

Вычисляя  $I_x = 2abj_x$  и подставляя в (2.3), находим

$$I_z = \frac{e^2 \tau E_0 2ab n_0}{m_e} \left[ \frac{1 - e^{-\alpha a}}{\alpha a} - \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{\alpha a}{e^{\alpha a} - 1} \right] \quad (2.5)$$

Таким образом, для отношения тока Холла  $I_x$  к основному току  $I_z$  получаем

$$\frac{I_x}{I_z} = \frac{\omega \tau (\alpha a)^2}{2(\operatorname{ch} \alpha a - 1)(1 + \omega^2 \tau^2) - (\omega \tau \alpha a)^2} \quad (2.6)$$

Из (2.6) следует, что зависимость  $I_x / I_z$  от  $\omega \tau$  при разных значениях параметра неоднородности  $\alpha a$  имеет различный характер. Так, при  $\alpha a \rightarrow 0$  получаем известное для однородной плазмы выражение [3]

$$I_x / I_z = \omega \tau \quad (2.7)$$

С другой стороны, при  $\alpha a \gg 1$  находим, что

$$\frac{I_x}{I_z} = \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{(\alpha a)^2}{2 \operatorname{ch} \alpha a} \quad (2.8)$$

Если  $\omega \tau \ll 1$ , то (2.8), как и (2.7) дает линейную зависимость  $I_x / I_z$  от  $\omega \tau$ , но с коэффициентом пропорциональности

$$\frac{(\alpha a)^2}{2 \operatorname{ch} \alpha a} \ll 1$$

Если же  $\omega \tau \gg 1$ , то зависимость  $I_x / I_z$  от  $\omega \tau$  принимает уже характер обратной пропорциональности.

Заметим в заключение, что влияние одномерной неоднородности проводимости на мощность МГД — устройств и неизотермическую ионизацию ранее исследовалось в работе [4].

Поступила 27 VI 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

- Ганичев А. А., Голант В. Е., Жилинский А. П. Хотимский Б. З., Шилин В. Н. Исследование диффузии заряженных частиц распадающейся плазмы в магнитном поле. ЖТФ, 1964, т. 34, № 1, стр. 78—88.
- Дробышевский Э. М. Положительный столб в склоненном магнитном поле. ЖТФ, 1966, т. 36, № 7, стр. 1175—1185.
- Дробышевский Э. М., Розов С. И. Измерение холловского тока в гомополярнике. ЖТФ, 1967, т. 37, № 2, стр. 322—326.
- Rosa R. T. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No. 9, p. 1081—1090.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СГУСТКА ПРОВОДЯЩЕГО ГАЗА С ЗАДАННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ КОНТУРОМ

*В. А. Деревянко, Л. А. Заклязьминский, С. С. Кацельсон,  
А. Ю. Керкис, Е. Ф. Лебедев, Н. А. Трынкина, В. П. Фомичев*

(Новосибирск)

Исследуется прохождение сгустка проводящего газа, полученного в коаксиальном разряднике, через постоянное магнитное поле, а также индукционное взаимодействие этого сгустка с электрическим контуром, нагруженным на омическое сопротивление. Основное внимание уделено изучению энергетических характеристик взаимодействия (энергии, выделяемой на омическом сопротивлении, соотношения между работой плазмы и джоулевой диссипацией) в зависимости от геометрии и параметров электрического контура. Для малых значений магнитного числа Рейнольдса выполнен теоретический анализ процесса. Приводится сравнение экспериментальных результатов с теоретическими.

1. Экспериментальная установка и параметры рабочего газа (сгустка плазмы). Экспериментальная установка, схема которой представлена на фиг. 1, состоит из коаксиального разрядника, радиального канала и электромагнита постоянного тока, создающего магнитное поле по оси  $z$ , цифрами 1, 2, 3, 4 обозначены электрические контуры с индуктивностями  $L_1, L_2, L_3, L_4$ .

При разряде батареи конденсаторов образующийся в разряднике сгусток плазмы проходил через трубку из оргстекла и поступал в канал, где расширялся по радиусу нормально приложенному к магнитному полю. Все эксперименты проводились на воздухе при начальном давлении 0.7 мм рт. ст. Емкость батареи конденсаторов была

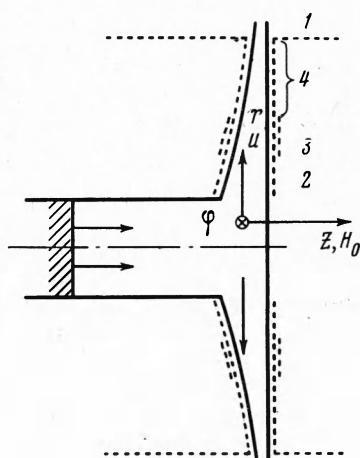
600 мкб, зарядное напряжение 5 кв. Размеры канала: максимальный радиус 105 мм; минимальный на входе 25 мм; ширина канала на радиусе 25 мм была 15 мм, а затем плавно уменьшалась до 6 мм на выходе. Напряженность постоянного магнитного поля можно было изменять от 0 до 5 кз.

