

ДВИЖЕНИЕ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ УПРУГОМ
РЕЖИМЕ ФИЛЬТРАЦИИ

B. H. Nikolaevskiy

(Москва)

В статье [1] рассматривалось движение смеси капельных взаимонерастворимых жидкостей в сжимаемом пористом пласте в предположении, что давление в обеих жидкостях одинаково. В данной работе предлагается способ учета капиллярных сил при рассмотрении напряженного состояния пористой среды, что позволяет выписать более строгие уравнения фильтрации двухфазных жидкостей при упругом режиме.

1. Пусть пористая среда насыщена двухфазной жидкостью — смесью двух взаимонерастворимых жидкостей, на поверхности раздела между которыми действуют капиллярные силы. В силу этого давление в первой фазе p_1 отличается от p_2 — давления во второй — на некоторую величину $p_c(s)$, называемую капиллярным давлением

$$p_1 = p_2 + p_c(s) \quad (1.1)$$

Как известно [2], капиллярное давление является функцией объемной насыщенности s порового пространства (первой фазой).

Суммарные напряжения T_{ij} , действующие в пористой среде вследствие приложения внешней нагрузки, будут уравновешиваться напряжениями в скелете среды и давлениями p_1 и p_2 . Будем считать, что T_{ij} воспринимается скелетом среды и каждой из фаз пропорционально их относительному объему в элементарном макрообъеме пористой среды, т. е.

$$T_{ij} = (1 - m)\sigma_{ij} + mP\delta_{ij}, \quad P = p_1s + p_2(1 - s) \quad (1.2)$$

Здесь m — пористость среды, σ_{ij} — истинные напряжения в скелете среды, δ_{ij} — единичный тензор, P — эффективное давление при двухфазном насыщении порового пространства. Заметим, что величина P использовалась В. П. Пилатовским при рассмотрении фильтрации двухфазного течения в недеформируемой среде [3].

Строго говоря, в соотношение (1.2) должны входить величины m , определенные путем осреднения по сечению пористой среды плоскостью. Однако в случае однородности пористой среды и распределения фаз в элементарном макрообъеме, пористости и насыщенности по объему и по плоскости совпадают [1].

Введем, как обычно, фиктивные напряжения σ'_{ij} , которые связаны с истинными напряжениями в скелете среды следующей зависимостью:

$$\sigma'_{ij} = (1 - m)\sigma_{ij} - (1 - m)P\delta_{ij} \quad \text{или} \quad T_{ij} = \sigma'_{ij} + P\delta_{ij} \quad (1.3)$$

Ограничимся изучением случая постоянных суммарных напряжений $T_{ij} = \text{const}$, как, например, в пластах осадочных горных пород. При этом изменения величин σ'_{ij} и $P\delta_{ij}$ равны между собой по величине и противоположны по знаку.

Параметры пористых сред — проницаемость k и пористость m — зависят в сильной степени от переменной σ'_{ij} , что отражает в основном деформации порового пространства, происходящие из-за взаимных смещений частиц скелета среды. В пористой среде имеют место также деформации, вызываемые упругим сжатием самих частиц скелета, но они гораздо меньше первых, и ими можно пренебречь.

Упругое сжатие частиц, если его принимать в расчет, определяется при насыщении порового пространства однородной жидкостью давлением в ней. Если же жидкость состоит из нескольких фаз, то упругое сжатие зерен предопределяется некоторым давлением p_f , зависящим от распределения фаз на поверхности скелета среды, причем величина p_f , вообще говоря, не будет равна эффективному давлению P .

В силу постоянства суммарных напряжений имеют место соотношения:

$$k = k(\sigma_{ij}^f) = k(P) = k(p_1) \exp[-a_k(1-s)p_c(s)] = k(p_2) \exp[a_k p_c(s)s] \quad (1.4)$$

$$m = m(\sigma_{ij}^f) = m(P) = m(p_1) \exp[-a_m(1-s)p_c(s)] = m(p_2) \exp[a_m p_c(s)s] \quad (1.5)$$

Здесь a_k, a_m — постоянные пористой среды [1]. Будем считать также, что плотность и вязкость жидкости, равно как и коэффициент сжимаемости и вязкость газа, зависят от давления согласно экспоненциальному закону, т. е.

$$\rho_i(p_i) = \rho_i(p_0) \exp[a_{\rho_i}(p_i - p_0)] \quad (1.6)$$

$$\mu_i(p_i) = \mu_i(p_0) \exp[a_{\mu_i}(p_i - p_0)], \quad z(p_i) = z_i(p) \exp[a_z(p_i - p_0)] \quad (1.7)$$

где $a_{\rho_i}, a_{\mu_i}, a_z$ — константы.

