

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ АНАЛОГИ ЯВЛЕНИЙ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ И ПОТУХАНИЯ

А. Г. Мержанов, А. М. Столин

(Москва)

Сформулирована задача об определении стационарного диссипативного разогрева движущейся в круглой трубе конечной длины ньютоновской жидкости с учетом зависимости вязкости от температуры. Установлена возможность скачкообразного перехода от низкотемпературного режима течения с малым расходом к высокотемпературному режиму течения с большим расходом и обратно при постепенном изменении перепада давления. Это явление названо гидродинамическим тепловым воспламенением и потуханием; проведено его аналитическое описание.

1. Диссипативное тепловыделение при нелинейной зависимости вязкости от температуры может привести к возникновению гидродинамического теплового взрыва. Теоретическое обоснование этого явления для течения Куэтта при постоянном во времени напряжении сдвига на подвижной границе было получено в [1], экспериментальное подтверждение — в [2]. Впервые гидродинамический тепловой взрыв был предсказан для напорного типа течения [3]. При решении неизотермической задачи о течении вязкой жидкости в трубе бесконечной длины под действием заданного градиента давления в этой работе, а также в [4-6] было показано наличие критического значения градиента давления, выше которого стационарное решение задачи отсутствует. Следует иметь в виду некоторую идеализированность указанной постановки задачи, заключающуюся в рассмотрении трубы бесконечной длины и задании в качестве исходного параметра градиента давления, величина которого обычно является искомой. В случае трубы конечной длины для постоянных во времени граничных условий стационарный режим течения существует всегда [7].

В данной работе показано, что если учесть термический начальный участок и ограниченность времени пребывания жидкости в трубе, то проявление нелинейности диссипативной функции тепловыделения выражается не в виде гидродинамического теплового взрыва, т. е. существенно нестационарного развития процесса с прогрессивным саморазогревом жидкости, а в возможности резкого скачкообразного перехода при непрерывном изменении перепада давления от низкотемпературного стационарного режима течения к высокотемпературному и обратно, при этом критические условия переходов не совпадают (гистерезисный эффект). Это явление принадлежит к тому же классу, что и явления воспламенения и потухания в теории горения [8,9] и в магнитной газодинамике [10-12], обусловленные нелинейностью зависимостей соответственно скорости реакции и электропроводности от температуры. Указанная аналогия позволяет использовать для теоретического описания явлений гидродинамического воспламенения и потухания «нульмерный» метод, который эффективно был применен в теории горения [13].

Рассмотрим задачу о стационарном тепловом режиме течения вязкой несжимаемой жидкости в круглой цилиндрической трубе радиуса R и длины l . Течение вызвано перепадом давлений на входе и выходе трубы $\Delta p = p(0) - p(l)$.

Сделаем предположения о тепловом режиме течения, существенно упрощающие задачу. Будем считать, что распределение температур в сечении трубы отсутствует и теплопередача вдоль оси трубы не существенна.

Первое предположение имеет место при малых числах Био $Bi = \alpha R / \lambda \ll 1$, второе — при больших числах Пекле $Pe = Q / (\pi R a) \gg 1$ (здесь α — коэффициент теплоотдачи, λ и a — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности жидкости, Q — расход жидкости в единицу времени). Если условие $Bi \ll 1$ не соблюдается и в сечении есть распределение температуры, то будем пользоваться понятиями средней температуры и эффективного коэффициента теплоотдачи α подобно тому, как это сделано в задаче о тепловом взрыве [9]. Выражение для α применительно к данному случаю получено ниже (п.4).

При сделанных предположениях уравнение теплового баланса, отнесенного к единице объема жидкости, в стационарном режиме имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{c\rho}{\pi R^2} Q \frac{dT}{dz} = q(T) - \frac{2\alpha}{R} (T - T_0)$$

Здесь c — теплоемкость, ρ — плотность, T_0 — температура окружающей среды, $q(T)$ — диссипативная функция. В случае отсутствия диссипации энергии ($q(T) \equiv 0$) из уравнения (1.1) в [14,15] получена формула для определения стационарного нагрева (остывания) движущейся по трубе жидкости. В общем случае для определения диссипативного тепловыделения требуется совместно с уравнением (1.1) рассматривать гидродинамические уравнения и реологическое уравнение жидкости.

