

УДК 539.434:677.494

ВАРИАНТ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНО-НАСЛЕДСТВЕННОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ ПОЛИМЕРОВ

А. В. Демидов, А. Г. Макаров, А. М. Сталевич

Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна,
191186 Санкт-Петербург
E-mail: makvin@mail.ru

Предлагается вариант математической модели нелинейно-наследственной вязкоупругости полимерных материалов, с использованием которого осуществляется прогнозирование деформационных процессов различной сложности — от процессов простой релаксации и простой ползучести до сложных деформационно-восстановительных процессов и процессов обратной релаксации с чередованием нагружения и разгрузки.

Ключевые слова: полимеры, нелинейно-наследственная вязкоупругость, напряженно-деформированное состояние.

Введение. Одним из важных направлений материаловедения является изучение деформационных свойств полимерных материалов в области действия неразрушающих нагрузок, близких к нагрузкам в условиях эксплуатации этих материалов, с помощью математического моделирования процессов деформирования на основе обработки экспериментальной информации.

В настоящее время проведены многочисленные исследования вязкоупругих свойств полимеров. Тем не менее большое разнообразие материалов обуславливает необходимость разработки новых методов исследования их деформационных свойств. Усложнение структуры полимерных материалов оказывает существенное влияние на их вязкоупругие свойства, что обосновывает разработку новых математических моделей указанных свойств и применение компьютерных методов обработки экспериментальной информации. Создание новых методов анализа механических свойств полимеров, учитывающих их сложное строение, позволяет более достоверно прогнозировать деформационные процессы.

В последнее время развитие материаловедения направлено на ускорение автоматизации средств контроля качества и испытания продукции. Решение задач по управлению технологическими процессами неразрывно связано с совершенствованием методов и приборов, позволяющих моделировать в лабораторных условиях воздействия, испытываемые материалами при их переработке и в процессе эксплуатации, а также методов анализа и обработки экспериментальной информации на основе математического моделирования.

Анализ деформационных свойств. Известные подходы к анализу деформационных свойств полимерных материалов основаны на описании обобщенных экспериментальных кривых релаксации и ползучести с помощью нормированных релаксационных функций и функций запаздывания, в качестве которых обычно выбирается интегральная кривая нормального распределения по логарифмической шкале приведенного времени. Использование данных методик анализа и прогнозирования деформационных процессов позволяет более тщательно изучить полимерные материалы с достаточно простой макроструктурой типа синтетических нитей. Исследование механических свойств полимеров, имеющих более сложное строение, и изделий из них затруднено из-за усложненного спектра времен

релаксации и запаздывания вследствие наложения друг на друга элементарных спектров, соответствующих составляющим материал элементам. Это обстоятельство стимулировало разработку математических моделей деформационных свойств на основе новых, по возможности более простых релаксационных функций и функций запаздывания, соответствующих усложненным спектрам. При построении теории анализа и обработки экспериментальной информации учитывались как требование минимизации количества параметров математической модели, так и их физическая обоснованность.

Многообразие модификаций уравнений вязкоупругости обусловлено выбором интегральных ядер. Наиболее перспективными являются ядра Абеля, Работнова, Ржаницына, Вульфсон — Колтунова, Гаврильяка — Негами [1]. Все указанные типы ядер обладают свойством линейности, т. е. не учитывают влияние деформации и напряжения на ускорение или замедление вязкоупругих процессов.

Развитие нелинейной теории вязкоупругости основано на предположении Александрова — Гуревича об уменьшении энергии активации под действием внешней нагрузки, что соответствует ускорению процессов релаксации и ползучести. Было предложено использовать логарифмическую шкалу относительного времени. Усложнив понятие времени, удалось упростить релаксационные ядра. Нелинейные интегральные ядра рассматривались Б. Персо, В. В. Москвитиним, И. И. Бугаковым [1]. Данные интегральные ядра содержали нелинейность в виде функции деформации или напряжения, что существенно усложняло задачу по сравнению с линейным вариантом описания вязкоупругих свойств.

В работе [2] определены среднестатистические времена релаксации и запаздывания с учетом активирующего действия деформации и нагрузки в виде параметров. Математическая модель вязкоупругости была упрощена за счет учета нелинейности в интегральных ядрах релаксации и запаздывания в виде функций среднестатистических времен релаксации и запаздывания.

Моделирование вязкоупругих процессов указанного типа основано на описании обобщенных кривых релаксации и ползучести классами нормированных функций (интеграл вероятности, функция Кольрауша, нормированный гиперболический тангенс и др.), соответствующих некоторым распределениям времен релаксации и запаздывания по логарифмической шкале приведенного времени. Однако указанные нормированные функции обладают быстрой сходимостью к асимптотическим значениям, что не позволяет достичь необходимой точности прогноза деформационных процессов как на достаточно большой период (месяцы, годы), так и на малые промежутки времени (секунды, доли секунды), соответствующие начальной стадии процесса квазирастяжения.