2. Скорость фильтрации i -й фазы определяется [2] соотношением

$$w_i = -\frac{k}{\mu_i} f_i(s) \operatorname{grad} p_i \quad (2.1)$$

Функция $f_i(s)$ — относительная проницаемость i -й фазы. Для простоты будем предполагать, что величина $f_i(s)$ из-за деформаций порового пространства меняется несущественно [4,5]. Воспользовавшись для случая смеси капельных жидкостей соотношениями (1.4—1.7), выражение для скорости фильтрации первой фазы можно записать в виде

$$\begin{aligned} \rho_1 w_1 &= -\frac{k^0 \rho_1^0}{\mu_1^0} F_1(s) \frac{1}{\alpha_1} \operatorname{grad} \exp[\alpha_1(p_1 - p_0)] \\ F_1(s) &= f_1(s) \exp[-a_k(1-s)p_c(s)], \quad \alpha_1 = a_k + a_{\rho_1} - a_{\mu_1} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Аналогичное соотношение имеет место и для второй фазы

$$\begin{aligned} \rho_2 w_2 &= -\frac{k^0 \rho_2^0}{\mu_2^0} F_2(s) \frac{1}{\alpha_2} \operatorname{grad} \exp[\alpha_2(p_2 - p_0)] \\ F_2(s) &= f_2(s) \exp[a_k s p_c(s)], \quad \alpha_2 = a_k + a_{\rho_2} - a_{\mu_2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь и ниже $k^0, \rho_i^0, \mu_i^0, m_0$ — значения параметров при $p_i = p_0$.

Кроме того, имеют место следующие соотношения:

$$m \rho_1 = m^0 \rho_1^0 \varphi_1(s) \exp[\beta_1(p_1 - p_0)] \quad (2.4)$$

$$\varphi_1(s) = \exp[-a_m(1-s)p_c(s)], \quad \beta_1 = a_m + a_{\rho_1}$$

$$m \rho_2 = m^0 \rho_2^0 \varphi_2(s) \exp[\beta_2(p_2 - p_0)], \quad \varphi_2(s) = \exp[a_m s p_c(s)], \quad \beta_2 = a_m + a_{\rho_2} \quad (2.5)$$

Если теперь подставить (2.2) — (2.5) в уравнения неразрывности

$$\frac{\partial m \rho_1 s}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_1 w_1 = 0, \quad \frac{\partial m \rho_2 s}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_2 w_2 = 0 \quad (2.6)$$

то получим систему нелинейных уравнений, описывающих движения двухфазной капельной жидкости в деформируемой пористой среде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (s \varphi_1(s) e^{\beta_1(p_1 - p_0)}) &= D_1^2 \operatorname{div} (F_1(s) \operatorname{grad} e^{\alpha_1(p_1 - p_0)}), \quad p_1 = p_2 + p_c(s) \\ \frac{\partial}{\partial t} ((1-s) \varphi_2(s) e^{\beta_2(p_2 - p_0)}) &= D_2^2 \operatorname{div} (F_2(s) \operatorname{grad} e^{\alpha_2(p_2 - p_0)}), \quad \left(D_i^2 = \frac{k^0}{\mu_i^0 m^0 \alpha_i}\right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Система (2.7) допускает автомодельное решение, соответствующее следующим граничным и начальным условиям в плоском линейном случае, где s^* , вообще говоря, не может быть задано произвольно [2]

$$p_1(0, x) = p_1(t, \infty) = p_0, \quad s(0, x) = s(t, \infty) = s_0 \quad (2.8)$$

$$p_1(t, 0) = p^*, \quad s(t, 0) = s^* \quad (2.9)$$

Для получения таких решений следует воспользоваться подстановкой Больцмана $\zeta = x/\sqrt{t}$. Возможность построения автомодельных решений для систем уравнений типа (2.7) была отмечена М. Д. Розенбергом [6].

