p$), так и в области $\lambda \sim l_p$ действует механизм усиления возмущений, аналогичный механизму в системе с отрицательной «вязкостью».

1. Модель волнообразования путем эрозии. В модели [3] предполагается, что волны на поверхности обусловлены только эрозией, поэтому справедливо

$$(1.1) \quad \rho_* \partial y_w / \partial t = -\rho_p v_p E (\sin \alpha + \partial y_w / \partial x \cos \alpha).$$

Здесь ρ_* — плотность разрушаемого материала; ρ_p, v_p — плотность и модуль скорости потока частиц; E — коэффициент эрозии; α — угол атаки (рис. 1). В [3] предложена модель удаления материала вследствие пластического сдвига, на основе которой рассчитаны зависимости коэффициента эрозии от угла соударения и от местного радиуса кривизны поверхности, $E = E(\alpha_p, R)$. Основной параметр в теории [3] — безразмерный комплекс $\lambda_F = m_p^{1/2} v_p / (2k_w^{1/2} R)$, k_w — эффективная жесткость поверхности, m — масса частицы. На рис. 2 приведены заимствованные из [3] зависимости $E(\alpha_p)$, рассчитанные для $\lambda_F = 0,2; 0,4; 0; -0,4; -0,2$ (кривые 1–5). Видно, что в области малых углов соударения ($\alpha_p \approx 20^\circ$) коэффициент эрозии имеет максимум, величина которого тем выше, чем больше местный радиус кривизны поверхности. Поскольку для волн малой амплитуды $1/R = \partial^2 y_w / \partial x^2$, в первом приближении имеем

$$(1.2) \quad E(\alpha_p, R) = E_0(\alpha_p) + E_1(\alpha_p) \partial^2 y_w / \partial x^2,$$

где E_0, E_1 — неотрицательные функции.

Подставляя (1.2) в (1.1), получим

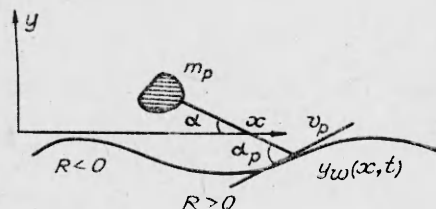
$$(1.3) \quad \partial y_w / \partial t = -G_0 (\partial y_w / \partial x) - D_0 (\partial y_w / \partial x) \partial^2 y_w / \partial x^2.$$

Здесь

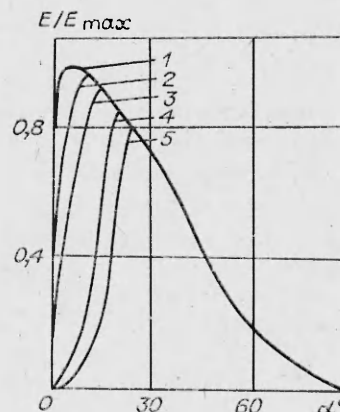
$$G_0 = (\rho_p v_p E_0 / \rho_*) (\sin \alpha + \partial y_w / \partial x \cos \alpha);$$

$$D_0 = (\rho_p v_p E_1 / \rho_*) (\sin \alpha + \partial y_w / \partial x \cos \alpha).$$

(Угол соударения выражается через угол атаки и местный наклон поверхности по формуле $\alpha_p = \arctg[(\tg \alpha + \partial y_w / \partial x) / (1 - \tg \alpha \partial y_w / \partial x)]$.) Сравнивая (1.3) и (0.1), приходим к выводу, что имеется аналогия процессов



Р и с. 1



Р и с. 2

волнообразования при эрозии в области масштабов $\lambda \sim d_p$ и $\lambda \sim l_p$. Другими словами, механизмы усиления возмущений в моделях [3 и 5] однотипны. Это объясняется в первую очередь тем, что предложенная в [3] модель эрозии основана на уравнениях движения твердого тела в текучей среде. В том и другом случаях реакция криволинейной поверхности приводит к усилению или уменьшению скорости эрозии в зависимости от знака локальной кривизны поверхности.

Заметим, что в (1.3) отсутствуют слагаемые, учитывающие пластическую деформацию поверхности. Это очевидный недостаток модели [3]. В действительности же эрозия — довольно слабый процесс, протекающий на фоне мощного процесса деформирования поверхности твердыми частицами. Ниже рассмотрена модель волнообразования с учетом эрозии и пластических деформаций, полученная на основе микроскопического закона сохранения массы преграды.