В работе [3] предложена математическая модель вязкоупругих свойств полимеров, основанная на вероятностном распределении Коши релаксирующих и запаздывающих частиц:

$$E_{\varepsilon t} = E_0 - (E_0 - E_\infty)\varphi_{\varepsilon t}; \quad (1)$$

$$D_{\sigma t} = D_0 + (D_\infty - D_0)\varphi_{\sigma t}; \quad (2)$$

$$\varphi_{\varepsilon t} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{b_{n\varepsilon}} \ln \frac{t}{\tau_\varepsilon} \right); \quad (3)$$

$$\varphi_{\sigma t} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{b_{n\sigma}} \ln \frac{t}{\tau_\sigma} \right). \quad (4)$$

Здесь $E_{\varepsilon t} = \sigma/\varepsilon$ — модуль релаксации; $D_{\sigma t} = \varepsilon/\sigma$ — податливость; t — время; $1/b_{n\varepsilon}$, $1/b_{n\sigma}$ — параметры интенсивности процессов релаксации и ползучести соответственно; τ_ε — время релаксации (половина промежутка времени, в течение которого происходит процесс релаксации); τ_σ — время запаздывания (половина промежутка времени, в течение

которого происходит процесс ползучести); E_0 — модуль упругости; E_∞ — модуль вязкоупругости; D_0 — начальная податливость; D_∞ — предельная равновесная податливость; ε — деформация; σ — напряжение; $\varphi_{\varepsilon t}, \varphi_{\sigma t}$ — соответственно функции релаксации и ползучести, заданные в виде нормированного арктангенса логарифма (НАЛ) приведенного времени.

В отличие от ранее использовавшихся нормированных функций функция НАЛ, соответствующая вероятностному распределению Коши, имеет существенно более низкую скорость сходимости к асимптотическим значениям. Предложенный вариант математического моделирования целесообразен для прогнозирования не только кратковременных и длительных деформационных процессов в полимерных материалах, но и вязкоупругих процессов в полимерных материалах, имеющих сложную макроструктуру, так как известно, что сумма случайных величин, распределенных по нормированному закону Коши, распределена по тому же закону. Иными словами, если предположить, что релаксирующие и запаздывающие частицы в полимере распределены по характерным временам релаксации и запаздывания по закону Коши, то можно считать, что и макрорелаксирующие и макрозапаздывающие частицы распределены по тому же закону [4].

Достоинством математической модели (1)–(4) является то, что она содержит минимальное количество переменных, имеющих ясный физический смысл. Параметры $E_0 = \lim_{t \rightarrow 0} E_{\varepsilon t}$, $E_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} E_{\varepsilon t}$, $D_0 = \lim_{t \rightarrow 0} D_{\sigma t}$, $D_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} D_{\sigma t}$ — асимптотические значения модуля релаксации и податливости. Структурный параметр $b_{n\varepsilon}$ характеризует скорость процесса релаксации и соответствует логарифму половины приведенного времени релаксации при деформации ε , происходящей в интервале времени $t \in [t', t'']$, $\ln(t'/\tau_\varepsilon) = -b_{n\varepsilon}$, $\ln(t''/\tau_\varepsilon) = b_{n\varepsilon}$. Структурный параметр $b_{n\sigma}$ характеризует скорость процесса ползучести и соответствует логарифму половины приведенного времени процесса ползучести при напряжении σ , происходящего в интервале времени $t \in [t', t'']$, $\ln(t'/\tau_\sigma) = -b_{n\sigma}$, $\ln(t''/\tau_\sigma) = b_{n\sigma}$. Функции времен релаксации $f_{\varepsilon_1\varepsilon} = \ln(t_1/\tau_\varepsilon)$ и времен запаздывания $f_{\sigma_1\sigma} = \ln(t_1/\tau_\sigma)$ характеризуют сдвиги кривых релаксации и ползучести вдоль логарифмической шкалы времени и содержатся соответственно в структурном деформационно-временном аргументе-функционале

$$W_{\varepsilon t} = \frac{1}{b_{n\varepsilon}} \ln \frac{t}{\tau_\varepsilon} = \frac{1}{b_{n\varepsilon}} \left(\ln \frac{t}{t_1} + \ln \frac{t_1}{\tau_\varepsilon} \right) \quad (5)$$

и структурно-силовом временном аргументе-функционале

$$W_{\sigma t} = \frac{1}{b_{n\sigma}} \ln \frac{t}{\tau_\sigma} = \frac{1}{b_{n\sigma}} \left(\ln \frac{t}{t_1} + \ln \frac{t_1}{\tau_\sigma} \right). \quad (6)$$

Достаточно медленная сходимость функции НАЛ (например, по сравнению с интегралом вероятности) к асимптотическим значениям позволяет интерполировать модуль релаксации $E_{\varepsilon t}$ и податливость $D_{\sigma t}$ в достаточно широком временном диапазоне и, следовательно, прогнозировать как кратковременные, так и длительные деформационные процессы.

При использовании функции НАЛ для прогнозирования деформационных процессов авторами данной работы отмечен интересный факт, не наблюдавшийся при использовании других математических моделей вязкоупругости: для некоторой группы полимерных материалов (лавсан и др.) расчетное асимптотическое значение модуля вязкоупругости оказалось равным нулю ($E_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} E_{\varepsilon t} = 0$) [3]. Это означает, что процесс релаксации за бесконечно большое время протекает полностью. Данное обстоятельство соответствует физической модели вязкоупругости полимеров и свидетельствует о применимости предложенной математической модели вязкоупругости (1)–(6).

