

ВЛИЯНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА  
В ЖИДКОСТИ НА ИЗМЕНЕНИЕ ЕГО РАЗМЕРОВ

Ю. Н. Калашников

(Ленинград)

При исследовании пузырчатой формы кавитации основной задачей является установление зависимостей, характеризующих изменение размеров кавитационных пузырьков в жидкости. Главное внимание при этом обычно уделяется механическим процессам, вызываемым нарушением силового равновесия на границе пузырька, так как эти процессы определяют такие известные проявления кавитации, как кавитационный шум и эрозия поверхности обтекаемого тела. В то же время при обтекании достаточно протяженных тел или движении жидкости в замкнутых каналах, например кавитационных трубах, на возникновение и развитие указанной формы кавитации большое влияние оказывает диффузия растворенного в жидкости газа. Вследствие нарушения диффузионного равновесия на границе пузырек изменяет свои размеры (даже при наличии силового равновесия на границе) либо за счет растворения содержащихся в нем газов, либо за счет выделения в него газов, растворенных в жидкости. Этот процесс, называемый пузырчатой газовой кавитацией, исследовался многими авторами, и для случая неподвижного относительно жидкости пузырька получены уравнения, описывающие изменение его размеров. Результаты расчетов по этим уравнениям достаточно хорошо согласуются с результатами измерений размеров растущих или растворяющихся газовых пузырьков [1].

Вместе с тем, для движущихся в жидкости пузырьков такого согласования до настоящего времени получено не было, возможно, ввиду достаточной сложности эксперимента по измерению размеров этих пузырьков.

В книге В. Г. Левича [2] дается решение задачи о диффузии в жидкости, содержащей движущуюся каплю другой жидкости. Согласно этому решению, а также подобным решениям для твердых частиц [3], диффузионный поток газа в движущийся относительно жидкости пузырек должен быть пропорционален относительной скорости в некоторой степени. Однако измерения, проведенные Либерманом при всплытии пузырьков в поле гидростатического давления [3], не показали зависимости степени интенсификации диффузии от скорости всплытия.

Ниже выводятся уравнения состояния движущегося в жидкости газового пузырька с учетом диффузии газа, для сравнения приводятся некоторые результаты экспериментального исследования влияния относительной скорости пузырька в жидкости на изменение его размеров.

1. Рассмотрим диффузионный поток газа в обтекаемый жидкостью пузырек. Будем считать, что движение газового пузырька в жидкости происходит при числах Пекле  $N_{Pe} \gg 1$ . Для водных растворов газов, содержащихся в воздухе, число Прандтля  $N_{Pr}$  будет порядка  $10^3$ , поэтому указанное условие будет иметь место при числах Рейнольдса  $N_{Re} > 10^{-2}$ , что соответствует размерам пузырьков, всплывающих в воде под действием гидростатического градиента давления,  $R > 10^{-5}$  м.

$$\left( N_{Pe} = \frac{v_0 R}{k}, \quad N_{Re} = \frac{v_0 R}{v}, \quad N_{Pr} = \frac{N_{Pe}}{N_{Re}} \right).$$

Связем сферическую систему координат с центром движущегося пузырька (фиг. 1). Учитывая осевую симметрию задачи, имеем уравнение установившейся диффузии газа в жидкости

$$v_r \frac{\partial c}{\partial r} + v_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta} = k \left[ \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial c}{\partial \theta} \right) \right] \quad (1.1)$$

с граничными условиями

$$c = c_s \quad \text{при } r = R, \quad c = c_0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty$$

Здесь  $c$  — концентрация растворенного в жидкости газа,  $v_r$  и  $v_\theta$  — составляющие скорости жидкости по осям сферической системы координат,  $k$  — коэффициент молекулярной диффузии газа в жидкости,  $R$  — радиус пузырька,  $c_s$  — концентрация насыщения на границе пузырька.

Так как пузырек обтекается жидкостью при  $N_{Re} \gg 1$ , то на его поверхности образуется тонкий диффузионный слой, в котором происходит резкое изменение концентрации от  $c_s$  на границе пузырька до почти  $c_0$  на границе слоя. В таком случае производные от концентрации по угловой координате малы по сравнению с производными по радиус-вектору и, кроме того, при значениях  $r$  близких к  $R$

$$\frac{2}{R} \frac{\partial c}{\partial r} \ll \frac{\partial^2 c}{\partial r^2}$$

В соответствии с этим уравнение (1.1) упростится

$$v_r \frac{\partial c}{\partial r} + v_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta} - k \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} \quad (1.2)$$