В осесимметричном случае подстановка $\zeta = r/\sqrt{t}$ позволяет построить автомодельное решение системы (2.7) при задании в точке $r = 0$ расхода потока

$$\left(F_i(s)r \frac{\partial}{\partial r} e^{\alpha_i(p_i - p_0)} \right)_{r=0} = -\lambda_i \quad (i = 1, 2) \quad (2.10)$$

$$p_1(t, \infty) = p(0, r) = p_0, \quad s(t, \infty) = s(0, r) = s_0 \quad (2.11)$$

3. Исследуем установившиеся движения капельной двухфазной жидкости. Вначале ограничимся потоками, в которых капиллярными силами из-за высоких значений градиентов фазовых давлений можно пренебречь. При этом $p_1 = p_2 = p$, т. е.

$$\rho_1 \mathbf{w}_1 = -\frac{k^\circ \rho_1^\circ}{\mu_1^\circ} f_1(s) e^{\alpha_1(p - p_0)} \operatorname{grad} p \quad (3.1)$$

$$\rho_2 \mathbf{w}_2 = -\frac{k^\circ \rho_2^\circ}{\mu_2^\circ} f_2(s) e^{\alpha_2(p - p_0)} \operatorname{grad} p \quad (3.2)$$

Отсюда

$$\rho_1 \mathbf{w}_1 = \frac{\rho_2^\circ \mu_2^\circ}{\rho_2^\circ \mu_1^\circ} \frac{f_1(s)}{f_2(s)} e^{(\alpha_1 - \alpha_2)(p - p_0)} \rho_2 \mathbf{w}_2 \quad (3.3)$$

Подставляя это соотношение в уравнение неразрывности для первой фазы $\operatorname{div} \rho_1 \mathbf{w}_1 = 0$, получим

$$\operatorname{div} \left(\frac{\rho_1^\circ \mu_2^\circ}{\rho_2^\circ \mu_1^\circ} \frac{f_1(s)}{f_2(s)} e^{(\alpha_1 - \alpha_2)(p - p_0)} \rho_2 \mathbf{w}_2 \right) = 0 \quad (3.4)$$

Но так как $\operatorname{div} \rho_2 \mathbf{w}_2 = 0$, то имеет место соотношение

$$\rho_2 \mathbf{w}_2 \operatorname{grad} \left(\frac{\rho_1^\circ \mu_2^\circ}{\rho_2^\circ \mu_1^\circ} \frac{f_1(s)}{f_2(s)} e^{(\alpha_1 - \alpha_2)(p - p_0)} \right) = 0 \quad (3.5)$$

Это означает, что величина

$$W = \frac{\rho_1^\circ \mu_2^\circ}{\rho_2^\circ \mu_1^\circ} \frac{f_1(s)}{f_2(s)} e^{(\alpha_1 - \alpha_2)(p - p_0)} = \frac{\rho_1 | \mathbf{w}_1 |}{\rho_2 | \mathbf{w}_2 |} \quad (3.6)$$

постоянна вдоль линий тока. Если на какой-нибудь замкнутой кривой величина W не изменяется, то она будет постоянна во всей области, расположенной внутри указанной кривой.

Из практики добычи нефти известны многочисленные случаи, когда скважины давали в течение длительного времени постоянный дебит с постоянной обводненностью W . В условиях высоких градиентов давления наличие такого притока говорит о возможности существования рассматриваемых установившихся двухфазных течений. Теория таких течений в случае недеформируемых пористых сред была рассмотрена Маккетом [7].

Соотношение $W = \text{const}$ позволяет определить s по известному p , т. е. допустимо следующее представление:

$$\rho_2 \mathbf{w}_2 = -\frac{k^\circ \rho_2^\circ}{\mu_2^\circ} f_2[s(p)] e^{\alpha_2(p - p_0)} \operatorname{grad} p \quad (3.7)$$

Введем теперь функцию

$$\Phi = \int f_2[s(p)] e^{\alpha_2(p - p_0)} dp \quad (3.8)$$

Тогда

$$\rho_2 \mathbf{w}_2 = -\frac{k^\circ \rho_2^\circ}{\mu_2^\circ} \operatorname{grad} \Phi \quad (3.9)$$

Таким образом, функция Φ будет удовлетворять уравнению Лапласа во всей области, где $W = \text{const}$.