2. Микроскопическое уравнение эрозии. Поскольку процессы эрозии и деформации поверхности обусловлены дискретными актами соударения частиц с преградой, необходимо выявить условия непрерывного описания указанных процессов. В этой задаче можно выделить два характерных масштаба времени: $\tau_1 \sim m_p/(\rho_p v_p d_p^2)$ — промежуток времени между двумя последовательными соударениями, $\tau_2 \sim \tau_1/E$ — характерное время эрозии. При эрозии металлов $E \leq 10^{-3}$ для $v_p \leq 100$ м/с, следовательно, $\tau_2 \geq 10^3 \tau_1$ для указанных условий соударения. В этом случае существует промежуточная область масштабов, когда число ударов велико, а эрозия еще мала, т. е. область $\tau_1 \ll \tau \ll \tau_2$. Будем предполагать, что истинное пластическое течение удовлетворяет условию неразрывности

$$(2.1) \quad \partial \rho / \partial t + \partial \rho u / \partial x + \partial \rho v / \partial y + \partial \rho w / \partial z = 0.$$

Проинтегрировав уравнение (2.1) по толщине образца, получим

$$(2.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\tilde{h}} \rho dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\tilde{h}} \rho u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\tilde{h}} \rho w dy = \tilde{G},$$

где $\tilde{h}(x, z, t)$ — мгновенный рельеф поверхности; $\tilde{G}$ — истинная скорость эрозии.

В условиях эрозии микрорельеф поверхности изменяется случайным образом, поскольку каждый акт соударения частицы с преградой — случайное событие. Чтобы избавиться от случайной составляющей функции $\tilde{h}(x, z, t)$, изменяющейся с частотой $\sim 1/\tau_1$, выполним в (2.2) осреднение по времени на интервале от t до $t + \tau$ и по площади поверхности образца величиной $\Delta x \Delta z = \pi d_p^2/4$. Поскольку $\tau \gg \tau_1$, число частиц, выпадающих на данную площадку за время τ , достаточно велико, и поэтому результат осреднения будет коррелировать с параметрами потока частиц. Если предположить, что плотность материала изменяется незначительно, то (2.2) после осреднения принимает вид

$$(2.3) \quad \rho_* \partial y_w / \partial t + \partial J_x / \partial x + \partial J_z / \partial z = -\rho_p v_p E (\sin \alpha + \partial y_w / \partial x \cos \alpha).$$

Здесь J_x, J_z — компоненты вектора потока массы из-за пластических деформаций. Уравнение (2.3) отличается от (1.1) наличием дивергентных слагаемых, описывающих изменение поверхности вследствие пластического деформирования преграды. Указанные слагаемые исчезают при осреднении по поверхности образца с достаточно большой площадью ($\Delta S \gg \pi d_p^2/4$). В этом случае переходим в область масштабов $\lambda \sim l_p$, где и выполняется (1.1) — одно из уравнений асимптотической модели [5], описывающей эрозию в двухфазном потоке.

Для замыкания модели (2.3) предположим, что поток частиц достаточно разреженный, и поэтому можно пренебречь эффектами кратных соударений. Тогда справедливы выражения

$$(2.4) \quad J_x = Q(\alpha_p) n_p v_p (\sin \alpha + \partial y_w / \partial x \cos \alpha), \quad J_z = 0,$$

где $\bar{Q}(\alpha_p) = \int \rho' u' d^3x dt$ описывает сдвиг массы вдоль поверхности при соударении отдельной частицы с преградой. Комбинируя (2.3) и (2.4), получим

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \partial y_w / \partial t &= -G(\partial y_w / \partial x) - D_1(\partial y_w / \partial x) \partial^2 y_w / \partial x^2, \\ D_1 &= (n_p v_p / \rho_*) [Q \cos \alpha + (\sin \alpha + \partial y_w / \partial x \cos \alpha) dQ / d\alpha_p]. \end{aligned}$$