Для определения вида $q(T)$ примем следующие допущения о характере течения жидкости:

- 1) течение ламинарное, одномерное и стационарное, т. е. $v = v_z$ — единственная, не равная нулю, компонента скорости и $\partial v / \partial t = 0$;
- 2) в начальном сечении трубы $z = 0$ поток жидкости имеет сформировавшийся ламинарный профиль скоростей, соответствующий изотермическому течению.

Последнее допущение эквивалентно соблюдению условий $l_1 \ll l_2$ и $l_1 \ll l$ (l_1 и l_2 — соответственно длины участков гидродинамической и тепловой стабилизации) и практически всегда может быть выполнено.

Поскольку в выражение для диссипативной функции

$$(1.2) \quad q(T) = \frac{2}{R^2} \int_0^R \sigma D r dr$$

(множитель $2/R^2$ — результат осреднения) входят напряжение сдвига σ и скорость деформации D , то уравнение теплового баланса (1.1) должно быть дополнено гидродинамическими уравнениями и реологическим уравнением, связывающим σ и D . Для анализируемого течения имеем [15]

$$(1.3) \quad \sigma = \sigma_{rz} = \frac{dp}{dz} \frac{r}{2}, \quad D = \frac{dv}{dr}$$

где dp/dz — градиент давления. Подставляя (1.3) в (1.2), получим

$$(1.4) \quad q(T) = \frac{1}{R^2} \int_0^R \frac{dp}{dz} \frac{dv}{dr} r^2 dr$$

Рассмотрим далее случай ньютоновской жидкости

$$(1.5) \quad \sigma = \mu(T) D$$

с рейнольдсовской зависимостью вязкости от температуры

$$(1.6) \quad \mu(T) = \mu_0 e^{-k(T-T_0)} \quad (\mu_0, k = \text{const})$$

Учитывая граничное условие $v(R) = 0$, проинтегрируем выражение для объемного расхода Q в единицу времени по частям

$$(1.7) \quad Q = 2\pi \int_0^R v(r) r dr = -\pi \int_0^R \frac{dv}{dr} r^2 dr$$

Используя (1.3) и (1.5), получим

$$(1.8) \quad Q = -\frac{\pi}{2} \int_0^R \frac{dp}{dz} \frac{r^3}{\mu(T)} dr$$

В силу принятых допущений и из условия неразрывности диссипативный разогрев движущейся жидкости не изменяет профиль скоростей. Так как вязкость зависит от температуры, а температура изменяется только по длине трубы, то происходит падение давления вдоль трубы, определяемое из (1.8) соотношением

$$(1.9) \quad \frac{dp}{dz} = -\frac{8\mu_0 Q}{\pi R^4} e^{-k(T-T_0)}$$

Соотношения для расхода (1.8) и градиента давления (1.9) позволяют представить выражение для диссипативной функции (1.4) в виде

$$(1.10) \quad q(T) = \frac{8\mu_0 Q^2}{\pi^2 R^6} e^{-k(T-T_0)}$$

Уравнение теплового баланса (1.1) с учетом (1.10) представляется следующим образом:

$$(1.11) \quad \frac{c\rho}{\pi R^2} Q \frac{dT}{dz} = \frac{8\mu_0}{\pi^2 R^6} Q^2 e^{-k(T-T_0)} - \frac{2\alpha}{R} (T - T_0)$$

Рассмотрим случай, когда температуры жидкости на входе в трубу и внешней среды равны, т. е.

$$(1.12) \quad z = 0, \quad T = T_0$$

Проинтегрируем уравнение (1.9)

$$(1.13) \quad \Delta p = p(0) - p(l) = \frac{8\mu_0 Q}{\pi R^4} \int_0^l e^{-k(T-T_0)} dz$$

В дальнейшем будем различать два режима течения: задан расход жидкости Q ; задан перепад давления Δp на участке трубы длиной l . В первом случае для определения стационарного диссипативного разогрева достаточно решать дифференциальное уравнение (1.11), во втором — систему дифференциального и интегрального уравнений (1.11) и (1.13).