Приток второй фазы к скважине будет определяться формулой

$$G_2 = \frac{2\pi c^\circ \rho_2^\circ}{\mu_2^\circ \ln(r_k/r_c)} \int_{p_c}^{p_2} f_2[s_c(p)] e^{\alpha_2(p-p_o)} dp \quad (3.10)$$

Предлагаемый метод учета двухфазного характера фильтрационного потока, как легко видеть, вполне аналогичен методу С. А. Христиановича в теории установившихся течений газированной жидкости [8] и методу Маскета [7].

4. Теперь перейдем к рассмотрению установившихся течений, при которых существенны капиллярные силы, в частности исследуем задачу о распределении остаточной насыщенности вытесняемой фазы.

Насыщенность, например второй фазы, считается [9] остаточной, если поток ее равен нулю. В рассматриваемом случае это условие имеет вид

$$\rho_2 w_2 = -\frac{k^\circ(p_2) p_2^\circ(p_2)}{\mu_2^\circ(p_2)} f_2(s) \exp[a_k p_c(s) s] \operatorname{grad} p_2 = 0 \quad (4.1)$$

что может быть в двух случаях: или $\operatorname{grad} p_2 = 0$, хотя $f_2(s) \neq 0$, или же $f_2(s) = 0$.

Первое условие соответствует наличию в пористой среде заполненной второй фазой разветвленной системы каналов, в которой устанавливается постоянное давление p_2 . Так как давление p_1 отличается от p_2 на величину капиллярного скачка, то перепад давления в подвижной фазе предопределяется капиллярными силами.

Так, пусть $p_2 = p_1 - p_c(s) = \text{const}$. Тогда

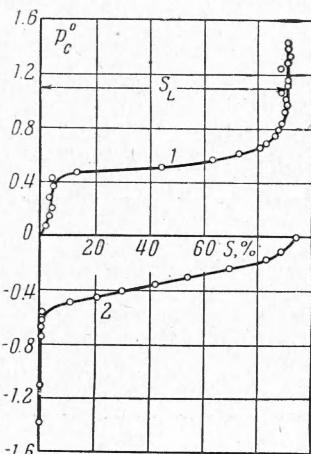
$$\rho_1 w_1 = -\frac{k^\circ p_1^\circ}{\mu_2^\circ} F_1(s) e^{\alpha_1(p_2 + p_c(s) - p_o)} \frac{dp_c}{ds} \operatorname{grad} s = -\frac{k^\circ p_1^\circ}{\mu_1^\circ} \operatorname{grad} \Psi(s) \quad (4.2)$$

Подстановка соотношения (4.2) в уравнение неразрывности показывает, что в случае установившегося движения функция $\Psi(s)$, как и в случае недеформируемой среды [9], удовлетворяет уравнению Лапласа.

Из соотношения $\operatorname{grad} p_1 = \operatorname{grad} p_c(s)$ видно, что чем больше перепад давления в движущейся (первой) фазе, тем более резко должно меняться капиллярное давление; поэтому, если скелет пористой среды смачивается вытесняемой (второй) фазой (фигура, кривая 1, где $p_c = p_c \sqrt{k/m} (\sqrt{m}\theta)$, причем θ — поверхностное натяжение [10]), то увеличение расхода первой фазы ведет к увеличению насыщенности s . Это увеличение будет происходить до некоторого предельного значения s_L , соответствующего асимптоте кривой $p_c(s)$ при вытеснении. При $s = s_L$ относительная проницаемость вытесняемой фазы обратится в нуль. Этот момент соответствует разрыву системы каналов второй фазы: вытесняемая фаза остается в пористой среде в виде защемленных капель.

Если же нагнетание в пористую среду первой фазы прекращается до достижения s_L , то в среде происходит не только восстановление давления, но и вызываемое капиллярными силами выравнивание насыщенности: система постепенно приходит в равновесное состояние.