Следует отметить, что выбор нормированной функции для математической модели вязкоупругих свойств полимерных материалов не может быть однозначным и осложняется тем, что нельзя априори отдать предпочтение какой-либо из них. Основным критерием для выбора служит эксперимент.

Исследование вязкоупругих характеристик полимерных материалов на основе предложенной математической модели (1)–(6) показало, что расчетное значение модуля упругости E_0 больше рассчитанного с использованием математических моделей, основанных на других нормированных функциях, и близко к акустическому значению E_a [4], что также физически обосновано, так как скорость распространения упругих взаимодействий в полимерных материалах близка к звуковой. Значение модуля вязкоупругости E_∞ , характеризующего нижнюю асимптоту модуля релаксации в длительных процессах, уменьшилось, что, по сути, приводит к увеличению времени релаксации. Данный вывод относится и к процессу ползучести. Это отличает функцию НАЛ от ранее применявшихся нормированных функций релаксации и запаздывания (например, интеграла вероятности, функции Кольрауша, гиперболического тангенса и др.).

Таким образом, использование нормированной функции НАЛ в качестве основы математической модели вязкоупругости позволяет с достаточно высокой степенью точности моделировать деформационные свойства полимерных материалов, что в свою очередь позволяет прогнозировать деформационные процессы в более широком диапазоне. Аналитическое задание функции НАЛ и принадлежность ее к классу элементарных функций упрощают дифференциально-интегральные преобразования в рамках рассматриваемой математической модели и облегчают определение вязкоупругих характеристик.

Определение механических характеристик полимеров. В качестве примера определения механических характеристик полимеров приведем обработку экспериментальных данных по релаксации (рис. 1) и ползучести (рис. 2) полиэфирных нитей. На рис. 1 видно, что кривые релаксации, полученные при различных значениях деформации, парал-

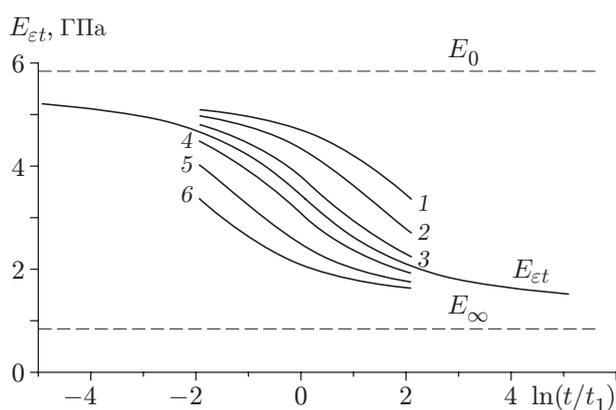


Рис. 1

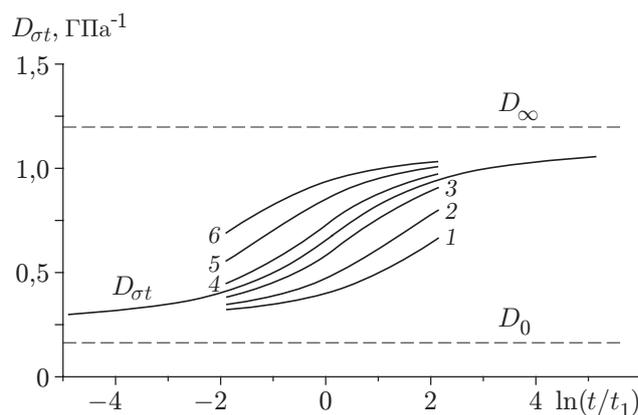


Рис. 2

Рис. 1. Кривые релаксации напряжений (1–6) и обобщенная кривая модуля релаксации $E_{\epsilon t}$ для полиэфирной нити ($T = 20^\circ\text{C}$, $t_1 = 1$ мин):

1 — $\epsilon = 1\%$; 2 — $\epsilon = 2\%$; 3 — $\epsilon = 3\%$; 4 — $\epsilon = 4\%$; 5 — $\epsilon = 5\%$; 6 — $\epsilon = 6\%$

Рис. 2. Кривые ползучести (1–6) и обобщенная кривая податливости $D_{\sigma t}$ для полиэфирной нити ($T = 20^\circ\text{C}$, $t_1 = 1$ мин):

1 — $\sigma = 82$ МПа; 2 — $\sigma = 98$ МПа; 3 — $\sigma = 106$ МПа; 4 — $\sigma = 114$ МПа; 5 — $\sigma = 123$ МПа; 6 — $\sigma = 136$ МПа