В стенках канала были вмонтированы витки электрического контура, который воспринимал деформацию газом магнитного поля, и различные датчики для измерения параметров газа и электромагнитного поля. Витки электрического контура располагались концентрически в плоскостях, перпендикулярных оси  $z$ , и как можно ближе

к рабочему газу — на расстоянии 1 мм от внутренней поверхности стенки канала. В стенках канала также были вмонтированы: зонды для измерения напряженности осевого магнитного поля  $H$ , концентрические  $E$  — витки для измерения величины азимутального электрического поля  $E$ ; соленоиды «разомкнутых» поясов Роговского (удалены части пояса, проходящие через плазму) для регистрации плотности тока  $j$  в плазме; пьезодатчики давления. Скорость радиального движения плазмы  $v$  и структура плазменного сгустка изучалась с помощью камеры СФР. Параметры сгустка в трубке перед входом в магнитный канал изучались при помощи пьезодатчика, камеры СФР и индукционного измерителя электропроводности [1,2].

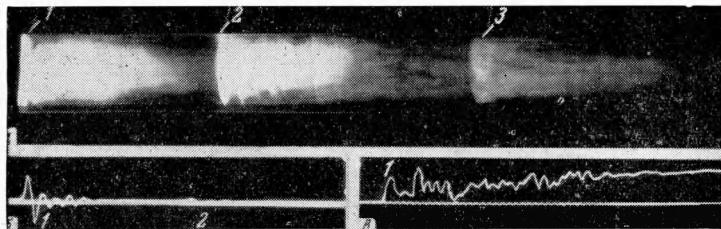
Соответственно полупериодам разрядного тока в трубке пролетает несколько плазменных сгустков.

На фиг. 2, а представлена фотография первого ( $v = 24$  км/сек), второго ( $v = 16$  км/сек) и третьего плазменных образований; снимок сделан камерой СФР при параллельном движении плазмы и изображения на фотопленке. Сигнал измерителя электропроводности о представлен на фиг. 2, б (метки времени через 1 мксек, максимальные амплитуды сигнала пропорциональны произведению  $\sigma v^2$ ). Максимальное значение  $\sigma$  достигается сразу за фронтом свечения головной области первого плазменного образования. Здесь  $\sigma$  постоянна на длине 60–80 мм и имеет значение  $65 \pm 70 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ . Далее вдоль сгустка  $\sigma$  резко уменьшается и не превышает в хвосте первого и в следующих плазменных образованиях  $10 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ . Поэтому можно положить, что с магнитным полем в радиальном канале взаимодействует в основном лишь головная часть первого сгустка. Скорость ее перед входом в канал равна 24 км/сек.



Фиг. 1

На фиг. 2, а представлена фотография первого ( $v = 24$  км/сек), второго ( $v = 16$  км/сек) и третьего плазменных образований; снимок сделан камерой СФР при параллельном движении плазмы и изображения на фотопленке. Сигнал измерителя электропроводности о представлен на фиг. 2, б (метки времени через 1 мксек, максимальные амплитуды сигнала пропорциональны произведению  $\sigma v^2$ ). Максимальное значение  $\sigma$  достигается сразу за фронтом свечения головной области первого плазменного образования. Здесь  $\sigma$  постоянна на длине 60–80 мм и имеет значение  $65 \pm 70 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ . Далее вдоль сгустка  $\sigma$  резко уменьшается и не превышает в хвосте первого и в следующих плазменных образованиях  $10 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ . Поэтому можно положить, что с магнитным полем в радиальном канале взаимодействует в основном лишь головная часть первого сгустка. Скорость ее перед входом в канал равна 24 км/сек.



Фиг. 2

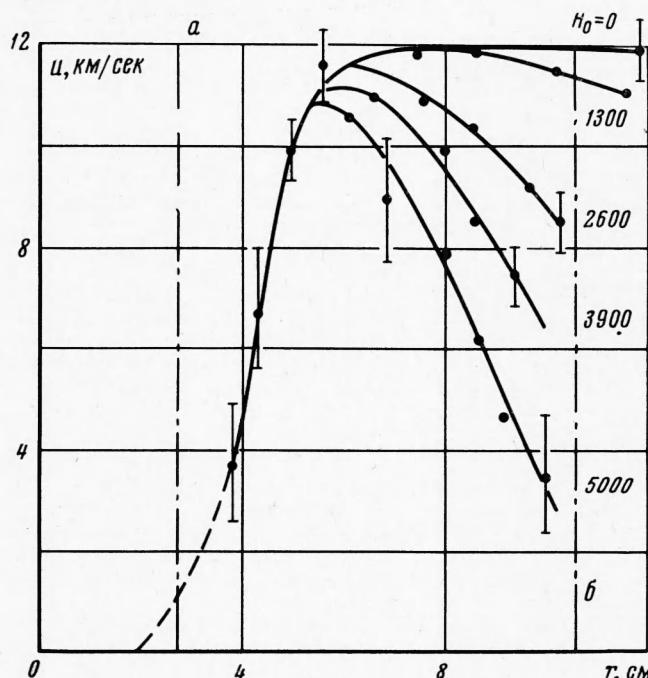
Измерение давления пьезодатчиком (фиг. 2, в; диаметр кристалла 1 мм, метки времени через 1 мксек) показывает, что сгусток неоднороден и колебания давления на стенке трубы соответствуют подходу к датчику темных или светлых областей сгустка.