Приведем уравнения (1.11) и (1.13) к безразмерному виду. Выберем следующие безразмерные переменные и параметры:

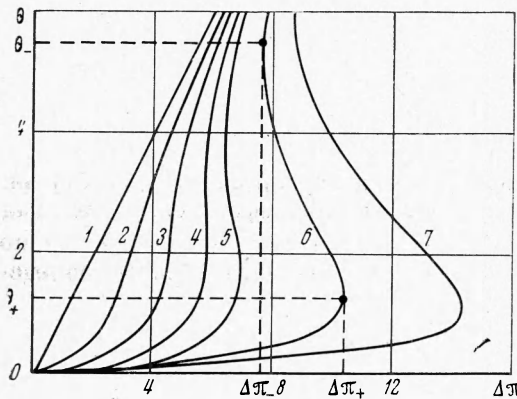
$$(1.14) \quad \omega = \frac{8k\mu_0 l}{c\rho\pi R^4} Q, \quad \Delta\pi = \frac{k}{c\rho} \Delta p, \quad B = \frac{16k\mu_0 l^2}{(c\rho)^2 R^3} \alpha$$

$$\theta = k(T - T_0), \quad \xi = z/l$$

Тогда рассматриваемая задача сведется к решению уравнений

$$(1.15) \quad \omega \frac{d\omega}{d\xi} = \omega^2 e^{-\theta} - B\theta, \quad \Delta\pi = \omega \int_0^1 e^{-\theta} d\xi, \quad \xi = 0, \quad \theta = 0$$

В дальнейшем оставим за безразмерными переменными названия основных, определяющих их физический смысл, размерных величин, т. е. ω — расход, $\Delta\pi$ — перепад давления, θ — температура, ξ — продольная координата, B — коэффициент теплоотдачи.



Фиг. 1

2. Рассмотрим результаты численного решения задачи (1.15). Представляет интерес зависимость стационарного значения температуры на выходе из трубы $\theta(1) = \theta_1$ от перепада давления $\Delta\pi$. Семейство таких кривых 1—7, соответствующих значениям коэффициента теплоотдачи $B = 0, 10, 30, 60, 100, 250, 500$, представлено на фиг. 1.

При $B = 0$ (прямая 1), что соответствует адиабатическому течению, имеем $\theta_1 = \theta_1^0 = \Delta\pi$.

Этот результат можно получить из уравнений (1.15). Как показано в [7], для произвольного B при $\omega \rightarrow \infty$

$$(2.1) \quad \theta_1 \approx \theta_1^0 = \Delta\pi, \quad \Delta\pi \approx \ln \omega$$

Это означает, что адиабатическая прямая является асимптотой для всех температурных кривых.

При достаточно малых значениях $B = 10, 30$ (кривые 2, 3) температура θ_1 монотонно возрастает и возможен только один стационарный режим. Переход по температурным кривым из области низких значений температур в область высоких значений температур совершается плавно. Для низкотемпературного участка кривых, где $\theta \ll 1$ (физически это соответствует медленному течению маловязкой жидкости), можно пренебречь зависимостью диссипативного источника тепла от температуры

$$(2.2) \quad q(\theta) = \omega^2 e^{-\theta} \approx \omega^2 = \text{const}$$

При условии (2.2) решение уравнений (1.15) имеет вид

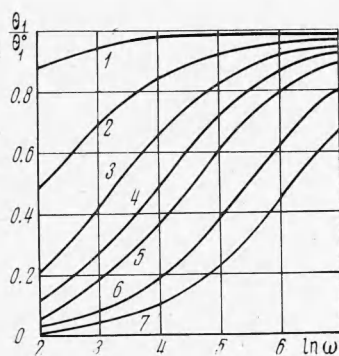
$$(2.3) \quad \theta_1 = \Delta\pi^2 B^{-1} (1 - e^{-B/\Delta\pi}), \quad \omega = \Delta\pi$$

В высокотемпературной области, где $\theta \gg 1$, хорошим приближением является адиабатическое решение (2.1).

