

не превышает 12%. Существенное отличие при больших значениях λ объясняется тем, что в этом случае сплошной пластической зоны в поверхностном слое среды не образуется, и, следовательно, условие $a_1 + a_2 = l$ плохо соответствует действительной картине деформирования. Лучшую оценку в этом случае можно получить, полагая, что в области $a_1 + a_2 < l$ скорости равны нулю, и определяя a_2 из условия минимума оценки.

Поступила 15 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М., «Наука», 1969.

УДК 539.2; 531

ОБ ИЗМЕРЕНИИ МНОГОТОЧЕЧНЫХ МОМЕНТОВ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР

В. В. Дудукаленко, Н. Н. Лысач, С. И. Мешков

(Куйбышев)

Задачи теплопроводности, упругости, вязкости многофазных твердых материалов имеют решения в виде разложений по многоточечным моментам [1—3]. Однако применение этих решений ограничено трудностью определения многоточечных моментов, задающих случайное поле параметров, которые являются исходными для теоретического исследования. Из имеющихся количественных методов статистического эксперимента [4, 5] наиболее перспективным становится оптико-структурный анализ, основанный на запоминании сигнала, полученного на выходе датчика оптической плотности при сканировании структуры. Последующий автоматизированный ввод записи сигнала в ЭВМ предоставил бы возможность использовать любые алгоритмы вычисления параметров структуры.

Для обоснования экспериментального метода определения многоточечных моментов рассмотрим статистически однородные случайные поля Λ в пространстве декартовых координат X_i . Многоточечные моменты определяются в результате осреднения

$$(1) \quad \langle \Lambda(X)\Lambda(X')\Lambda(X'') \dots \rangle = M(X' - X, X'' - X, \dots).$$

Для композитной среды задание случайного поля определяющих параметров представляется в виде независимых характеристик, относящихся к физическим свойствам каждой фазы в отдельности, и геометрией распределения фаз в пространстве. Пусть Λ_i — некоторый физический параметр, соответствующий i -й фазе, например, тензор упругих модулей, плотность, диэлектрическая проницаемость и т. п. Геометрия фазы задается функцией χ_i , принимающей значение 1 в области пространства, занимаемого i -й фазой, и значение 0 в остальной области. Случайное

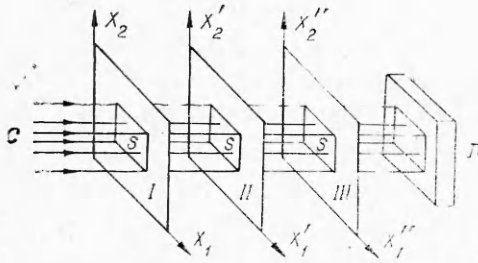
поле параметра Λ для $(N + 1)$ -фазной среды можно представить в виде

$$(2) \quad \Lambda_i = \Lambda_0 + \sum_{i=1}^N (\Lambda_i - \Lambda_0) \kappa_i(X), \quad \kappa_i \kappa_j = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ \kappa_i, & i = j. \end{cases}$$

Подстановка выражения (2) в соотношение (1) показывает, что многоточные моменты поля Λ выражаются линейной комбинацией смешанных многоточных моментов геометрических структур κ_i . Таким образом, исследование геометрической структуры можно выделить независимо от определения физических параметров. Возможность полного задания случайной структуры в виде детерминированных характеристик содержится в условиях существования характеристического функционала [6]

$$(3) \quad \Phi(\theta)_i = \left\langle \exp \left[i \sum_{j=1}^N \int \kappa_j(X) \theta_j(X) dX \right] \right\rangle.$$

Разложение функционала (3) в ряд по функционалам n -го порядка задано n -точечными моментами. В этом смысле задание n -точечных моментов можно принять как обобщимое представление многообразия случайных структур. Знание n -точечных моментов является наиболее полным и объективным критерием распознавания структуры. Универсальность представления случайной структуры в виде (3) или n -точечными моментами состоит в том, что любые статистические характеристики можно выразить через параметры n -точечных моментов.