В том случае, если скелет пористой среды смачивается первой фазой, то капиллярное давление будет велико только при малых значениях s (фигура, кривая 2). Это говорит о невозможности существования капил-



лярноудерживаемой остаточной насыщенности несмачивающей фазы, так как при больших значениях s капиллярные силы становятся крайне незначительны. При таких значениях s давления p_1 и p_2 становятся практически равными и наличие остаточной насыщенности возможно только в силу обращения в нуль относительной проницаемости второй фазы $f_2(s) = 0$, что означает разрыв системы каналов.

Примером потока двухфазной капельной жидкости, в котором одна из фаз в силу ее малой насыщенности неподвижна, может служить течение нефти в пласте с таким малым количеством пластовой воды, что в скважине вода не поступает и о ее наличии удается судить только путем анализа отобранных образцов горной породы.

Если в потоке в силу тех или иных причин расход одной из фаз равен нулю или же постоянен, то будет выполняться условие сохранения массы этой фазы в элементарном макрообъеме, т. е.

$$(1 - s) \varphi_2(s) \exp(\beta_2(p_2 - p_0)) = A(x) \quad (4.3)$$

где $A(x)$ — функция, определяемая исходным распределением второй фазы в пористой среде. Соотношение (4.3) связывает насыщенность s с давлением p_2 , что, вообще говоря, позволяет исключить, например, давление p_1 из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t} (s \varphi_1(s) e^{\beta_1(p_1 - p_0)}) = D_1^2 \operatorname{div}(F_2(s) \operatorname{grad} e^{\alpha_1(p_1 - p_0)}) \quad (4.4)$$

Если теперь пренебречь капиллярным давлением, а также положить $\beta_1 = \beta_2$, то $\varphi_1(s) = \varphi_2(s) = 1$, а (4.4) переходит в следующее уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_1^2 \operatorname{div}(f_1(1 - Au^{-1}) \operatorname{grad} u^\gamma), \quad u = e^{\beta(p - p_0)}, \quad \gamma = \frac{\alpha}{\beta} \quad (4.5)$$

которое при $f_1 \approx \text{const}$ сводится к нелинейному уравнению упругого режима фильтрации однородной жидкости [1].

5. Уравнения фильтрации газожидкостной смеси (газ предполагается нерастворимым в жидкости), как это следует из п. 1, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (s \varphi_1(s) p_1 e^{\beta_1(p_1 - p_0)}) &= D_1^2 \operatorname{div}(F_1(s) p_1 \operatorname{grad} e^{\alpha_1(p_1 - p_0)}) \\ \frac{\partial}{\partial t} ((1 - s) \varphi_2(s) e^{\beta_2(p_2 - p_0)}) &= D_2^2 \operatorname{div}(F_2(s) \operatorname{grad} e^{\alpha_2(p_2 - p_0)}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

где $\alpha_1 = a_k - a_z - a_{\mu_1}$, $\beta_1 = a_m - a_z$, а остальные обозначения сохраняются такими же, как в п. 2. Легко видеть, что подстановка Больцмана позволяет построить автомодельные решения, вполне аналогичные отмеченным в п. 2.

Рассмотрим течения смеси с постоянным расходом газа, при которых

$$\operatorname{div}(F_1(s) p_1 e^{\alpha_1(p - p_0)} \operatorname{grad} p_1) = 0 \quad (5.2)$$

Если расход газа равен нулю (выполняется условие остаточной газонасыщенности), то это означает, что либо давление в газе p_1 постоянно (что позволяет, как и в случае смеси капельных жидкостей, сделать вывод о потенциальности установившихся течений), либо относительная газопроницаемость равна нулю: $f_1(s) = 0$.

Неустановившееся движение жидкости при наличии неподвижного газа будет описываться уравнением

$$\frac{\partial}{\partial t} ((1 - s) \varphi_2(s) e^{\beta_2(p_2 - p_0)}) = D_2^2 \operatorname{div}(F_2(s) \operatorname{grad} e^{\alpha_2(p_2 - p_0)}) \quad (5.3)$$

при условии

$$s p_1 \varphi_1(s) \exp(\beta_1(p_1 - p_0)) = A(x) \quad (5.4)$$

которое связывает переменные s и p_1 .

Исследуем такие течения, в которых можно пренебречь капиллярным давлением, т. е. где $p_1 = p_2 = p$.