Из общих соображений ясно, что $Q(0) = Q(\pi/2) = 0$. Следовательно, эта функция имеет максимум при некотором $\alpha_p = \alpha^*$. Но тогда в промежутке $0 < \alpha < \alpha^*$ выполняется условие $dQ/d\alpha_p > 0$, что влечет $D_1 > 0$. Таким образом, здесь вновь имеем феномен отрицательной «вязкости». Вообще говоря, уравнение (2.5) более физично, чем (0.1) или (1.3), в которых коэффициенты при старших производных знакопостоянны. Легко показать, что $D_1 < 0$ при $\alpha_1 \rightarrow \pi/2 = 0$. Значит, (2.5) относится к уравнениям переменного типа [6]. Воспользовавшись моделью [3], можно вычислить зависимость $G(R)$ и $Q(R)$. Тогда в общем случае (2.3) принимает вид

$$(2.6) \quad \partial y_w / \partial t = -G_0(\partial y_w / \partial x) - \tilde{D} \partial^2 y_w / \partial x^2 - k \partial^3 y_w / \partial x^3,$$

где $\tilde{D} = D_0 + D_1 - 3(n_p v_p / \rho_*) \partial y_w / \partial x (\sin \alpha + \partial y_w / \partial x \cos \alpha) dQ/dR$; $k = (n_p v_p / \rho_*) (\sin \alpha + \partial y_w / \partial x \cos \alpha) dQ/d(1/R)$.

Из рис. 2 видно, что $D_1 \rightarrow 0$ при $\alpha_p \rightarrow \pi/2$. Поэтому функция $\tilde{D}$ изменяет знак в интервале $0 < \alpha_p < \pi/2$. Свойства решений уравнения (2.6) подробно рассматривались многими авторами (это уравнение типа Кортевега — де Вриза). Известно, в частности, что при $k \rightarrow 0$ гребни бегущих волн заостряются, превращаясь в систему [7]. Любопытно, что такого рода эффект наблюдался экспериментально при эрозии плоского клина в запыленном потоке [8].

3. Механизмы развития неустойчивости поверхности при эрозии в двухфазном потоке. Остановимся более подробно на вопросе об устойчивости поверхности тела при эрозии в потоке газа с частицами. Будем исходить из уравнений асимптотической модели, развитой в [5]:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} l_s \frac{\partial^2 y_s}{\partial x^2} + \frac{\partial y_s}{\partial x} - \frac{\partial y_w}{\partial x} + (y_s - y_w) \frac{\partial}{\partial x} \ln(\rho u y^v)_w &= 0, \\ \rho_* \frac{\partial y_w}{\partial t} &= \sum_{s=1}^N \rho_s u_s E_s \left(\frac{\partial y_s}{\partial x} - \frac{\partial y_w}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

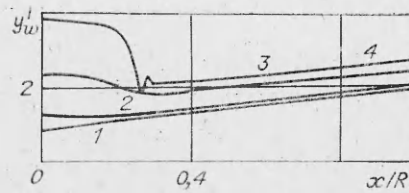
Здесь $y_w(x, t)$ — граничная поверхность; $y_s(x, t)$ — траектории частиц; l_s — параметр динамической релаксации; $(\rho u y^v)_w$ — расход газа в пристеночной области течения; N — число фракций частиц; $v = 0$ и 1 в плоском и осесимметричном течениях соответственно.

Основной результат [5] касается поведения длинноволновых возмущений в модели (3.1). В длинных волнах система (3.1) может быть сведена к уравнению (0.1) со всеми последующими выводами. Положим в (3.1) $l_s = \text{const}$, $v = 0$, $(\rho u)_w = \text{const}$, $\rho_s u_s = \text{const}$, $E_s = (u_\infty^2 / \sigma_a) |y'_s - y'_w|^q$, $y'_{s,w} \ll 1$, $s = p = 1$. В этих предположениях система (3.1) описывает эрозию плоского тонкого профиля в монодисперсном потоке. В отличие от модели, развитой в [9], система (3.1) справедлива не только при малых, но и при умеренных расходах частиц. После некоторых преобразований получим из (3.1)

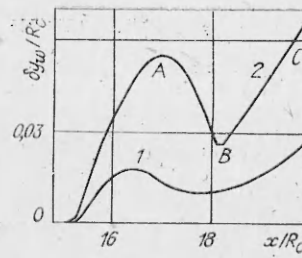
$$(3.2) \quad \begin{aligned} l_p \eta_{xt} + l_p^{q+1} G |\eta_x|^q \eta_{xx} + \eta_t &= 0, \\ \partial y_w / \partial x &= l_p \eta_x + \eta, \end{aligned}$$

где $\eta = v_p / u_p$ — наклон траекторий частиц; $G = \rho_p u_\infty^3 / (\rho_* \sigma_a) (q + 1)$ — характерная скорость эрозии; $l_p = \rho_s^0 d_p^2 u_\infty / 18 \mu_\infty$; ρ_s^0 — плотность материала частиц; μ_∞ — динамическая вязкость газа.