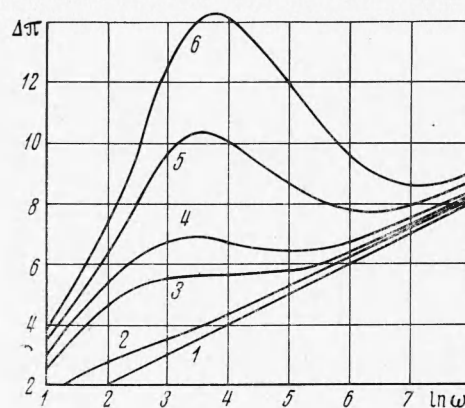
При некоторых значениях параметров ($B = B_* \approx 60$, $\Delta\pi = \Delta\pi_* \approx 5.65$) кривая 6 почти вертикально поднимается вверх.

При дальнейшем увеличении B температурные кривые 5, 6, 7 ($B = 100, 250, 500$) принимают S-образную форму. Для обсуждения выберем кривую 6, соответствующую значению $B = 250$. На кривой можно выделить три ветви: нижнюю низкотемпературную, до точки $(\Delta\pi_+, \theta_+)$, отвечающую почти изотермическому течению, промежуточную и верхнюю высокотемпературную, за точкой $(\Delta\pi_-, \theta_-)$, отвечающую почти адиба-

тическому режиму течения. Если перемещаться по температурной кривой из области низких температур, постепенно увеличивая перепад давления Δp , то стационарные разогревы скачком перейдут от низких значений к высоким. Обратный переход от больших разогревов к малым при постепенном уменьшении Δp также происходит скачком. Данный случай имеет аналогию с явлением воспламенения и потухания в тепловых режимах горения [8,9]. Поэтому для рассматриваемого случая течения можно говорить о явлении гидродинамического теплового воспламенения и потухания. Это явление выражается в том, что вблизи первой критической точки с координатами $(\Delta p_+, \theta_+)$ при бесконечно малом увеличении перепада давления происходит резкий переход от низкотемпературного режима течения к высокотемпературному — воспламенение, а вблизи второй критической точки с координатами $(\Delta p_-, \theta_-)$ происходит обратный переход — потухание.



Фиг. 2



Фиг. 3

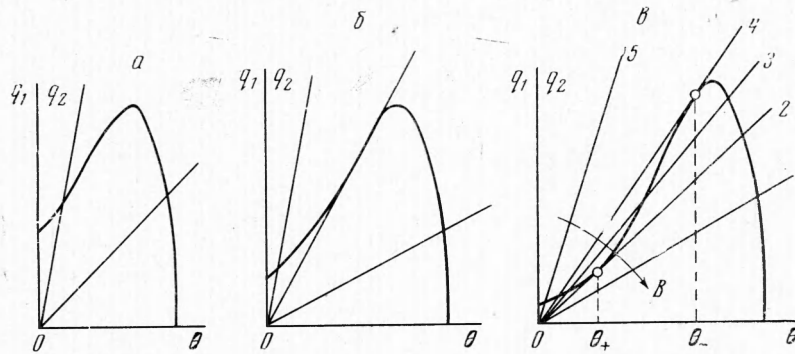
Как и в теории горения, критические условия воспламенения и потухания не совпадают. В связи с этим можно говорить о гистерезисном характере явления. Гистерезисный режим течения и критические условия возможны, как видно из фиг. 1, при $\Delta p > 5.65$. В случае критических значений параметров $\Delta p_* = 5.65$ и $B_* = 60$ гистерезисный эффект исчезает — точки воспламенения и потухания сливаются в одну. Если $\Delta p < 5.65$, то при изменении коэффициента теплоотдачи B стационарная температура меняется монотонно, можно говорить о бескризисном характере процесса.