Фиг. 1

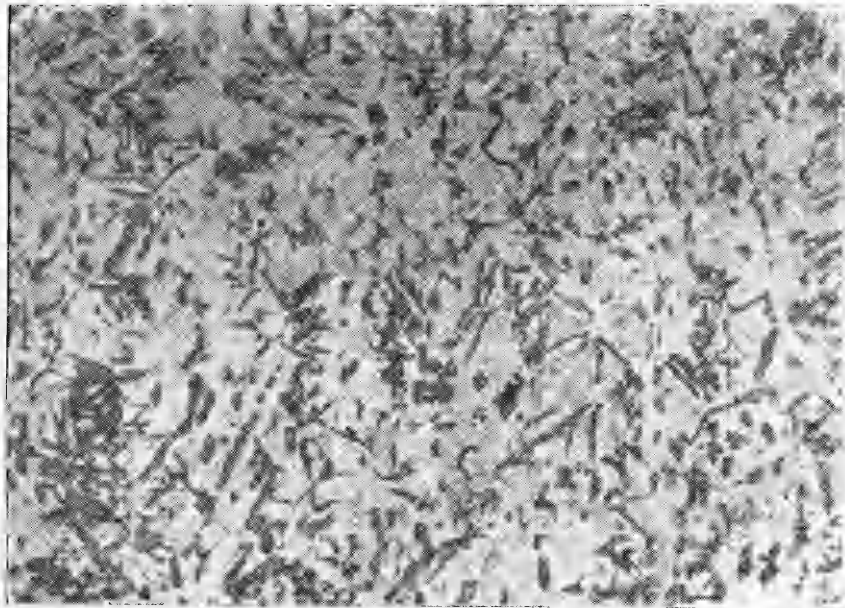
Пусть изображение структуры какой-либо фазы представлено на черно-прозрачной фотопластине, причем значению $\kappa(X_1, X_2) = 1$ соответствуют прозрачные области изображения. На фиг. 1 показана схема установки для исследования плоских структур. Параллельный луч света C с площадью сечения S проходит через фотопластины I, II, III , которые имеют идентичные изображения структуры. Световой поток, регистрируемый фотометром, пропорционален площади прозрачной области на пластине. При полном совмещении изображений структуры на пластине $I-III$ неоднородное по площади поглощение света происходит только на пластине I . В этом случае площадь прозрачной области, отнесенная к площади S , совпадает с отношением световых потоков для черно-прозрачных и прозрачных пластин, причем отношение равно концентрации прозрачных областей.

Пусть пластина I закреплена, пластины II, III смещаются в направлениях (X_1', X_2') и (X_1'', X_2'') . В этом случае прозрачная для всех пластин область соответствует области, для которой выполняется равенство

$$\kappa(X_1, X_2) \kappa(X_1', X_2') \kappa(X_1'', X_2'') = 1.$$

Площадь этой области равна

$$S_M = \int \kappa(X_1, X_2) \kappa(X_1', X_2') \kappa(X_1'', X_2'') dX_1 dX_2.$$