Тогда условие (5.4) запишется в виде

$$s = A(x) p^{-1} \exp(-\beta_1(p - p_0)) \quad (5.5)$$

Подстановка этого соотношения в уравнение (5.3) дает в результате

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(e^{\beta_1(p-p_0)} - \frac{A(x)}{p} e^{(\beta_2-\beta_1)(p-p_0)} \right) = D_2^2 \operatorname{div} \left(f_2 \left(\frac{A(x)}{p} e^{\beta_1(p-p_0)} \right) \operatorname{grad} e^{\alpha_2(p-p_0)} \right) \quad (5.6)$$

Уравнение (5.6) еще больше упрощается, если считать жидкость несжимаемой, а газ идеальным (т. е. $\beta_2 = \beta_1$). Наконец, уравнение нестационарной фильтрации в недеформируемой пористой среде с защемленными пузырьками идеального газа (например, при воздушном заилиении фильтров [11] или же в заводненных газосодержащих пластах) будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p-A}{p} \right) = \alpha_2 D_2^2 \operatorname{div} \left[f_2 \left(\frac{A}{p} \right) \operatorname{grad} p \right] \quad (5.7)$$

Таким образом, возмущение давления в такой среде распространяется, так же как при упругом режиме фильтрации, со следующими характеристиками:

$$m\rho = m^\circ \rho^\circ \left(1 - \frac{A}{p} \right), \quad \frac{k\rho}{\mu} = \frac{k^\circ \rho^\circ}{\mu^\circ} f_2 \left(\frac{A}{p} \right) \quad (5.8)$$

В том случае, если защемленной оказалась жидкость, уравнение распространения в газе будет описываться уравнением

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (s\varphi_1(s) p_1 e^{\beta_1(p_1-p_0)}) &= D_1^2 \operatorname{div} (F_1(s) p_1 \operatorname{grad} e^{\alpha_1(p_1-p_0)}) \\ (1-s)\varphi_2(s) \exp(\beta_2(p_2-p_0)) &= A(x) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Если считать пласт и жидкость несжимаемыми, а газ идеальным, то уравнение (5.9) упростится

$$\frac{\partial}{\partial t} (sp_1) = D_1^2 \operatorname{div} (f_1(s) p_1 \operatorname{grad} p_1) \quad (5.10)$$

где $s = 1 - A(x)$. Отсюда видно, что при этих условиях капиллярные силы не будут влиять на фильтрацию газа, а присутствие жидкости проявляется в уменьшении пористости и проницаемости по закону

$$m = m_0 s = m_0 (1 - A(x)), \quad k = k_0 f_1(s) = k_0 f (1 - A(x)) \quad (5.11)$$

Институт механики АН СССР

Поступила 4 X 1961

ЛИТЕРАТУРА

- Николаевский В. Н. К построению нелинейной теории упругого режима фильтрации жидкости и газа. ПМТФ, 1961, № 4.
- Рыжик В. М. Обзор работ по взаимному вытеснению несмешивающихся жидкостей из пористой среды. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностр., 1961, № 2.
- Пилатовский В. П. Исследование неоднородного фильтрационного потока жидкостей в недеформируемой трубке тока в случае образования двухфазной смеси. Тр. ВНИИнефтегаза. М., Гостоптехиздат, 1959, вып. XXI.
- Fatt I. The effect of overburden pressure on relative permeability. J. Petrol. Technol., 1953, No 10.
- Wilson I. W. Determination of relative permeability under simulated reservoir condition. AIChE Journ. March, 1956.
- Розенберг М. Д. Об одной нелинейной системе дифференциальных уравнений в частных производных, имеющих приложение в теории фильтрации. ДАН СССР, 1953, т. 89, № 2.
- Маскет М. Физические основы технологии добычи нефти. Гостоптехиздат, 1953 (пер. с англ.).
- Христианович С. А. О движении газированной жидкости в пористых породах. ПММ, 1941, т. V, вып. 2.
- Бузинов С. Н. К вопросу об определении остаточной нефтенасыщенности. ДАН СССР, 1957, т. 116, № 1.
- Шедеггер А. Е. Физика течения жидкостей через пористые среды, Гостоптехиздат, 1960 (пер. с англ.).
- Сучкин А. Л. Движение газированной жидкости в зернистой пористой среде при наличии фазовых переходов. Тр. Горьковск. инж.-строит.ин-та, 1958, вып. 29.