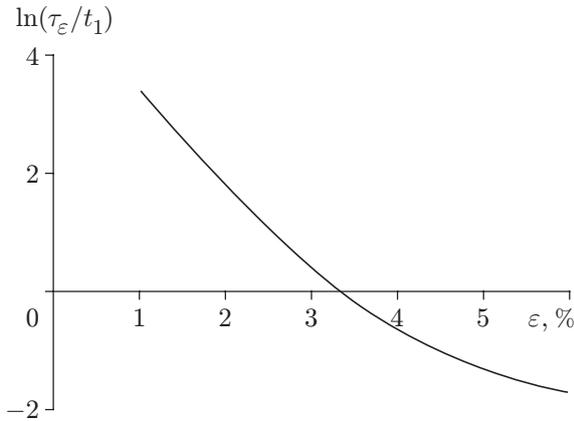


Рис. 3

Рис. 3. Функция времени релаксации для полиэфирной нити ($T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_1 = 1 \text{ мин}$)

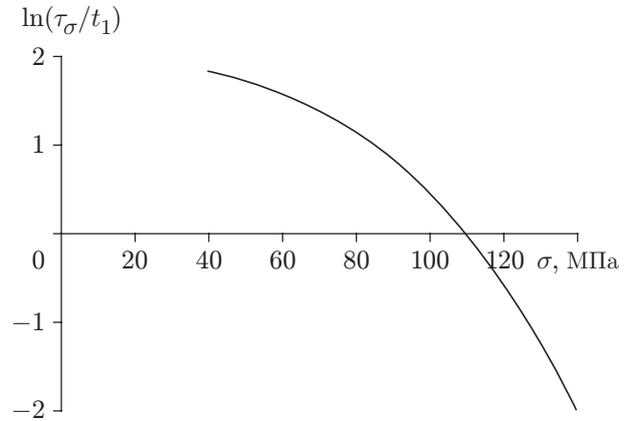


Рис. 4

Рис. 4. Функция времени запаздывания для полиэфирной нити ($T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_1 = 1 \text{ мин}$)

лельным сдвигом вдоль логарифмической шкалы времени на величину $\ln(\tau_\varepsilon/t_1)$:

$$\ln(t/\tau_\varepsilon) = \ln(t/t_1) - \ln(\tau_\varepsilon/t_1)$$

можно совместить с обобщенной кривой модуля релаксации $E_{\varepsilon t}$, аппроксимированного математической моделью (1), (3). Данное преобразование кривых релаксации основано на так называемой деформационно-временной аналогии. По величине указанных сдвигов определяется функция $\ln(\tau_\varepsilon/t_1)$, задающая, по сути, времена релаксации τ_ε (рис. 3). Структурный параметр интенсивности процесса релаксации $1/b_{n\varepsilon}$ определяется как коэффициент подобия обобщенной кривой модуля релаксации и нормированной функции НАЛ.

По обобщенной зависимости $E_{\varepsilon t}(\ln(t/t_1))$ (см. рис. 1) можно определить асимптотические значения E_0 и E_∞ .

Таким образом, используя математическую модель релаксации (1), (3), по экспериментальным кривым релаксации (см. рис. 1) можно найти основные характеристики процесса релаксации, которые в дальнейшем используются для прогнозирования деформационных процессов. Аналогично по экспериментальным кривым ползучести (см. рис. 2) определяются параметры процесса ползучести: асимптотические значения D_0 и D_∞ , параметр интенсивности процесса $1/b_{n\sigma}$ и функция времени запаздывания $\ln(\tau_\sigma/t_1)$ (рис. 4).

Достоверность определения рассмотренных механических характеристик проверяется расчетом модуля релаксации и податливости по формулам (1), (2) и сопоставлением полученных значений с экспериментальными данными (см. рис. 1, 2).

Прогнозирование деформационных процессов. Прогнозирование деформационных процессов полимерных материалов проводится на основе известных интегральных соотношений Больцмана — Вольтерры для процессов нелинейно-наследственной релаксации и нелинейно-наследственной ползучести соответственно [2]:

$$\sigma_t = E_0\varepsilon_t - (E_0 - E_\infty) \int_0^t \varepsilon_\theta \varphi'_{\varepsilon, t-\theta} d\theta; \tag{7}$$

$$\varepsilon_t = D_0\sigma_t + (D_\infty - D_0) \int_0^t \sigma_\theta \varphi'_{\sigma, t-\theta} d\theta \tag{8}$$

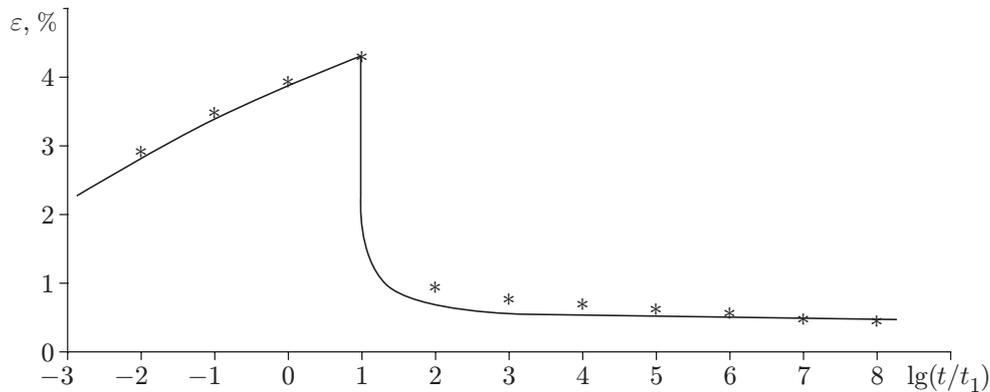


Рис. 5. Деформационно-восстановительный процесс для лавсановой нити с линейной плотностью, равной $114 \cdot 10^{-6}$ кг/м ($T = 20$ °С, $\sigma = 182$ МПа, $t_1 = 1$ мин, снятие нагрузки при $t = 10$ мин):