Введем функцию тока  $\psi$ , связанную с  $v_r$  и  $v_\theta$  соотношениями

$$v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (1.3)$$

и перейдем к новым переменным  $\psi$  и  $\theta$ . Такая замена переменных позволяет преобразовать уравнение (1.2) в уравнение типа теплопроводности

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial r} &= \frac{\partial c}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -r \sin \theta v_\theta \frac{\partial c}{\partial \psi} \\ \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial c}{\partial r} \right) = \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( -r \sin \theta v_\theta \frac{\partial c}{\partial \psi} \right) = r^2 \sin^2 \theta v_\theta^2 \frac{\partial^2 c}{\partial \psi^2} \\ \left( \frac{\partial c}{\partial \theta} \right)_r &= \left( \frac{\partial c}{\partial \theta} \right)_\psi + \frac{\partial c}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \left( \frac{\partial c}{\partial \theta} \right)_\psi + r^2 \sin \theta v_r \frac{\partial c}{\partial \psi} \end{aligned}$$

Подставляя значения производных от концентрации в (1.2), получаем

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = kr^3 \sin^2 \theta v_\theta \frac{\partial^2 c}{\partial \psi^2} \quad (1.4)$$

Так как уравнение (1.4) справедливо в диффузионном пограничном слое, можно представить  $r = R + \varepsilon$ , где  $\varepsilon \ll R$  и меняется от нуля до толщины диффузионного пограничного слоя. Тогда  $r = R(1 + \varepsilon/R)$ , а  $r^3$  приближенно будет равно  $R^3$ .

В отличие от движения твердого шара в жидкости, тангенциальная скорость на границе пузырька не равна нулю и, согласно [2]

$$(v_\theta)_{r=R} = v_1 \sin \theta \quad (1.5)$$

где  $v_1$  — абсолютная величина скорости на границе пузырька при  $\theta = 90^\circ$ . Скорость  $v_1$  в зависимости от гидродинамического режима движения пузырька меняется от  $1/2 v_0$  при  $N_{Re} \ll 1$  (решение Рыбчинского — Адамара [2]) до  $3/2 v_0$  при очень больших числах Рейнольдса (при  $N_{Re} \gg 1$  распределение скоростей по поверхности пузырька становится близким к таковому в случае обтекания твердой сферы идеальной жидкостью).

Тангенциальная скорость в диффузионном пограничном слое мало отличается от (1.5) вследствие того, что толщина диффузионного слоя на порядок  $N_{Pr}^{1/3}$  меньше толщины гидродинамического пограничного слоя.

С учетом этих допущений уравнение (1.4) примет вид

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = kR^3 v_1 \sin^3 \theta \frac{\partial^2 c}{\partial \Psi^2} \quad (1.6)$$

причем значение  $\partial^2 c / \partial \Psi^2$  берется при малых значениях  $\varepsilon$ , когда справедливо следующее приближенное выражение для функции тока, получаемое интегрированием (1.3)

$$\psi = - R v_1 \sin^3 \theta \varepsilon$$

Введем новую переменную

$$s = kR^3 v_1 \int \sin^3 \theta d\theta = kR^3 v_1 \left( \frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) + A$$

где постоянную интегрирования  $A$  выберем из условия, чтобы  $s = 0$  при  $\theta = 0$ . Следовательно,  $A = 2/3 kR^3 v_1$ . В результате этого уравнение (1.6) преобразуется в следующее

$$\frac{\partial c}{\partial s} = \frac{\partial^2 c}{\partial \Psi^2} \quad (1.7)$$

с граничными условиями

$$c = c_s \quad \text{при } \psi = 0 (\varepsilon = 0), \quad c = c_0 \quad \text{при } \psi = \infty$$

Сюда нужно добавить еще одно условие, а именно, в передней критической точке пузырька ( $r = R$ ,  $\theta = 0$ ) концентрация набегающего потока должна быть такой же, как и на бесконечности, что соответствует  $c = c_0$  при  $s = 0$ .