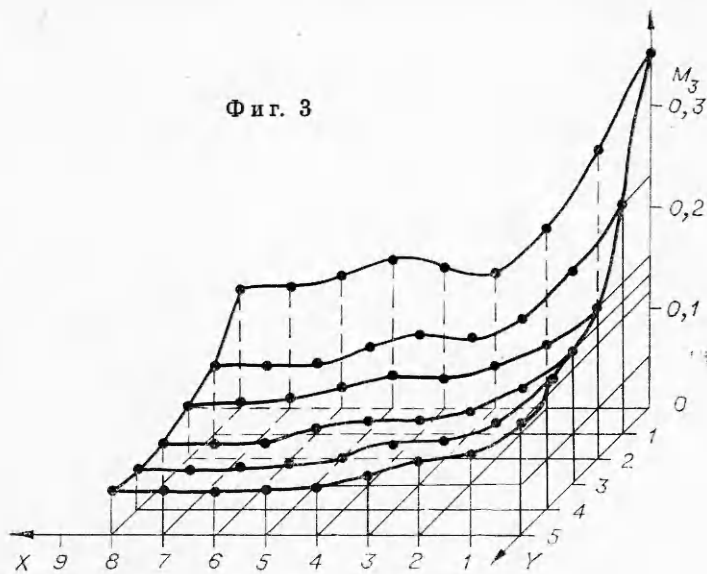
Фиг. 2

Предполагая эргодичность однородной структуры, математическое ожидание можно вычислить осреднением по площади.

Для трехточечного момента получается

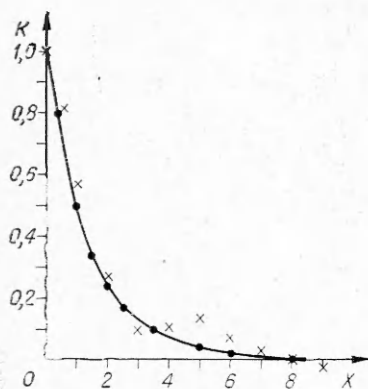
$$M_3(X'_1 - X_1, X'_2 - X_2, X''_1 - X_1, X''_2 - X_2) = S_M S^{-1}.$$

Отношение $S_M S^{-1}$, регистрируемое фотометром как отношение световых потоков при различных комбинациях сдвигов пластин, измеряет функцию четырех переменных. Для пространственной изотропной струк-



Фиг. 3

туры момент M_3 определяется взаимным расположением трех точек. Поэтому исследование одного плоского шлифа на трех фотопластинах достаточно для измерения M_3 как функции трех переменных, характеризующих взаимное расположение трех точек любой плоскости пространства.



Фиг. 4

При измерении четырехточечных моментов используются четыре фотопластины; причем не только с идентичными изображениями, но и фотографии срезов по плоскостям $X_3 = \text{const}$ на различных расстояниях, которые малы по сравнению с характерными размерами неоднородностей структуры. Для измерения моментов n -го порядка не требуется новых срезов. В зависимости от координат точек, в которых производится измерение, составляется для просвечивания пакет из пластин. При исследовании смешанных моментов N -фазной среды просвечиваются фотографии одного шлифа с поглощающими областями x_i, x_j , которые можно получить, используя специальные способы травления, позволяющие из совокупности N -фаз выделять для фотографирования отдельные фазы. Аналогия между световым потоком и осреднением по площади, между поглощением света при сдвиге фотопластин и производением функций κ в различных точках позволяет экспериментально исследовать более общие структуры, чем указанные выше.

Экспериментально исследовалась структура, размеры фотоизображения которой (фиг. 2) и сечения луча равны соответственно $81 \times 111 \text{ мм}^2$ и $S = 45 \times 46 \text{ мм}^2$. Шаг при сдвиге фотопластин равен 0,5 мм. Использовался полупроводниковый фотоэлемент типа Ф-107 и потенциометр Р-307. Результаты измерения трехточечного момента как функции $M_3(X, Y)$, где $X = X'_1 - X_1$, $Y = X'_2 - X_2$, показаны на фиг. 3.

Исследование рассматриваемой структуры распределения мартенсита в стали Х12М [7] производилось численными методами. После нанесения квадратной сетки значения функции $\kappa = 0; 1$ вводились в ЭВМ. На фиг. 4 результаты вычислений [7] нормированной двухточечной корреляционной функции сравниваются с полученными экспериментальными данными, значения которых отмечены крестиками. Цена деления по осям X, Y на фиг. 3, 4 составляет $5 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$ и равна среднему диаметру мартенситной иглы.