Усредняющий по некоторому объему измеритель электропроводности не чувствителен к таким неоднородностям и повторяемость его сигналов хорошая. Измеренные параметры сгустка отличаются от расчетных за одномерной ударной волной, движущейся со скоростью переднего фронта сгустка (расчетные электропроводность и давление —  $\sigma = 200 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  и  $p = 6 \text{ атм}$ , а измеренные —  $65 \pm 70 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  и  $4.5 \text{ атм}$ )

При входе в магнитный канал сгусток начинает расширяться в радиальном направлении. Радиальная скорость движения переднего фронта плазмы на радиусе 50 мм достигает 12 км/сек, и без магнитного поля при больших радиусах сохраняется постоянной. Это видно из графиков фиг. 3, на которых представлены зависимости от

радиуса  $r$ , см, скорости переднего фронта  $u$ , км/сек, для различных значений поля  $H_0$ , простираемых у кривых ( $H_0$  измерялось на радиусе 65 мм).

Движение плазмы в канале происходит в виде последовательных волн сжатия, скорость которых незначительно отличается от скорости переднего фронта. На фиг. 4 представлены осциллограммы давления плазмы на стенки радиального канала, соответствующие значениям  $H_0 = 0, 300, 700$  и  $3000 \text{ э}$ , разрешающая способность датчиков около 1 мкесек, метки времени через 1 и 5 мкесек, масштабы давления — 1 атм. Давление за отраженной от торцевой стенки канала ( $r = 0$ ) ударной волной равно



Фиг. 3

$p = 80$  атм и поддерживается таким в течение нескольких микросекунд, а затем постепенно падает (фиг. 4, а). Давление плазмы на стенке канала при  $r = 55$  мм достигает 1,5 атм, а при  $r = 95$  мм — 1 атм. Датчик на радиусе  $r = 55$  мм регистрирует вначале очень слабую волну сжатия, а затем давление в сгустке плазмы.

При помощи СФР и магнитных зондов установлено, что движение плазмы в радиальном канале близко к осесимметричному. Это позволило при помощи относительно небольшого числа измерительных датчиков исследовать процесс во всем объеме канала.

При наличии магнитного поля характер движения плазмы в канале существенно изменяется. В плазме возникают замкнутые концентрические токи. Пондеромоторные силы  $f = c^{-1} j \times H$  в соответствии с установленным распределением плотности тока в плазме наибольшее воздействие оказывают на передний фронт сгустка, который сильно замедляется (фиг. 3).

При напряженности магнитного поля меньше 1000 э изменение характера движения заметно лишь в области больших радиусов канала. Пьезодатчик на радиусе  $r = 95$  мм отмечает слияние двух фронтов (фиг. 4, б), причем давление за фронтом становится равным расчетному давлению за фронтом плоской волны, движущейся с изменившейся скоростью. Аналогичное явление наблюдается для радиуса  $r = 55$  мм при поле  $H_0 \geq 2500$  э (рис. 4, в).

При сильном торможении плазмы (до 3–4 км/сек) на фоторегистрограммах заметна слабосветящаяся преломленная ударная волна, движущаяся со скоростью, близкой к скорости незаторможенной плазмы (12 км/сек). В этом случае давление нарастает плавно (фиг. 4, г) и достигает максимального значения 2.5–3.5 атм. Однако даже при сильном торможении газа осесимметричное течение в канале не нарушается. На фиг. 5 даны кадры движения плазмы в радиальном канале, полученные при помощи камеры СФР; время между кадрами 0.33 мкесек; порядок кадров: сверху — вниз,

справа — налево. Пучок темных линий, пересекающий на этом рисунке изображение, является тенью от системы магнитных зондов, регистрирующих симметрию радиального движения плазмы. Фотографии фиг. 5 показывают, что граница плазмы устойчива или, если неустойчивость типа Рэлей — Тейлора и возникает, она не успевает настолько развиться, чтобы разрушить симметрию течения при  $H_0 \leq 4000$  э.

Зона текущего в плазме тока имеет размер, близкий к длине канала. Величина плотности тока достигает  $3.2 \text{ ka/cm}^2$  при  $H_0 = 4000$  э.

Напряженность электрического поля  $E_j$  от тока в плазме на порядок меньше величины индуцированного поля  $c^{-1}uH$ , например,  $E_j = 2 \text{ в/см}$ ,  $c^{-1}uH = 13 \text{ в/см}$  при  $H_0 = 1300$  э; при  $H_0 = 4000$  э  $E_j = 5 \text{ в/см}$ ,  $c^{-1}uH = 28 \text{ в/см}$ .

Приближенные оценки показывают, что для имеющихся условий электропроводность  $\sigma$  плазмы можно считать скаляром. Расчет  $\sigma$  из закона Ома  $j = \sigma(c^{-1}uH - E)$  по измеренным  $u$ ,  $H$ ,  $E$ ,  $j$  дает величины  $40 \div 20 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  (в зависимости от радиуса канала, меньшие значения относятся к большим радиусам) при  $H_0 \leq 1000$  э и  $\sigma = 140 \div 80 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  при  $H_0 = 4000$  э. Интенсивный джоулев нагрев плазмы при больших  $H_0$  индуцированными в ней токами подтверждается также увеличением светимости плазмы при больших магнитных полях. Непосредственный расчет джоулева тепла во всем объеме плазмы

$$Q = \iiint_V \frac{1}{\sigma} j^2 dt dV$$

дает значение  $125 \text{ дж}$  при  $H_0 = 4000$  э.