Уравнение (1.7) легко решается операционным методом. Его интеграл равен

$$c = \frac{2}{V \pi} (c_s - c_0) \int_0^u e^{-x^2} dx$$

где

$$u = \frac{\psi}{2 \sqrt{s}} = \frac{R v_1 \sin^2 \theta \varepsilon}{2 \sqrt{k R^3 v_1 (1/3 \cos^3 \theta - \cos \theta + 2/3)}}$$

Градиент концентрации на границе пузырька

$$\left( \frac{\partial c}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon=0} = \frac{2c_s - c_0}{V \pi} \frac{\partial}{\partial u} \left( \int_0^u e^{-x^2} dx \right) \frac{\partial u}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = \frac{v_1 \sin^2 \theta (c_0 - c_s)}{V \pi k R v_1 (1/3 \cos^3 \theta - \cos \theta + 2/3)} \quad (1.8)$$

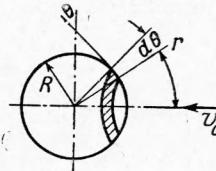
Отсюда находим, согласно закону Фика, поток массы газа из пузырька в единицу времени (фиг. 1)

$$\frac{dm}{dt} = - \int_0^\pi 2\pi R \sin \theta R d\theta k \left( \frac{\partial c}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon=0} = \frac{2\pi R^2 k v_1 (c_0 - c_s)}{V \pi k v_1 R} \int_0^\pi \varphi(\theta) d\theta$$

$$\varphi(\theta) = \frac{\sin^3 \theta}{V^{1/3} \cos^3 \theta - \cos \theta + 2/3}$$

На фиг. 2 показан график подынтегральной функции  $\varphi = \varphi(\theta)$ . Вычисление дает для интеграла значение, равное 2.30. Полагая  $v_1 = 1/2 v_0$ , имеем

$$\frac{dm}{dt} = 5.78 R \sqrt{k R v_0} (c_0 - c_s) \quad (1.9)$$



Фиг. 1. Сферическая система координат

В случае неподвижного пузырька [4]

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi Rk (c_0 - c_s) \quad (1.10)$$

Таким образом, увеличение интенсивности диффузии газа из пузырька за счет обтекания его жидкостью получается равным

$$\lambda = \frac{(dm/dt)_1}{(dm/dt)_0} = 0.46 \left( \frac{Rv_0}{k} \right)^{1/2} = 0.46 (N_{Pe})^{1/2} \quad (1.11)$$

Здесь индекс 1 означает значения производной для  $N_{Pe} \gg 1$ , а индекс 0 — значение при  $N_{Pe} = 0$ .

Полученный результат позволяет движущийся в жидкости пузырек рассматривать как неподвижный, у которого коэффициент диффузии газа как бы увеличен в  $\lambda$  раз.

Очевидно, что значение  $\lambda$  для небольших чисел  $N_{Pe}$  будет лежать в промежутке между единицей и значением, даваемым (1.11). Поэтому для этих

чисел  $N_{Pe}$  можно написать интерполяционную формулу (1.12)

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi kR (1 + 0.46 N_{Pe}^{1/2}) (c_0 - c_s)$$

которая при  $N_{Pe} \gg 1$  переходит в (1.9), а при  $N_{Pe} = 0$  — в (1.10).

Выражение (1.9) получено в предположении постоянства радиуса пузырька  $R$ .

В действительности, при росте или рас-

творении пузырька радиус его меняется.

Это обстоятельство вызывает необходимость при решении задачи о диффузии удовлетворять краевым условиям на подвижной границе, что является сложной задачей.

Для небольших значений скорости стенки пузырька, имеющих место в процессах газовой кавитации, выражением (1.9) можно пользоваться, очевидно, также в случае переменного во времени радиуса пузырька, рассматривая явление квазистационарно.

2. Полученное в предыдущем параграфе выражение (1.12) позволяет получить уравнение состояния сферического газового пузырька, используя уравнение равновесия сил на его границе

$$p(t) = p_g + p_a - \frac{2\sigma}{R} \quad (2.1)$$

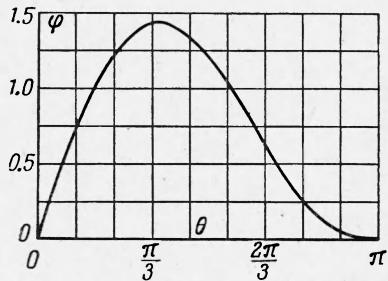
Здесь  $p(t)$  — давление в жидкости,  $p_g$  — давление газа в пузырьке,  $p_a$  — давление насыщенных паров жидкости,  $\sigma$  — постоянная поверхностного натяжения.

Масса газа в пузырьке равна

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_g \quad \left( \rho_g = \frac{\rho_{ga}}{p_a} \rho_g \right)$$

где  $\rho_g$  — плотность газа в пузырьке, определяемая по уравнению Бойля — Мариотта, а  $\rho_{ga}$ , в свою очередь, есть плотность газа при атмосферном давлении  $p_a$ . Следовательно,

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \frac{\rho_{ga}}{p_a} \left[ p(t) - p_a + \frac{2\sigma}{R} \right] \quad (2.2)$$



Фиг. 2. График функции  $\varphi(\theta)$

При решении задачи о диффузии удовлетворять краевым условиям на подвижной границе, что является сложной задачей.