линия — экспериментальные данные; точки — результаты расчета

с интегральными ядрами релаксации и запаздывания, соответствующими математической модели (1)–(6):

$$\varphi'_{\varepsilon t} = \frac{\partial \varphi_{\varepsilon t}}{\partial t} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{b_{n\varepsilon}} \frac{1}{1 + W_{\varepsilon t}^2} \frac{1}{t}, \quad \varphi'_{\sigma t} = \frac{\partial \varphi_{\sigma t}}{\partial t} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{b_{n\sigma}} \frac{1}{1 + W_{\sigma t}^2} \frac{1}{t}. \quad (9)$$

Преимуществом применения для моделирования деформационных процессов интегральных ядер (9), (10) как следствия математической модели (1)–(6) является возможность расширения области доверительного прогнозирования в сторону больших и малых времен процесса с уменьшением погрешности прогноза за счет снижения влияния квазимгновенного фактора деформирования в начале процесса.

Кроме того, повышение точности прогнозирования обусловлено использованием методов вычисления несобственных нелинейно-наследственных интегралов (7), (8), основанных на неравномерном разбиении временной шкалы с учетом специфики рассматриваемого процесса [3]. Например, при прогнозировании быстропротекающих процессов, характеризующихся увеличением скорости деформирования, целесообразно разбиение временной шкалы в соответствии с возрастающей геометрической прогрессией для учета влияния квазимгновенного фактора деформирования в начале процесса. При прогнозировании длительных процессов, характеризующихся уменьшением скорости деформирования, целесообразно разбиение временной шкалы в соответствии с убывающей геометрической прогрессией.

Разработанные методы вычисления интеграла нелинейно-наследственной вязкоупругости (7), (8) на основе математической модели с функцией НАЛ опробованы в расчетах различных деформационно-восстановительных процессов и процессов обратной релаксации [4]. Результаты расчета длительного деформационно-восстановительного процесса лавсановой нити приведены на рис. 5. Видно, что результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Выделение упругих и вязкоупругопластических составляющих механической работы деформирования. На основе предложенных методик прогнозирования деформационно-восстановительных процессов можно предложить новые методы разделе-

ния удельной (на единицу объема) механической работы деформирования [5]

$$a_t = \int_0^{\varepsilon_t} \sigma_t d\varepsilon = \frac{1}{2} E_0 \varepsilon_t^2 - \dot{\varepsilon} (E_0 - E_\infty) \int_0^t \int_0^t \varepsilon_{t-s} \varphi'_{\varepsilon s} ds dt$$

на упругую ($a_{t0} = E_0^{-1} \sigma_t^2 / 2$) и вязкоупругопластическую ($a_{tt} = a_t - a_{t0}$) составляющие.

Доля упругой составляющей механической работы a_{t0}/a_t может быть определена по формуле для процесса растяжения

$$\frac{a_{t0}}{a_t} = \left[\varepsilon_t^2 + (1 - c)^2 \left(\int_0^t \varepsilon_{t-s} \varphi'_{\varepsilon s} ds \right)^2 + 2\varepsilon_t (1 - c) \int_0^t \varepsilon_{t-s} \varphi'_{\varepsilon s} ds \right] / \left(\varepsilon_t^2 + 2\dot{\varepsilon} (1 - c) \int_0^t \int_0^t \varepsilon_{t-s} \varphi'_{\varepsilon s} ds dt \right),$$

где $c = E_\infty / E_0$. Аналогично определяется вязкоупругопластическая составляющая удельной механической работы либо ее доля a_{tt}/a_t .

Упругой и вязкоупругопластической составляющим механической работы деформирования соответствуют упругая (ε_{t0}) и вязкоупругопластическая (ε_{tt}) составляющие полной деформации ε_t , которые как в общем случае, когда $\dot{\varepsilon} \neq \text{const}$, так и в частном случае, когда $\dot{\varepsilon} = \text{const}$, могут быть определены по формулам

$$\varepsilon_{t0} = E_0^{-1} \sigma_t, \quad \varepsilon_{tt} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t0} = \left(1 - \frac{E_\infty}{E_0} \right) \int_0^t \varepsilon_{t-s} \varphi'_{\varepsilon s} ds,$$

где напряжение σ_t рассчитывается по соотношению (8).