Описанное явление имеет место для случая, когда в качестве исходного параметра задан перепад давления $\Delta p = \text{const}$. При заданном расходе, $\omega = \text{const}$, возможен только один стационарный режим и при постепенном увеличении ω происходит плавное увеличение стационарного разогрева жидкости. Это видно из фиг. 2, на которой изображена зависимость относительной температуры θ_1/θ_1^0 (θ_1^0 — адиабатическая температура) от $\ln \omega$ (кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 соответствуют значению $B = 1, 10, 30, 60, 100, 250, 500$).

Указанные закономерности иллюстрируются фиг. 3, показывающей зависимость Δp — $\ln \omega$ при различных значениях параметра $B = 0, 10, 60, 100, 250, 500$ (кривые 1—6). Заданному расходу при любых значениях B соответствует единственное стационарное значение Δp , в то время как при достаточно большом B заданному перепаду давления в интервале $\Delta p_- < \Delta p < \Delta p_+$ соответствуют три значения стационарного расхода: нижнее — малой величине расхода, верхнее — большой величине расхода,

а среднее значение является неустойчивым решением. Переход от малых значений расхода к большим и обратно при постепенном изменении $\Delta\pi$ резкий.

3. Проведем аналитическое исследование описанного явления. Воспользуемся для этого нульмерным методом, оказавшимся плодотворным при описании качественной и количественной стороны явлений воспламенения и потухания в теории горения [13], а также при описании гистерезисных эффектов для простейших случаев магнитогазодинамических течений [11,12]. С физической точки зрения этот метод соответствует переходу от одномерной модели идеального вытеснения к модели идеального смешения.



Фиг. 4

Введем вместо распределения температуры по длине трубы θ (ξ) некоторое среднее значение температуры θ (здесь и далее специальное обозначение для средней температуры не применяется). Осуществляя конечно-разностный переход $d\theta/d\xi \sim \theta$, получим следующее нульмерное представление уравнений (1.15):

$$(3.1) \quad \omega\theta = \omega^2 e^{-\theta} - B\theta, \quad \Delta\pi = \omega e^{-\theta}$$

Для режимов течения с заданным перепадом давления $\Delta\pi = \text{const}$, исключая ω из (3.1), получим

$$(3.2) \quad \Delta\pi\theta e^{\theta} = \Delta\pi^2 e^{\theta} - B\theta$$

Обозначим

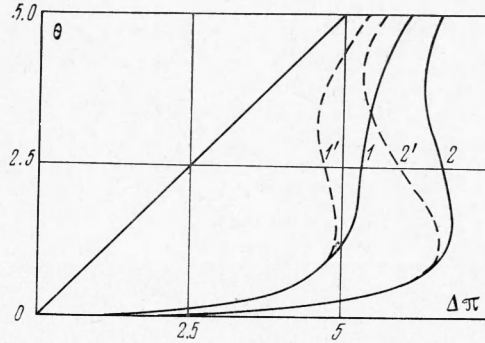
$$(3.3) \quad q_1(\theta) = \Delta\pi^2 e^{\theta} (1 - \theta / \Delta\pi), \quad q_2(\theta) = B\theta$$

Стационарные значения θ соответствуют пересечениям кривой $q_1(\theta)$ с прямой $q_2(\theta)$. Как видно из фиг. 4, а, б, в, в зависимости от значения параметров $\Delta\pi$ и B возможен различный характер пересечения $q_1(\theta)$ и $q_2(\theta)$: 1) при $\Delta\pi < \Delta\pi_*$ (значение $\Delta\pi_*$ будет найдено ниже) касание $q_1(\theta)$ и $q_2(\theta)$ невозможно и решение единственно для любых B , реализуется бескризисный режим течения (фиг. 4, а); 2) при $\Delta\pi = \Delta\pi_*$ возможно касание $q_1(\theta)$ и $q_2(\theta)$ в единственной точке (фиг. 4, б); 3) при $\Delta\pi > \Delta\pi_*$ в зависимости от параметра B (стрелкой на фиг. 4, в указано направление в сторону уменьшения B) может быть либо по одной точке пересечения на высокотемпературной (прямая 1) и на низкотемпературной (прямая 5) ветвях, либо три точки пересечения (прямая 3).