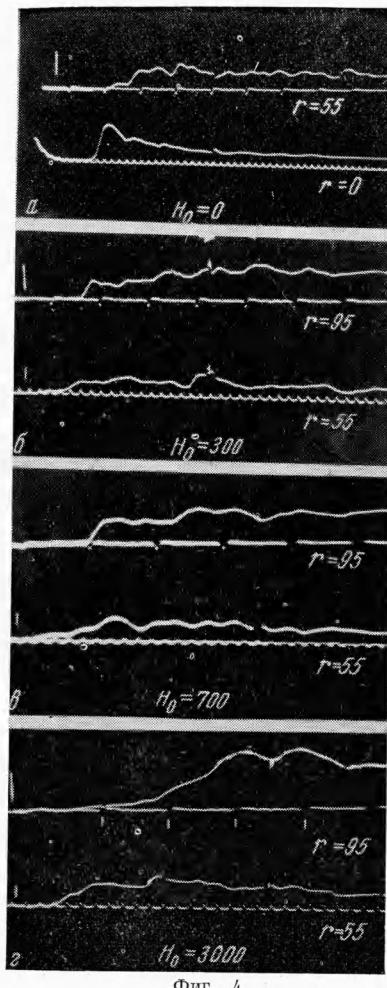
Магнитное число  $R_m$ , определенное для характерного размера, равного максимальному радиусу канала, изменяется в пределах  $2.5 \div 1.0$  в зависимости от радиуса канала и напряженности магнитного поля.

2. Взаимодействие сгустка плазмы с электрическим контуром. При движении в радиальном канале плазма деформировала магнитное поле и наводила э. д. с. в витках (о наличии которых в стенках канала уже говорилось выше) электрического контура. Возникающие при этом нестационарные токи в контуре создавали в объеме плазмы электрическое  $E_k$  и магнитное  $H_k$  поля.

Исследовалось влияние этих полей на величины полной механической работы плазмы  $A$ , джоулева тепла  $Q$  и полезной работы плазмы  $W$ :

$$W = A - Q = \iiint_V jE dt dV$$

$$(A = \iiint_V c^{-1} juH dt dV)$$



Фиг. 4

в зависимости от расположения (геометрии) витков контура, индуктивно связанных с плазмой, омического сопротивления  $R$  контура и напряженности начального магнитного поля  $H_0$ . Электрические величины  $A$ ,  $Q$  и  $W$  рассчитывались по измеренным в радиальном канале функциям  $j(r, t)$ ,  $E(r, t)$ ,  $u(r, t)$  и  $H(r, t)$ . При этом измерялись некоторые средние по ширине канала компоненты: по азимуту  $\varphi$  — компоненты  $E$  и  $j$ , по  $r$  — компонента  $u$ , по  $z$  — компонента  $H$ .

Измерения показали, что магнитное поле  $H_k$  от токов в электрическом контуре значительно меньше суммы начального поля  $H$  и поля от токов в плазме  $H_j$ , т. е.

$$H_k \ll 0.1 (H_0 + H_j)$$

Электрическое поле  $E_k$  от токов в контуре значительно меньше индуцированного поля  $c^{-1}uH$ , но сравнимо с полем  $E_j$  от токов в плазме. Отсюда следует, что наличие электрического контура, индуктивно связанного с плазмой и нагруженного только на омическое сопротивление, в условиях нашего эксперимента мало влияет на плотность

тока в плазме, полную работу плазмы и джоулево тепло, что полезная работа плазмы значительно меньше полной, т. е.  $A \approx Q$ . Однако электрическое поле от этого контура существенно влияет на полезную работу плазмы. Именно это поле и определяет величину полезной работы, так как

$$\iint_V jE_j dt dV \ll \iint_V jE_k dt dV$$

Неравенство нулю левой части обусловлено токами, индуцируемыми в металлических частях конструкции установки.

При этом полезная работа, рассчитанная по измеренным величинам плотности тока и электрического поля и проинтегрированная по всему объему и времени взаимодействия, равна энергии, выделенной на омическом сопротивлении

$$W = \iint_V jE_k dt dV \approx \int_t I^2 R dt \quad (2.1)$$

Было исследовано четыре типа обмоток, витки которых располагались следующим образом.

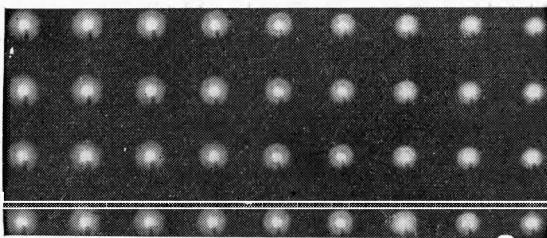
1. Витки намотаны на радиусе 105 мм, на внешнем радиусе канала. Индуктивность ее  $L_1 = 400 \cdot 10^{-6}$  гн. Обозначим ее  $L_1$  (так же, как и ее индуктивность).

2. Вторая обмотка —  $L_2$ . Витки (10 витков по 5 с каждой стороны) намотаны в стенках канала в виде спирали с постоянным шагом 6 мм, начиная от радиуса 25 мм до радиуса 55 мм. Индуктивность ее  $L_2 = 16 \cdot 10^{-6}$  гн.