Полагая в (3.2) $\eta_x = \eta_x^0 + \tilde{\eta}_x$, $\eta_x^0 = \text{const}$ (параболический профиль), $\tilde{\eta}_x \ll \eta_x^0$, $\tilde{\eta} \sim \exp(ikx - i\omega t)$, находим спектр монохроматических воз-



Р и с. 3



Р и с. 4

мущений соответствующей линеаризованной системы:

$$(3.3) \quad \omega(k) = G |\eta_x^0|^{q+1} k^2 (i + l_p k) / (1 + l_p^2 k^2).$$

Поскольку $\text{Im } \omega > 0$, система (3.2) неустойчива в окрестности начального состояния $\eta_x(x, 0) = \eta_x^0$. Характерное время развития неустойчивости $\tau^* = l_p / G (\eta_x^0 l_p)^q$. Отсюда в предположении $\eta_x^0 = 1/R$, R — местный радиус кривизны стенки, следует оценка времени развития неустойчивости при эрозии сверхзвукового сопла [5]. Из (3.3) видно, что характерная длина волны имеет порядок длины зоны динамической релаксации, $\lambda \sim l_p$.

Анализируя роль отдельных слагаемых в первом уравнении (3.2), приходим к выводу, что при взаимодействии первого и второго членов возможно образование сильного разрыва в системе. Соотношения на разрыве имеют вид

$$(3.4) \quad [\eta] = 0, \quad [y'_w] = l_p [\eta_x], \quad G l_p^q [\eta_x^{q+1}] = c [\eta_x],$$

где $[\eta_x] = \eta_x^+ - \eta_x^-$ — амплитуда разрыва; c — скорость распространения разрыва.

При $q = 1$ из (3.4) находим $c = G[y'_w]$. Отсюда вытекает, что уступы, образующиеся при эрозии сопел монодисперсными частицами [5], должны перемещаться по направлению к срезу сопла. В численных расчетах нелинейные эффекты проявляются раньше, чем успевает сработать линейный механизм усиления возмущений. На рис. 3 приведены результаты численных расчетов эрозии параболического профиля в рамках модели (3.2). Кривые 1—4 показывают изменение наклона профиля на моменты времени 0; 0,2; 0,6; 0,8 τ^* . Видно, что на профиле сформировался сильный разрыв производной (уступ), вследствие чего трудно выделить линейные эффекты, имеющие место при $t \gg \tau^*$. На рис. 4 представлены результаты численных расчетов величин износа $\delta y_w = y_w(x, t) - y_w(x, 0)$ при эрозии сверхзвукового сопла с параболической образующей в концевом участке, выполненных на основе модели (3.1). В этом примере $N = 100$, расчет производился по явной разностной схеме первого порядка точности. Кривые 1, 2 рассчитаны при $t = 1,42$ и 3,5 с. Здесь же показана особенность поведения первоначально гладких возмущений в моделях типа (0.1). Можно отчетливо наблюдать заострение волновой структуры, из которой формируется гребешок — часть ABC на кривой 2.

Суммируя все сказанное, сделаем два важных вывода относительно свойств системы (3.1): из-за нарушения динамического равновесия в двухфазном течении над искривленной поверхностью происходит усиление первоначальных возмущений, а из-за нелинейных свойств оператора переноса — опрокидывание первоначально гладких возмущений с образованием сильных разрывов производной контура.

4. Влияние мезомасштабных возмущений на макропараметры процесса. Как уже отмечалось выше, переход в область масштабов $\lambda \sim \sim l_p$ осуществляется в уравнении (2.3) путем осреднения по площади $\Delta S \gg \gg \pi d_p^2/4$. Поставим задачу о нахождении эффективных параметров эрозии для исходного плоского образца с заданным микрорельефом поверхности $y_w(x, z, t)$. Если в области масштабов $\lambda \sim l_p$ образец остается плоским, то

после осреднения (2.3)

$$(4.1) \quad \rho_* \partial \langle y_w \rangle / \partial t = -\rho_p v_p (\langle E \rangle \sin \alpha + \langle E \partial y_w / \partial x \rangle \cos \alpha) = -\rho_p v_p E_{\text{eff}} \sin \alpha.$$