Исследование на устойчивость, аналогичное проведенному для задачи о тепловом взрыве [13], показывает, что из трех возможных стационарных решений только низкотемпературное и высокотемпературное являются ус-

тойчивыми, а промежуточное неустойчиво. Случай трех точек пересечения соответствует гистерезисному характеру процесса.

Качественные особенности характера изменения стационарной температуры при варьировании параметров B и $\Delta\pi$, отмеченные в п. 2, сохранились и при упрощенном нульмерном рассмотрении. Перейдем к количественному сравнению. На фиг. 5 представлены температурные кривые 1 и 2 для $B = 30$ и $B = 100$, полученные расчетом по исходной интегродифференциальной системе (1.15) и кривые 1' и 2' для этих же значений B , полученные приближенным расчетом по нульмерной схеме из трансцендентного уравнения (3.2). Соответствующие кривые, полученные двумя способами, практически совпадают при малых значениях $\Delta\pi$ вплоть до критической точки воспламенения. Расхождение между ними существенно вблизи критического условия потухания. Аналогичный характер соответствия расчетных характеристик при использовании нульмерного метода получен в [12].



Фиг. 5

Выведем аналитические соотношения для нахождения критических условий гидродинамического теплового воспламенения и потухания. Из фиг. 4, ϵ видно, что эти условия соответствуют точкам касания $q_1(\theta)$ и $q_2(\theta)$ (прямые 2 и 4), т. е. точкам $(\Delta\pi_+, \theta_+)$ и $(\Delta\pi_-, \theta_-)$. Для их определения имеем систему уравнений

$$(3.4) \quad q_1 = q_2, \quad \Delta\pi^2 e^\theta (1 - \theta / \Delta\pi) = B\theta$$

$$dq_1/d\theta = dq_2/d\theta, \quad \Delta\pi^2 e^\theta (1 - \theta / \Delta\pi - 1 / \Delta\pi) = B$$

Подставляя B из второго уравнения в первое, получим квадратное уравнение

$$(3.5) \quad \theta^2 - \Delta\pi\theta + \Delta\pi = 0$$

имеющее следующие корни:

$$(3.6) \quad \theta = \frac{1}{2}\Delta\pi(1 \mp \sqrt{1 - 4/\Delta\pi})$$

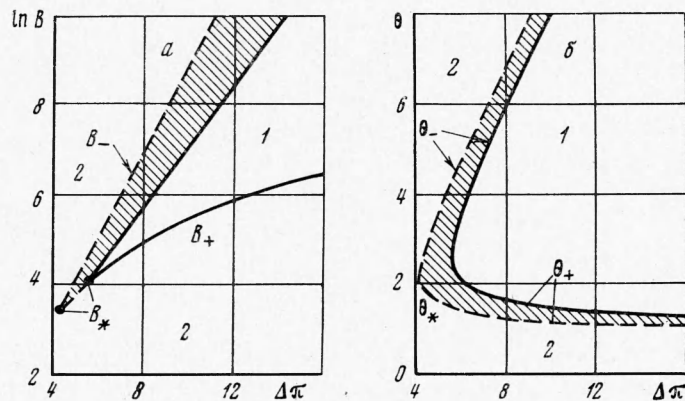
Здесь минус соответствует $\theta = \theta_+$ — критической температуре воспламенения, плюс — $\theta = \theta_-$ — критической температуре потухания. Из выражения (3.6) следует, что явления воспламенения и потухания возможны лишь при $\Delta\pi > \Delta\pi_* = 4$. Подставляя (3.6) во второе уравнение системы (3.4), получим критические зависимости $B_+ = f_1(\Delta\pi)$ и $B_- = f_2(\Delta\pi)$.