Рассматриваемая структура имеет незначительную анизотропию, которая выявляется из несимметричности $M_3(X, Y) \neq M_3(Y, X)$. В эксперименте наблюдалась крупномасштабная неоднородность, поэтому результаты измерений осреднялись по значениям, получаемым при параллельном сдвиге источника света (см. фиг. 1). Порядок отклонения составлял 2—5%.

Поступила 24 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Фокин А. Г., Шермергор Т. Д. Вычисление бинарных корреляционных функций упругого поля механических смесей.—Инж. журн. МТТ, 1968, № 3, с. 73—81.
2. Болотин В. В., Москаленко В. И. Задача об определении упругих постоянных микронеднородной среды.—ПМТФ, 1968, № 1, с. 66—72.

3. Новожилов В. В. О связи между математическими ожиданиями тензоров напряжения деформаций в статистически изотропных упругих телах.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 1, с. 67—74.
4. Иваицкий Г. Р., Литинская Л. Л., Шихматова В. Л. Автоматический анализ микрообъектов. М.—Л., «Энергия», 1967, с. 224.
5. Машинный анализ микроскопических объектов. Под ред. Г. М. Франка. М., «Наука», 1968, с. 123.
6. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1, 2. М., «Наука», 1965, 1967.
7. Вайнштейн А. А., Ишкова Л. В., Корниенко Э. О., Стрижак В. А. Корреляционная функция мартенситного превращения.— ФММ, 1976, т. 4, вып. 2, с. 422—424.

УДК 539.4.019

**ДИНАМИКА КОРОТКОГО СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ
С НЕОДНОРОДНЫМИ СВОЙСТВАМИ
ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ТЕКУЧЕСТИ ПО ЕГО ДЛИНЕ**

Г. И. Попов

(Москва)

Уравнение механического состояния принимается в стадии упругого деформирования по закону Гука, в стадии упруговязкопластического деформирования — в дифференциальной форме [1—3]:

$$(1) \quad \sigma = E\varepsilon \text{ при } t \leq t_{т.д.};$$

$$(2) \quad E\dot{\varepsilon} = \dot{\sigma} + \frac{\sigma_c}{\tau} \left[\exp\left(\frac{\sigma - f(\varepsilon)}{\sigma_c}\right) - 1 \right] \text{ при } t \geq t_{т.д.},$$

где $t_{т.д.}$ — время появления пластической деформации в самом «слабом» сечении стержня; σ_c , τ — константы; $f(\varepsilon)$ — расчетная статическая диаграмма $\sigma - \varepsilon$:

$$f(\varepsilon) = E\varepsilon \text{ при } \varepsilon \leq \varepsilon_{н.т.},$$

$$f(\varepsilon) = \sigma_{т.} = E\varepsilon_{н.т.} \text{ при } \varepsilon_{н.т.} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{к.т.},$$

$$f(\varepsilon) = \sigma_{т.} + E_{упрч}(\varepsilon - \varepsilon_{к.т.}) \text{ при } \varepsilon_{к.т.} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{равн.};$$

E , $E_{упрч}$ — модули упругости и упрочнения; $\varepsilon_{н.т.}$, $\varepsilon_{к.т.}$, $\varepsilon_{равн.}$ — деформации, отвечающие соответственно началу пластических деформаций, концу площадки текучести и предельным равномерным удлинениям.

При относительно небольшом диапазоне изменения скоростей деформаций для определения времени запаздывания пластической деформации может быть использован критерий Смита [4]

$$(3) \quad \int_0^{t_{зап}} \exp\left[\frac{\sigma(t_1) - \sigma_{т.}}{\sigma_{т.}m}\right] dt_1 = \tau_0,$$

где m , τ_0 — константы; t_1 — время, отсчитываемое от момента достижения напряжениями статического предела текучести $\sigma_{т.}$; $t_{зап}$ — время