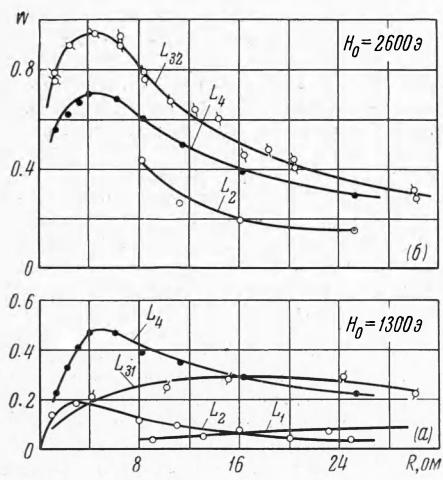
3. Витки намотаны в виде плотной спирали в два ряда; с каждой стороны канала по пять витков в каждом ряду, располагаемых на радиусах от 60 до 65 мм. Индуктивность всей обмотки  $L_{31} = 83 \cdot 10^{-6}$  гн.

Индуктивность обмотки ( $L_{32}$ ), состоящей из двух рядов, ближайших к газу, равна  $L_{32} = 19.8 \cdot 10^{-6}$  гн.

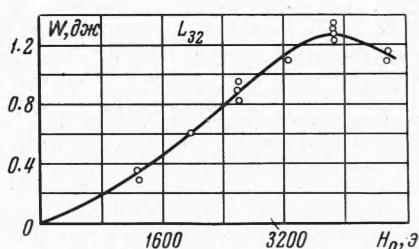
4. Витки намотаны в виде спирали с постоянным шагом 6 мм, начиная от радиуса 65 до радиуса 105 мм. Индуктивность ее  $L_4 = 40 \cdot 10^{-6}$  гн.



Фиг. 5



Фиг. 6



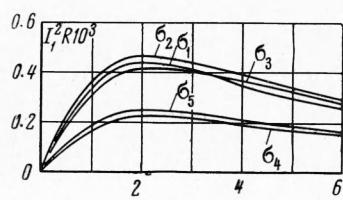
Фиг. 7

На фиг. 6, а представлена энергия  $W$ , эж, выделенная на омическом сопротивлении электрического контура с указанными выше обмотками, в зависимости от величины омического сопротивления. Эта энергия рассчитывалась по формуле (2.1) для напряженности магнитного поля  $H_0 = 1300$  э (начальное магнитное поле менялось по радиусу от  $r = 0$  до  $r = 105$  мм в 1.5 раза, поэтому все указанные значения поля  $H_0$  отнесены к  $r = 65$  мм, по ширине канала  $H_0$  было практически постоянным).

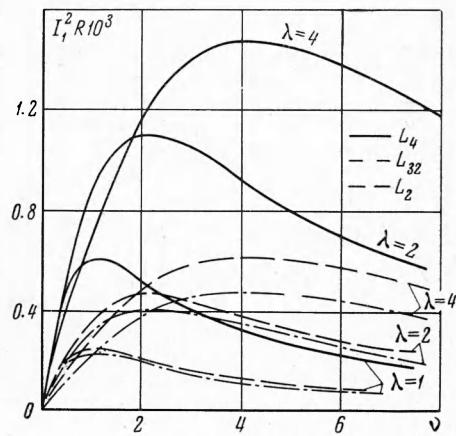
Из фиг. 6, а видно большое влияние геометрии обмотки на величину выделяемой энергии. При этом влияние определяется не только коэффициентом взаимоиндукции обмотки с токами в плазме, но и величиной тока в контуре, т. е. распределением и величиной электрического поля  $E_k$  от тока в контуре в объеме плазмы.

К сожалению, не все обмотки находятся в одинаковых условиях по отношению к характеру течения. Как видно из фиг. 3, на начальном участке канала скорость радиального движения плазмы быстро увеличивается от нуля до 12 км/сек и для  $r > 50$  м.м при  $H_0 = 0$  она сохраняется постоянной. Обмотка  $L_2$  расположена в области начального участка канала и влияние этой области течения на индукционное взаимодействие токов в плазме с обмоткой  $L_2$  наибольшее. Поля  $H_0 = 1300$  э практически не влияет на распределение скоростей, поэтому можно считать, что результаты фиг. 6, а получены при невозмущенной газовой динамике.

На фиг. 6, б представлены величины выделяемой на омическом сопротивлении энергии для поля  $H_0 = 2600$  э. При этом поле скорость газа заметно уменьшается, особенно в конце канала.



Фиг. 8



Фиг. 9

Как видно из фиг. 6, б наиболее интенсивное взаимодействие осуществляется с обмоткой  $L_3$ , расположенной в области максимальной скорости газа. (При поле 1300 э максимальное значение энергии выделялось на  $L_4$ ).

Зависимость выделяемой энергии от величины магнитного поля видна на фиг. 7. При малых полях  $W \sim H_0^2$ , затем  $W$  достигает максимума, а при больших полях даже уменьшается.

**3. Теоретический анализ процесса и сравнение с экспериментом.** Описать теоретически весьма сложный характер течения в экспериментальном канале практически невозможно, поэтому при теоретическом анализе будем исходить из простейшего решения газодинамических уравнений.