На рис. 6 показано разложение полной деформации на составляющие в процессе равномерного растяжения на примере экспериментальной зависимости $\sigma(\varepsilon_t)$ для полиэфирной нити при $\dot{\varepsilon} = 0,083 \text{ c}^{-1}$. Значению $\varepsilon_t = 2 \%$ соответствуют компоненты $\varepsilon_{t0} = 1,46$, $\varepsilon_{tt} = 0,54$; значению $\varepsilon_t = 4 \%$ — $\varepsilon_{t0} = 2,57$, $\varepsilon_{tt} = 1,43$; значению $\varepsilon_t = 6 \%$ — $\varepsilon_{t0} = 3,38$, $\varepsilon_{tt} = 2,62$. Площадь под диаграммой растяжения (сплошная линия) равна полной приведенной (на единицу объема) механической работе деформирования, площадь соответствующего заштрихованного треугольника равна значению ее упругой составляющей. Аналогично вычисляются составляющие полной механической работы деформирования. С увеличением деформации доля упругой составляющей механической работы уменьшается, а доля вязкоупругопластической составляющей возрастает (рис. 7).

Разложение механической работы деформирования на составляющие важно при исследовании влияния внешних механических воздействий на полимерные материалы, используемые в качестве элементов защитных конструкций [6]. Например, исследование составляющих механической работы деформирования позволяет проанализировать деформационные свойства полиэфирной ткани, применяемой в удароустойчивых подшлемниках, и других полимерных материалов (см. рис. 3). При малой деформации ($\varepsilon = 2 \%$) преобладают упругие составляющие деформации и механической работы. В этом случае доля вязкоупругопластической составляющей механической работы равна 30–40 %. В то же время с увеличением деформации ($\varepsilon = 6 \%$) начинают преобладать вязкоупругопластические компоненты механической работы деформирования, характеризующие вязкоупругую и пластическую составляющие деформации. При этом важно установить, насколько эффективно защитный материал может ослабить ударное механическое воздействие.

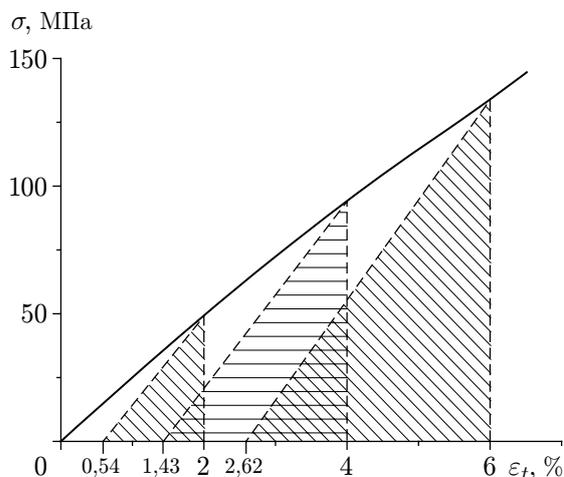


Рис. 6

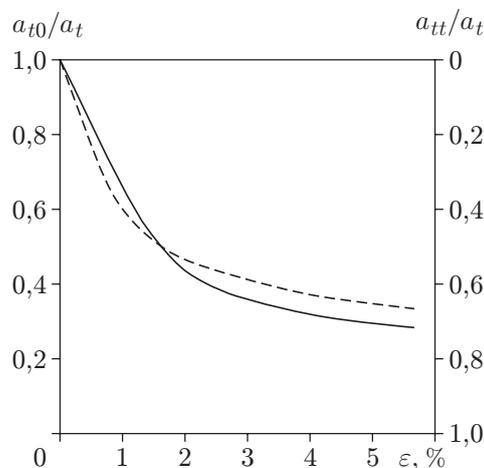


Рис. 7

Рис. 6. Разложение полной деформации ε_t полиэфирной нити в процессе растяжения ($T = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $\dot{\varepsilon} = 0,083\text{ c}^{-1}$) на упругую ε_{t0} и вязкоупругопластическую ε_{tt} составляющие

Рис. 7. Доли упругой a_{t0}/a_t и вязкоупругопластической a_{tt}/a_t составляющих механической работы деформирования ($T = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $\dot{\varepsilon} = 0,083\text{ c}^{-1}$):

сплошная линия — полиэфирная нить; штриховая — защитная полиэфирная ткань

Эффективность определяется увеличением доли вязкоупругопластической составляющей механической энергии деформирования при увеличении деформации. В то же время при небольшой деформации преобладание упругих составляющих деформации и энергии деформирования означает, что форма материала быстро восстанавливается и он пригоден для дальнейшего использования.

Метод введения поправки на накопление составляющей необратимой деформации, не зависящей от вида деформационного процесса, позволяет рассчитать полную накопленную деформацию $(\varepsilon_t)_p$ по формуле [5]

$$(\varepsilon_t)_p = \varepsilon_{\text{ост}} + \varepsilon_t/\eta,$$

где ε_t — значение деформации, вычисленное по формуле (8); $\eta = (\varepsilon_* - \varepsilon_{\text{ост}})\varepsilon_*$ — коэффициент обратимости деформации, определяемый экспериментально; ε_* — значение деформации перед снятием нагрузки; $\varepsilon_{\text{ост}}$ — остаточная деформация после снятия нагрузки. Аналогично с учетом поправки на необратимость деформации рассчитывается напряжение $(\sigma_t)_p$:

$$(\sigma_t)_p = \eta\sigma_t + (1 - \eta)E_0\varepsilon_t.$$

Здесь σ_t — значение напряжения, вычисляемое по формуле (7).