Таким образом, эффективный (наблюдаемый в опыте) коэффициент эрозии по определению

$$(4.2) \quad E_{\text{eff}} = \langle E \rangle + \langle E \partial y_w / \partial x \rangle \operatorname{ctg} \alpha.$$

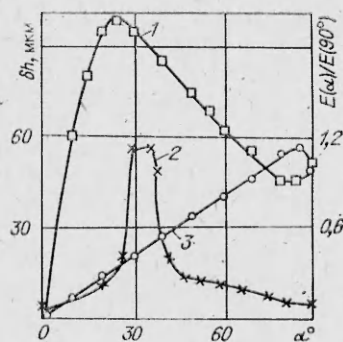
Предположим, что зависимость истинного коэффициента эрозии от угла соударения для данного материала имеет вид $E \sim (\sin \alpha_p)^q$, типичный в случае хрупкого износа [4]. Аналогичная зависимость наблюдается и при эрозии в условиях высокоскоростного взаимодействия ($v_p \gg 1$ км/с) [9]. Выполняя в (4.1) осреднение, получим

$$(4.3) \quad E_{\text{eff}} = \sin \alpha \langle \cos \alpha_w \rangle + \cos^2 \alpha \langle \sin^2 \alpha_w / \cos \alpha_w \rangle / \sin \alpha \text{ при } q = 1, \\ E_{\text{eff}} = \sin^2 \alpha \langle \cos^2 \alpha_w \rangle + 3 \cos^2 \alpha \langle \sin^2 \alpha_w \rangle \text{ при } q = 2,$$

где $\operatorname{tg} \alpha_w = \partial y_w / \partial x$. Исходя из выражения (4.3), можно следующим образом интерпретировать результаты экспериментов [4]. В области хрупкого разрушения шероховатость поверхности незначительна, вклад второго слагаемого в правой части (4.3) мал, и поэтому $E_{\text{eff}} \sim (\sin \alpha)^q$. При переходе к пластическому поведению на поверхности образца формируются волны, отсюда резко возрастает роль второго слагаемого и зависимость коэффициента эрозии от угла соударения при $\alpha \ll 1$ определяется в этих условиях параметрами мелкомасштабных возмущений, $E_{\text{eff}} \sim \langle \sin^2 \alpha_w \rangle$.

На рис. 5 приведены экспериментальные зависимости амплитуды волн при золотом износе труб поверхностей нагрева [2] (кривая 2) и зависимости коэффициента эрозии стекла [4] в потоке частиц SiC ($v_p \approx 152$ м/с) в случае хрупкого ($d_p \approx 21,6$ мкм) и пластического ($d_p \approx 9$ мкм) износа (кривые 3, 1 соответственно). Наблюдается корреляция в зависимостях $E_{\text{eff}}(\alpha)$ и $\delta h(\alpha)$ при пластическом износе (кривая 1), когда на поверхности формируются волны конечной амплитуды [4]. С другой стороны, указанная взаимосвязь следует из оценки $\langle \sin^2 \alpha_w \rangle \sim (\delta h / \lambda)^2$ и из выражения (4.3).

Таким образом, установлено, что мелкомасштабные возмущения оказывают существенное влияние на поведение эффективного коэффициента эрозии, особенно в области малых углов соударения. Эти результаты — основа для построения замкнутой модели эрозии пластических материалов, которая должна включать модель взаимодействия частицы с преградой, уравнения (2.6) и процедуру осреднения (4.2) для сравнения $E_{\text{eff}}(\alpha, v_p)$ с имеющимися экспериментальными данными.



Р и с. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Bitter J. G. A. A study of erosion phenomena. Pt 1,2. — Wear, 1963, v. 6, p. 5, 169.
2. Ратнер А. П., Зеленский В. Г. Эрозия материалов теплоэнергетического оборудования. — М. — Л.: Энергия, 1966.
3. Finnie I., Kabil J. P. On the formation of the surface ripples during erosion. — Wear, 1965, v. 8, p. 60.
4. Шелдон, Финни. К вопросу о пластичности номинально хрупких материалов при эрозионном резании. — Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. В. Конструирование и технология машиностроения, 1966, № 4.
5. Крикливый В. В., Трунев А. П., Фомин В. М. Исследование двухфазного течения в канале с разрушающимися стенками. — ПМТФ, 1985, № 1.
6. Ларькин Н. А., Новиков В. А., Яненко Н. Н. Нелинейные уравнения переменного типа. — Новосибирск: Наука, 1983.
7. Яненко Н. Н., Соловьев А. С. Об автоколебаниях в некоторых одномерных волновых системах. — ЧММСС, 1980, т. 11, № 7.