Приближенно течение описывается уравнениями магнитной гидродинамики с учетом диссипации в виде лишь джоулева тепла и с добавлением уравнения, индуктивно связанного с плазмой электрического контура. Если решение этой системы уравнений искать разложением по  $R_m$ , то в нулевом приближении уравнения газовой динамики и уравнения Максвелла с уравнением контура разделяются. А решение для электромагнитных величин первого приближения зависит от газодинамических величин нулевого приближения. Одним из решений газодинамических уравнений будет течение с энтропийной волной. Такое течение с постоянными скоростью и давлением и произвольным распределением температуры как функции частицы газа может существовать в канале постоянного сечения. Итак, течение газа в нулевом приближении можно представить себе следующим образом: на радиусе, равном внутреннему радиусу канала ( $r = 25$  м.м), есть цилиндрический источник газа. Из этого источника вытекает газ с постоянными скоростью, давлением и периодически меняющейся во времени температурой и течет в канале постоянного сечения. На радиусе  $r = 105$  м.м есть сток, не возмущающий течения.

Учитывая осевую симметрию, имеем следующие компоненты (в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$ ): скорость газа имеет компоненту только по радиусу канала  $u_r = u_0 = \text{const}$ ; плотность тока  $J$ , электрическое поле  $E$  и вектор-потенциал  $A$  имеют компоненты  $J_\varphi(r, z, t)$ ,  $E_\varphi(r, z, t)$ ,  $A\varphi(r, z, t)$  только по  $\varphi$ ; магнитное поле  $H$  имеет компоненты  $H_r(r, z, t)$ ,  $H_z(r, z, t)$  по  $r$  и  $z$ .

Из электродинамических величин нулевого приближения имеется только заданное извне направленное по  $z$  постоянное магнитное поле  $H_0$ , так как ток нулевого приближения в электрическом контуре в нашем случае равен нулю.

Тогда в первом приближении плотность тока в газе будет равна

$$i = R_m \sigma_0 [E_0 - u_0 H_0] = -R_m \sigma_0 \quad (3.1)$$

Для тока первого приближения в электрическом контуре имеем уравнение

$$\frac{d}{dt} \sum_n \oint_S \mathbf{H} d\mathbf{S} + RI_1 = 0 \quad (3.2)$$

Здесь суммирование магнитного потока ведется по последовательно включенным виткам контура.

Уравнения (3.1) и (3.2) записаны в безразмерном виде и за характерные величины приняты:  $l$  — длина канала 105 мм;  $t^o$  — время;  $u_0$  — скорость;  $H_0$  — напряженность магнитного поля;  $i^o$  — плотность тока;  $E^o$  — напряженность электрического поля;  $I^o$  — ток в контуре;  $\sigma^o$  — максимальная электропроводность температурной волны

$$(t^o = \frac{l}{u_0}, \quad i^o = \frac{cH_0}{4\pi l}, \quad E^o = \frac{u_0 H_0}{c}, \quad I^o = cH_0 l)$$

Уравнение (3.2) можно переписать, вводя самоиндукцию контура и вектор-потенциал поля [3]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sum_n \oint_L \mathbf{A} dl + L \frac{dI_1}{dt} + RI_1 &= 0 \\ (\mathbf{A} = \int_V \frac{\mathbf{j}}{\xi} dV, \quad L = \frac{L_0}{l}, \quad R = \frac{R_0 c^2}{u_0}) \end{aligned}$$

Здесь  $L_0$ ,  $R_0$  — истинные индуктивность и сопротивление контура. Учитывая осевую симметрию и уравнение (3.1), представим э.д.с. индукции в виде

$$E_{\text{инд}} = -\frac{d}{dt} \sum_n \oint_L \mathbf{A}_1 dl = \frac{d}{dt} \sum_n 2\pi r_n \int_V \frac{\sigma_0}{\xi} \cos \psi dV$$

где  $\psi$  — угол между вектором  $dl$  и выбранным направлением  $\varphi$ . Не зная точно, какова форма волны проводимости в экспериментальной установке, зададим ее в общем виде

$$\sigma_0 = \sum_i [a_i \cos i\lambda(r-t) + b_i \sin i\lambda(r-t)], \quad \lambda = \frac{\omega l}{u_0}$$

Здесь  $\lambda$  — безразмерная частота.  
Тогда э.д.с. индукции будет равна

$$\begin{aligned} E_{\text{инд}} &= -\frac{d}{dt} \sum_{i=0}^{\infty} [\beta_i^c (a_i + b_i) \cos i\lambda t + \beta_i^s (a_i + b_i) \sin i\lambda t] \\ (\beta_i^c &= \sum_n 2\pi r_n \int_V \frac{1}{\xi} \cos i\lambda r \cos \psi dV, \quad \beta_i^s = \sum_n 2\pi r_n \int_V \frac{1}{\xi} \sin i\lambda r \sin \psi dV) \end{aligned}$$

Здесь  $\xi$  — расстояние от точки интегрирования в объеме газа до витка контура радиуса  $r_n$ .

Тогда выделенная на омическом сопротивлении средняя за период мощность (отнесенная к величине  $H_0^2 u_0 l^2$ ) равна

$$W = R_m^2 I_1^2 R = R_m^2 \frac{1}{L} \sum \frac{v i^2 \lambda^2}{v^2 + i^2 \lambda^2} \frac{a_i^2 + b_i^2}{2} (\beta_i^c + \beta_i^s) \quad (3.3)$$

где  $v = R/L$ .