Использование указанных методов при расчете сложных деформационно-восстановительных процессов (см. рис. 1) и процессов обратной релаксации позволяет повысить точность прогнозирования.

Следует отметить, что разделение деформации на составляющие весьма условно и может быть выполнено различными способами. Например, при нагреве полимера до определенной температуры необратимая пластическая деформация переходит в обратимую.

Таким образом, методы разделения механической работы деформирования, а также соответствующей ей деформации на упругую и вязкоупругопластическую составляющие

позволяют охарактеризовать упругопластические свойства материалов, что имеет большое значение, например, при отборе образцов по критериям упругости и пластичности. Введение поправки на необратимость деформации позволяет выделить из вязкоупруго-пластической составляющей деформации пластическую составляющую, что также способствует повышению точности прогнозирования как простых, так и сложных нелинейно-наследственных вязкоупругих процессов.

Прогнозирование термовязкоупругости. В основе указанных методик определения вязкоупругих характеристик и прогнозирования деформационных процессов полимерных материалов при переменной температуре лежит гипотеза о линейной зависимости функций среднестатистических времен релаксации и запаздывания от температуры, подтвержденная экспериментально для исследуемых материалов. По результатам обработки экспериментальных кривых модулей релаксации и податливости, полученных при различных значениях температуры, определяются линейные преобразования функций среднестатистических времен релаксации и запаздывания, соответствующие поворотам графиков указанных функций на углы, зависящие от температуры, что позволяет найти значения функций в заданном диапазоне температур (рис. 8) [3]:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_* + \tilde{\varepsilon} \cos \alpha - \tilde{f}_\varepsilon \sin \alpha, & f_\varepsilon &= f_{\varepsilon_*} + \tilde{\varepsilon} \sin \alpha + \tilde{f}_\varepsilon \cos \alpha, \\ \sigma &= \sigma_* + \tilde{\sigma} \cos \beta - \tilde{f}_\sigma \sin \beta, & f_\sigma &= f_{\sigma_*} + \tilde{\sigma} \sin \beta + \tilde{f}_\sigma \cos \beta. \end{aligned}$$

Здесь $\alpha = \alpha(T)$, $\beta = \beta(T)$ — углы поворота прежних систем координат $(\varepsilon, f_\varepsilon)$, (σ, f_σ) относительно новых систем $(\tilde{\varepsilon}, \tilde{f}_\varepsilon)$, $(\tilde{\sigma}, \tilde{f}_\sigma)$ вокруг точек $(\varepsilon_*, f_{\varepsilon_*})$, (σ_*, f_{σ_*}) , зависящие от температуры T ; $f_\varepsilon = \ln(t_1/\tau_\varepsilon)$; $f_\sigma = \ln(t_1/\tau_\sigma)$.

Аналогично с использованием линейных зависимостей (рис. 9) преобразуются другие деформационные характеристики (модули упругости и вязкоупругости, начальная и предельно равновесная податливости, структурные параметры интенсивности процессов).

Таким образом, применение методов линейного преобразования вязкоупругих характеристик в заданном температурном диапазоне позволяет прогнозировать деформационные процессы при любых значениях температур в исследуемом диапазоне включая процессы, происходящие при переменной температуре.

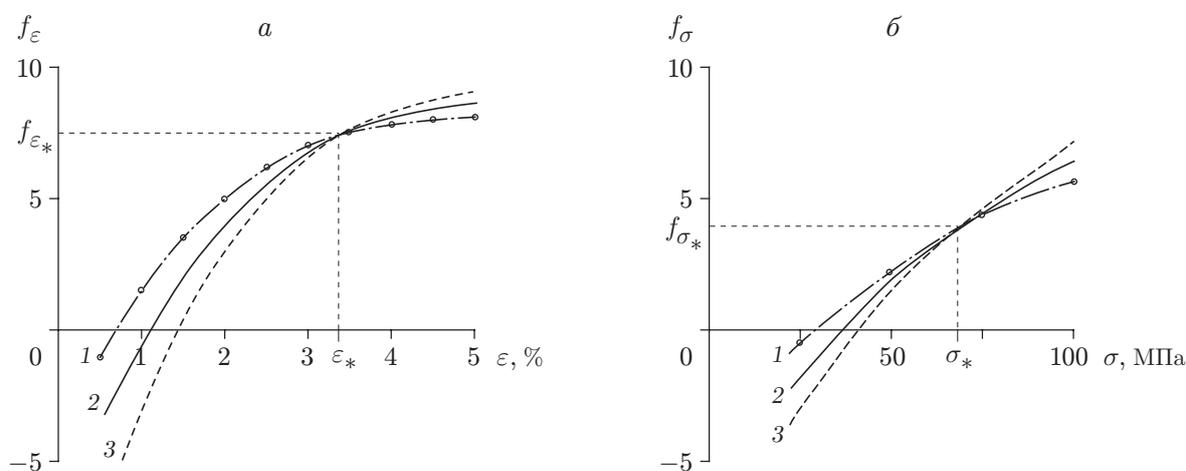


Рис. 8. Функции среднестатистических времен релаксации (а) и запаздывания (б) для полиэфирной нити при различных значениях температуры: 1 — $T = 20$ °С; 2 — $T = 40$ °С; 3 — $T = 60$ °С