8. Баланин Б. А., Лашков В. А. Сопротивление плоского клина в двухфазном потоке. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 2.
 9. Трунев А. П., Фомин В. М. Обтекание тел двухфазным потоком типа газ — твердые частицы с учетом эрозии. — ПМТФ, 1983, № 1.

Поступила 27/V 1985 г.

УДК 538.24

О ВЫБОРЕ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ТОЧЕЧНОМ ТЕПЛОВОМ ВЗРЫВЕ В НЕЛИНЕЙНО-ТЕПЛОПРОВОДНОМ ГАЗЕ

А. С. Романов, А. А. Стыцина

(Москва)

Качественный анализ показывает [1], что начальный этап точечного теплового взрыва в однородном неподвижном газе характеризуется преобладающей ролью лучистой теплопроводности. Это связано с нелинейной зависимостью коэффициента лучистой теплопроводности κ от температуры газа T . Функция $\kappa(T)$ может быть задана в степенном виде $\kappa = \frac{\lambda}{n} T^{n-1}$, где λ — размерная постоянная, $n > 1$ — показатель нелинейности. В полном соответствии с качественными выводами [1] в [2] асимптотическим методом получено, что лучистый теплоперенос при малых временах после взрыва происходит независимо от движения газа и полностью его определяет. При этом появление ударной волны в [2] связывается с выходом решения в пределе на известное автомодельное решение для точечного взрыва в нетеплопроводном газе [3]. Экспериментальные факты и качественный анализ проблемы, напротив, свидетельствуют [1, 4] о том, что возникновение изотермического скачка уплотнения может происходить за конечное время после теплового взрыва. Скачок уплотнения отрывается затем от прогретой излучением области [1], а лучистая теплопроводность оказывает все меньшее влияние на его движение. На больших удалениях от места точечного взрыва роль теплопроводности пренебрежимо мала и движение скачка уплотнения становится автомодельным [3]. Ниже на примере плоского теплового взрыва в нелинейно-теплопроводном идеальном газе для случая $n \gg 1$ предлагается асимптотическое представление решения указанной задачи, позволяющее проанализировать процесс возникновения изотермического скачка уплотнения.

1. Постановка задачи и ее асимптотический анализ. Пусть в безграничном пространстве, заполненном неподвижным идеальным газом плотностью ρ_0 , постоянной теплоемкостью c_V и температурой $T = 0$, в момент времени $t = 0$ в плоскости $x = 0$ мгновенно выделяется тепловая энергия $Q = 2Q_0$. За характерные параметры процесса удобно принять: ρ_0 — начальную плотность газа, $T_0 = [Q_0 R / \lambda a]^{2/(2n-1)}$ — температуру (R — газовая постоянная, $a = [(n-1)/2n(n+1)]^{1/(n-1)}$), $W = \sqrt{RT_0}$ — скорость, $L = \lambda T_0^{(n-3/2)}/c_V \rho_0 \sqrt{R}$ — длину, $t_0 = L/W$ — время. Тогда задача о точечном взрыве в безразмерных переменных описывается системой уравнений

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0,$$

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{R}{c_V} T \rho \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 T^n}{\partial x^2}$$

с граничными и начальными условиями

$$(1.2) \quad T = \partial T^n / \partial x = u = 0, \quad \rho = 1 \quad \text{при } x = \pm \infty, \quad t > 0;$$

$$(1.3) \quad T = \delta(x), \quad \rho = 1, \quad u = 0 \quad \text{при } t = 0, \quad |x| < \infty.$$

Здесь $\rho(x, t)$, $u(x, t)$, $T(x, t)$ — безразмерные плотность, скорость и температура газа; $\delta(x)$ — функция Дирака.

В [1] показано, что особенность рассматриваемого процесса при $n > 1$ есть его локализация в пространстве, т. е. существует поверхность $|x| = x_f(t) < \infty$ такая, что $T = u = 0$, $\rho = 1$ при $|x| > x_f(t)$. Тем самым по