Диаграммы критических зависимостей коэффициентов теплоотдачи B_+ , B_- и температур θ_+ , θ_- от перепада давления $\Delta\pi$ представлены на фиг. 6, а, б. Сплошные кривые соответствуют точному расчету (по (1.15)), прерывистые линии — приближенному (по нульмерному методу). Как видно из фиг. 6, вся область делится на гистерезисную 1 (в которой возможны критические условия воспламенения и потухания) и бескризисную 2. Заштрихованная область соответствует расхождению точного и приближенного расчетов. Общая точка кривых соответствует совпадению

критических условий воспламенения и потухания. Из формул (3.6), (3.4) и (3.1) для этого случая имеем

$$(3.7) \quad \Delta\pi_* = 4, \quad \theta_* = 2, \quad \omega_* = B_* = 4e^2 \approx 30$$

Из приведенных расчетов стационарной температуры (фиг. 5) и критических параметров (фиг. 6) видно, что выведенные нульмерные соотношения не только правильно отражают качественную сторону явления гидродинамического теплового воспламенения и потухания, но и позволяют проводить упрощенные расчетные оценки.



Фиг. 6

Воспользуемся соотношениями (3.7) для расчета в качестве примера размерных критических параметров, соответствующих совпадению критических условий воспламенения и потухания. В качестве модельной жидкости выберем касторовое масло, для которого $c = 0.51$ кал/г·град, $\rho = 0.964$ г/см³, $k = 0.085$ град⁻¹, если $T \in (9-40^\circ \text{C})$ [2]. Пусть $T_0 = 9^\circ \text{C}$, $R = 0.1$ см, $l = 20$ см. Этим значениям из формул (3.7) отвечают $\Delta T_* = 23.5^\circ \text{C}$, $\Delta p \approx 1000$ атм, $Q_* = 375$ см³/сек, $\alpha_* = 1.47$ кал/см²·сек·град, $Re = 150$. Таким образом, здесь соблюдаются условия ламинарности течения и ограниченности диапазона, в котором справедлива зависимость вязкости от температуры. Для уменьшения критического Δp_* можно использовать предварительный нагрев жидкости, чтобы температура входа $T(z=0)$ была больше температуры окружающей среды T_0 .

4. Представляет интерес анализ предельного случая «бесконечно длинной» трубы ($B \rightarrow \infty$). В этом случае $\Delta\pi \rightarrow \infty$, $d\theta(1)/d\xi \rightarrow 0$. Уравнения, описывающие процесс, преобразуются к виду

$$(4.1) \quad \Omega e^\theta - \theta = 0, \quad \Omega = \Delta\pi^2 / B$$

Вместо двух параметров $\Delta\pi$ и B , определяющих тепловой режим течения, для трубы бесконечной длины фигурирует один — Ω . Введение Ω физически означает, что вместо перепада давления Δp в качестве параметра следует рассматривать напорность $b = \Delta\pi / l$. Это было сделано в [3].

Решение уравнения (4.1) известно в теории теплового взрыва Н. Н. Семенова [16, 9], из которой следует, что

$$(4.2) \quad \Omega_* = 1/e$$

Для трубы бесконечной длины явление потухания исчезает и высокотемпературный стационарный режим отсутствует. В этом случае можно говорить о явлении гидродинамического теплового взрыва [3].

На фиг. 7 результаты расчетов критических условий воспламенения для труб разной длины представлены в виде зависимости $\Omega_*(B)$. Расхождение между кривой $\Omega_*(B)$ и прямой $\Omega_* = 1/\varepsilon$ есть проявление конечных размеров трубы. Это влияние небольшое вплоть до значения $B = B_*$ (наибольшее расхождение $\sim 30\%$). Существование B_* и ее величина принципиально связаны с ограниченностью длины трубы (или временем пребывания жидкости в трубе).