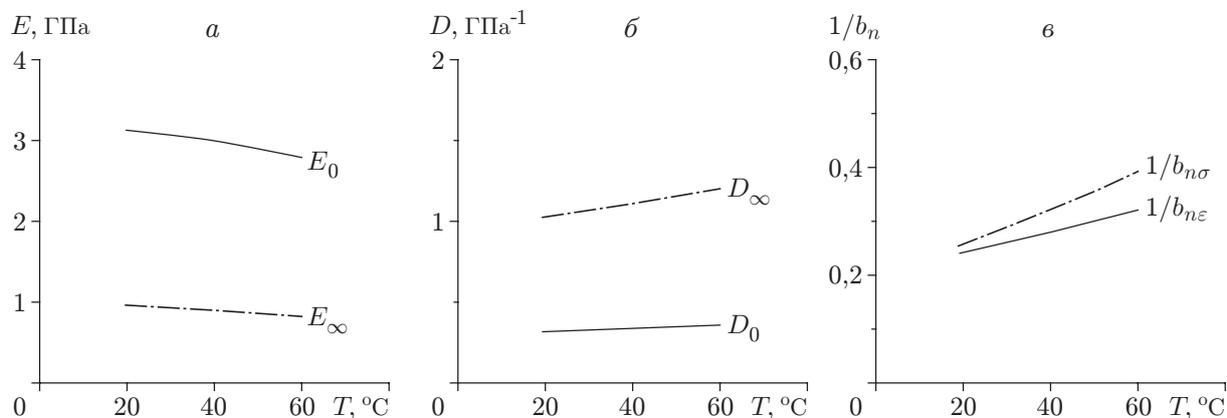


Рис. 9. Зависимости модулей упругости E_0 и вязкоупругости E_{∞} (а), начальной D_0 и предельно равновесной D_{∞} податливости (б), а также параметров интенсивности процессов релаксации $1/b_{n\varepsilon}$ и ползучести $1/b_{n\sigma}$ (в) от температуры для полиэфирной нити

Выводы. В работе предложены методы анализа деформационных свойств полимерных материалов в зоне неразрушающих механических воздействий на основе математической модели с нелинейно-наследственными интегральными ядрами релаксации и запаздывания, что позволяет существенно увеличить диапазоны времени, нагрузки и деформации при анализе вязкоупругих процессов.

Разработаны методы определения вязкоупругих характеристик, представляющих собой параметры рассматриваемой математической модели, по результатам кратковременных испытаний в простых режимах релаксации и ползучести, методы прогнозирования деформационно-восстановительных процессов и процессов обратной релаксации, а также других, более сложных режимов деформирования.

Предложен метод разделения полной механической работы деформирования и соответствующей ей деформации на упругие и вязкоупругопластические составляющие, которые предполагается использовать как при расчетах сопротивления полимеров в динамических режимах деформирования включая ударный режим, так и при оценке способности материалов сопротивляться механическим воздействиям и восстанавливать первоначальную форму в процессе эксплуатации.

Разработан метод учета псевдопластической составляющей необратимой деформации при математическом моделировании вязкоупругих свойств материалов, повышающий надежность прогнозирования сложных режимов деформирования.

Предложены методы учета зависимости вязкоупругих характеристик от температуры при математическом моделировании деформационных свойств материалов, что позволяет прогнозировать деформационные процессы при переменной температуре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Екельчик В. С. О выборе ядер определяющих уравнений теории наследственной упругости // Вопр. судостроения. Технология судостроения. 1979. Вып. 23. С. 75–79.
2. Сталевич А. М. Деформирование ориентированных полимеров. СПб.: Изд-во С.-Петерб. гос. ун-та технологии и дизайна, 2002.
3. Макаров А. Г. Прогнозирование деформационных процессов в текстильных материалах. СПб.: Изд-во С.-Петерб. гос. ун-та технологии и дизайна, 2002.

4. **Макаров А. Г.** Математические методы анализа физико-механических свойств материалов легкой промышленности. СПб.: Изд-во С.-Петербург. гос. ун-та технологии и дизайна, 2002.
5. **Макаров А. Г., Овсянников Д. А.** Компьютерное определение спектральных и энергетических характеристик синтетических тканей // Вестн. С.-Петербург. гос. ун-та технологии и дизайна. 2005. № 11. С. 5–9.
6. **Пат. 2201703 РФ, МПК А 41 D 13/015, А 41 D 31/02.** Многослойный пакет / К. В. Князева, Ю. В. Шнеур, Т. Энхцацрал, А. М. Сталевич, А. Г. Макаров. № 2001114168; Заявл. 23.05.2001; Оpubл. 10.04.2003.

*Поступила в редакцию 7/II 2006 г.,
в окончательном варианте — 31/X 2006 г.*