Полная работа газа в единицу времени ( $T$  — период)

$$A = \int_V \frac{1}{T} \int_t \mathbf{u} (\mathbf{j} \times \mathbf{H}) dt dV = R_m a_0 V + O(R_m^2)$$

Доля работы, которая передается во внешнюю сеть, равна

$$W = - \int_V \frac{1}{T} \int_t \mathbf{j} \mathbf{E} dt dV = - R_m^2 \int_V \frac{1}{T} \int_t \sigma_0 \left[ \frac{dI_1}{dt} \oint_L \frac{dl}{\xi} - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{\sigma_0}{\xi} dV \right] dt dV$$

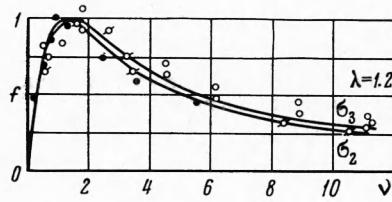
где второй член в скобках есть электрическое поле от токов в газе, а первый — от токов в контуре. Интеграл за период и по объему от второго члена равен нулю, а от первого —  $R_m^2 I_1^2 R$ , т. е. работа, передаваемая в контур, определяется только электрическим полем от этого контура.

Результаты расчетов по формуле (3.3) величины  $W / R_m^2$  от  $v$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma_0$  и вида обмотки представлены на фиг. 8 и 9. При этом коэффициенты  $\hat{p}_i^c$  и  $\hat{p}_i^k$  рассчитывались на ЭВМ. Влияние на величину  $W$  формы волны проводимости показано на фиг. 8 для  $\lambda = 2$  и обмотки  $L_{32}$ . При этом значение  $\sigma$  определялось по формулам

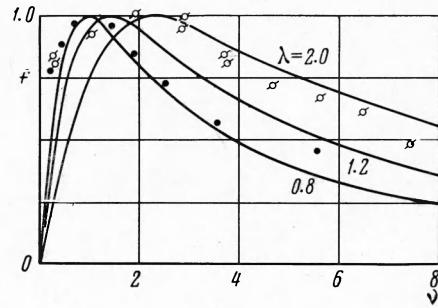
$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{1}{2} [1 + \cos \lambda (r - t)], \quad \sigma_2 = \frac{1}{4} [1 + \cos \lambda (r - t)]^2 \\ \sigma_3 &= \frac{1}{8} [1 + \cos \lambda (r - t)]^3, \quad \sigma_4 = \frac{1}{2} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m\pi} \sin m\lambda (r - t) \\ \sigma_5 &= \frac{1}{3} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda (r - t)}{m\pi} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos \lambda (r - t)}{m\pi}\end{aligned}$$

Симметричная форма волны оказалась более выгодна.

Влияние геометрии обмотки и длины волны представлено на фиг. 9, где даны  $W / R_m^2$  в зависимости от  $v$  для различных  $\lambda$  и обмоток  $L_1$ ,  $L_3$ ,  $L_4$  и  $\sigma_2$ . Из графиков фиг. 9 видно, что оптимальная длина волны для всех обмоток  $\lambda \approx 3$ , т. е. примерно в два раза больше длины канала. Наиболее выгодной из трех обмоток получается  $L_4$ , т. е. обмотка, расположенная ближе к выходу из канала. Оказалось



Фиг. 10



Фиг. 11

также, что  $L_2$  выгоднее  $L_3$ , а в эксперименте при  $H_0 = 1300$  э (фиг. 6, а) с  $L_{31}$  в контуре выделяется энергии больше, чем с  $L_2$ . Возможно это определяется распределением скоростей в экспериментальном канале (фиг. 3).

Попытаемся хотя бы качественно сравнить экспериментальные результаты с теоретическими. Чтобы исключить влияние  $R_m$ , отнесем энергию или мощность к максимальной (для каждой  $\lambda$  и  $\sigma$ ). Так, на фиг. 10 представлены экспериментальные точки с фиг. 6, а, отнесенные для  $L_2$  к 0.20 дж, для  $L_{31}$  к 0.30 дж, для  $L_4$  к 0.48 дж.

Как видно, теоретические кривые для  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  и  $\lambda = 1.2$  хорошо соответствуют экспериментальным точкам. Теоретические кривые, отнесенные к максимальной мощности, т. е.  $f(v) = W / W_{\max}$ , при одинаковых  $\lambda$  и  $\sigma$  для различных обмоток очень близки одна к другой. Из фиг. 10 следует, что для всех обмоток эффективная длина волны ( $H_0 = 1300$  э) будет  $\lambda = 1 \div 1.5$ , т. е. длина волны примерно в шесть раз больше длины канала.

На фиг. 11 аналогичные данные представлены для  $H_0 = 2600$  э.

Видно, что изменение с увеличением поля характера течения увеличивает уже наметившиеся на фиг. 10 отклонения  $W(v)$  для всех обмоток от  $\lambda = \text{const}$ .

Попытаемся теперь сравнить количественные результаты. Эффективный период для взаимодействия в эксперименте равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi l}{\lambda u_0} = \frac{6.28 \cdot 10.5}{1.2 \cdot 1.2 \cdot 10^6} = 46 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$$

По этому периоду можно определить среднюю за период выделяемую на оптимальном омическом сопротивлении мощность  $W^*$  и определить, при каком  $R_m^*$  теоретически рассчитанная мощность равна экспериментальной.