В [3] описано явление гидродинамического теплового взрыва при течении жидкости в бесконечной цилиндрической трубе с термостатированной стенкой, т. е. в случае, когда распределение температуры по сечению трубы существенно. Для этого случая с учетом рейнольдсовской зависимости вязкости от температуры (1.6) согласно [3] критические условия теплового взрыва можно записать в виде

$$(4.3) \quad kb^2R^4/16\lambda\mu(T_0) = 2$$

где λ — коэффициент теплопроводности жидкости, $\mu(T_0)$ — вязкость при $T = T_0$ ($\mu(T_0) = \mu_0$). В данной работе получено аналогичное решение (4.2) для случая отсутствия распределения температур по сечению трубы, которое может быть представлено в виде

$$(4.4) \quad kb^2R^3/16\alpha\mu_0 = 1/\varepsilon$$

Сравнение выражений (4.3) и (4.4) позволяет определить эффективный коэффициент теплоотдачи для труб с термостатированной стенкой

$$(4.5) \quad \alpha = 2e\lambda/R$$

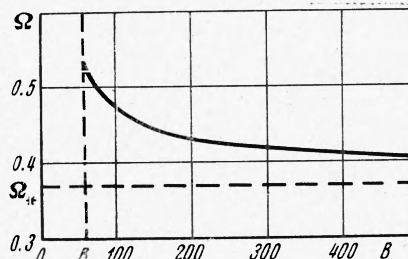
Эта величина в два раза больше аналогичной для случая химического теплового взрыва [9]. Это связано с тем, что при гидродинамическом тепловом взрыве максимум скорости тепловыделения расположен вблизи поверхности, а при химическом — в центре трубы [3].

Авторы благодарны Л. А. Вулису за полезное обсуждение работы и Н. И. Перегудову за составление программы для расчетов на ЭВМ.

Поступила 10 IV 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Мержанов А. Г., Столин А. М. К тепловой теории течения вязкой жидкости. Докл. АН СССР, 1971, т. 198, № 6.
2. Мержанов А. Г., Посецельский А. П., Столин А. М., Штейнберг А. С. Экспериментальное осуществление гидродинамического теплового взрыва. Докл. АН СССР, 1973, т. 240, № 1.
3. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом взрыве. Докл. АН СССР, 1965, т. 163, № 1.
4. Асланов С. К. К вопросу учета влияния диссипативного фактора в условиях ламинарного режима движения вязкой жидкости в круглой трубе при наличии теплообмена с окружающей средой. Тр. Куйбышевск. авиац. ин-та, 1962, вып. 15, ч. 1.
5. Kearsley E. A. The viscous heating correction for viskosimeter flows. Trans. Soc. Rheol., 1962, vol. 6, pp. 253—262.
6. Каганов С. А. Об установившемся ламинарном течении несжимаемой жидкости в плоском канале и круглой цилиндрической трубе с учетом теплоты трения и зависимости вязкости от температуры. ПМТФ, 1962, № 3.



Фиг. 7

7. Столин А. М., Мержанов А. Г. Квазистационарный тепловой режим при напорном течении жидкости. Тр. четвертого Всесоюзного совещания по тепло- и массообмену, т. 3, Минск, 1972.
 8. Франк-Каменецкий Д. А. Воспламенение угля и высокоскоростная газификация. Ж. техн. физ., 1939, т. 9, № 16.
 9. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
 10. Bleviss Z. O. Magnetogasdynamics of hupersonic Couette flow. J. Aerospace Sci., 1958, vol. 25, No. 10.
 11. Вулис Л. А., Джаугаштин К. Е. Магнитогазодинамическое течение Куэтта. Ж. техн. физ., 1964, т. 34, вып. 12.
 12. Вулис Л. А., Джаугаштин К. Е. Гистерезисные явления при течениях проводящего газа в канале МГД-преобразователя энергии. Теплофизика высоких температур, 1966, т. 4, № 1.
 13. Вулис Л. А. Тепловой режим горения. М.—Л., Госэнергоиздат, 1954.
 14. Шухов В. Г. Трубопроводы и их применение в нефтяной промышленности. М., Русск. т-во печ. и изд. дела, 1895.
 15. Тарг С. М. Основные задачи теории ламинарных течений, М.—Л., Гостехиздат, 1951.
 16. Семенов Н. Н. Тепловая теория горения и взрывов. Усп. физ. н., 1940, т. 23, вып. 3.
-