В нижеприводимой таблице даны для поля  $H_0 = 1300$  э значения  $W^*$ , а также рассчитанное по величине отношения  $W^*$  к  $H_0^2 u_0 l^2$  для волны проводимости типа  $\sigma_2$  магнитное число Рейнольдса  $R_m^*$ :

	$L_2$	$L_{31}$	$L_4$
$W^* (\text{ватт})$	$4.4 \cdot 10^3$	$6.55 \cdot 10^3$	$10.5 \cdot 10^3$
$W^* / H_0^2 u_0 l^2$	$1.97 \cdot 10^{-4}$	$2.94 \cdot 10^{-4}$	$4.5 \cdot 10^{-4}$
$R_m^*$	0.865	1.000	0.800

В эксперименте же число  $R_m$  (для характерного размера  $l = 10.5 \text{ см}$  и измеренным эффективным значениям  $\sigma = 40 \div 20 \text{ ом}^{-1}\text{см}^{-1}$  и скорости  $u_0 = 1.3 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$ ) равно 3—6 при малых магнитных полях.

Однако качественное соотношение теоретических и экспериментальных результатов (фиг. 10) при невозмущенной газовой динамике говорит о том, что в экспериментальной установке характер взаимодействия плазмы с электрическим контуром близок к теоретическому и энергия на омическом сопротивлении выделяется из плазмы.

Авторы выражают благодарность Г. И. Багаеву, А. П. Морозову, Л. Н. Пузыреву и Ю. А. Шадрину, спроектировавшим экспериментальную установку, и Т. И. Пушкиревой и С. П. Мымириной за помощь в эксперименте и расчетах.

Поступила 20 X 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

- Линь Ш. Ч., Реслер Е., Кантрович А. Электропроводность высокионизованного аргона в ударной волне. Вопросы ракетной техники, 1956, № 1 (31), стр. 11—35.
- Федулов В. И., Ефремова Г. Д. Изучение магнитного метода измерения электропроводности ионизованных газов. Теплофизика высоких температур, 1956, т. 4, № 5, стр. 615—620.
- Тамм И. Б. Основы теории электричества. Изд-во «Наука», 1966.

#### НЕКОТОРЫЕ РАСЧЕТЫ ДЛЯ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПЛАЗМЕННОЙ СТРУЕ ПРИ ПОСТОЯННЫХ И ФЛЮКТУИРУЮЩИХ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

Э. Н. Червочкин

(Москва)

В работе [1] была рассмотрена следующая система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, в определенных приближениях моделирующая плазмохимический процесс конверсии метана в ацетилен в водородной плазменной струе

$$\begin{aligned} \frac{dc_1(z)}{dz} &= -\frac{1}{v(z)} k_1(T) c_1(z) \\ \frac{dc_2(z)}{dz} &= \frac{1}{v(z)} \left[ \frac{1}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1} k_1(T) c_1(z) - k_2(T) c_2(z) \right] \\ \frac{dc_3(z)}{dz} &= \frac{1}{v(z)} \left[ \frac{\mu_3}{\mu_2} k_2(T) c_2(z) - k_3(T) c_3(z) \right] \\ \frac{dc_4(z)}{dz} &= \frac{1}{v(z)} 2 \frac{\mu_4}{\mu_3} k_3(T) c_3(z) \end{aligned} \quad (0.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dc_5(z)}{dz} &= \frac{1}{v(z)} \left[ \frac{\mu_5}{\mu_1} k_1(T) c_1(z) + \frac{\mu_5}{\mu_2} k_2(T) c_2(z) + \frac{\mu_5}{\mu_3} k_3(T) c_3(z) \right] \\ \frac{dT(z)}{dz} &= -\frac{[N/M - 2v(z)] s_1 + v(z) RT(z) s_2}{[N/M - 2v(z)] s_3 + v(z) R s_4} \end{aligned} \quad (0.2)$$

$$\frac{dt}{dz} = \frac{1}{v(z)}, \quad v(z) = N/2M - [(N/2M)^2 - RT(z) s_4]^{1/2} \quad (0.3)$$

где

$$\begin{aligned} s_1 &= \sum_{i=1}^5 \sum_{j=-1}^8 \frac{dc_i(z)}{dz} [h_{ij} T^j(z) + h_i^\circ], \quad s_2 = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{\mu_i} \frac{dc_i(z)}{dz} \\ s_3 &= \sum_{i=1}^5 \sum_{j=-1}^8 c_i(z) h_{ij} T^{j-1}(z), \quad s_4 = \sum_{i=1}^5 \frac{c_i(z)}{\mu_i} \end{aligned}$$

Здесь  $c_i$  — весовая концентрация  $i$ -го вещества ( $i = 1 \div 5$ , 1 —  $\text{CH}_4$ , 2 —  $\text{C}_2\text{H}_4$ , 3 —  $\text{C}_2\text{H}_2$ , 4 —  $\text{C}$ , 5 —  $\text{H}_2$ ),  $h_{ij}$  — коэффициент в разложении энталпии  $i$ -го вещества по температуре  $T$ ,  $h_i^\circ$  — теплота образования  $i$ -го вещества,  $k_i(T)$  — константа скорости распада  $i$ -го вещества,  $N$ ,  $M$  — константы интегрирования, определяемые из начальных условий,  $R$  — газовая постоянная,  $\mu_i$  — молекулярный вес  $i$ -го вещества.