Для небольших значений скорости стенки пузырька, имеющих место в процессах газовой кавитации, выражением (1.9) можно пользоваться, очевидно, также в случае переменного во времени радиуса пузырька, рассматривая явление квазистационарно.

2. Полученное в предыдущем параграфе выражение (1.12) позволяет получить уравнение состояния сферического газового пузырька, используя уравнение равновесия сил на его границе

$$p(t) = p_g + p_a - \frac{2\sigma}{R} \quad (2.1)$$

Здесь  $p(t)$  — давление в жидкости,  $p_g$  — давление газа в пузырьке,  $p_a$  — давление насыщенных паров жидкости,  $\sigma$  — постоянная поверхностного натяжения.

Масса газа в пузырьке равна

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_g \quad \left( \rho_g = \frac{\rho_{ga}}{p_a} \rho_g \right)$$

где  $\rho_g$  — плотность газа в пузырьке, определяемая по уравнению Бойля — Мариотта, а  $\rho_{ga}$ , в свою очередь, есть плотность газа при атмосферном давлении  $p_a$ . Следовательно,

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \frac{\rho_{ga}}{p_a} \left[ p(t) - p_a + \frac{2\sigma}{R} \right] \quad (2.2)$$

Дифференцируя (2.2) по времени и сравнивая с (1.12), имеем

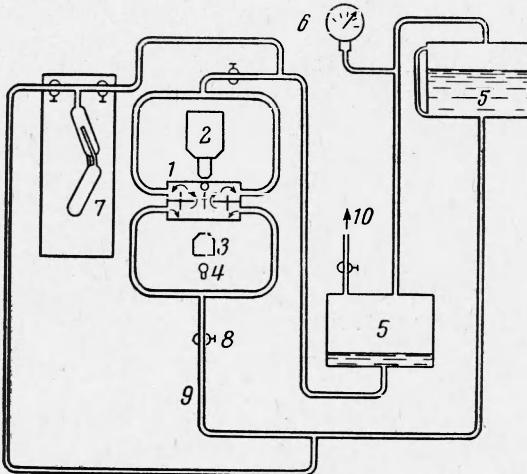
$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{p(t) - p_d + \frac{4\sigma}{3} R} \left( \frac{k p_a (1 + 0.46 N_{Pe}^{1/2})}{\rho_{ga} R} (c_0 - c_s) - \frac{R}{3} \frac{dp(t)}{dt} \right) \quad (2.3)$$

Концентрация насыщения на границе пузырька в соответствии с законом Генри может быть выражена следующим образом

$$c_s = \frac{p_g}{p_a} c_{sa} \quad (2.4)$$

Здесь  $c_{sa}$  — концентрация насыщения при атмосферном давлении, определяемая для данной температуры из известных таблиц.

Фиг. 3. Принципиальная схема экспериментальной установки: 1 — кювета, 2 — микроскоп с кинокамерой, 3 — система конденсоров, 4 — источник света, 5 — баки, 6 — мановакуумметр, 7 — прибор для определения воздухоодержания воды, 8 — зажимы, 9 — соединительные шланги, 10 — подвод к компрессору и вакуумному насосу



Подставляя (2.4) в (2.3) и обозначая  $\alpha = c / \rho_{ga}$ , где  $\alpha$  — приведенный к атмосферному давлению объем газа, растворенного в единице объема воды, с учетом (2.1) окончательно получаем

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dt} = & \frac{1}{p(t) - p_d + 4\sigma/3R} \left\{ k \alpha_{sa} \left[ \frac{\alpha_0}{\alpha_{sa}} p_a - p(t) + p_d - \frac{2\sigma}{R} \right] \times \right. \\ & \left. \times \left( \frac{1}{R} + 0.46 \frac{V v_0}{k R} \right) - \frac{R}{3} \frac{dp(t)}{dt} \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

с начальным условием  $R = R_0$  при  $t = 0$ .

При постоянном давлении в жидкости уравнение (2.5) может быть проинтегрировано. Введем безразмерные величины

$$\begin{aligned} R^\circ &= \frac{R}{R_0}, \quad \tau = \frac{k}{R_0^2} t, \quad \alpha^\circ = \frac{\alpha_0}{\alpha_{sa}}, \quad p^\circ = \frac{p - p_d}{p_a} \\ \gamma &= \frac{2\sigma}{R_0 p_a}, \quad \delta = \frac{p^\circ}{p^\circ - \alpha^\circ}, \quad \varphi = \frac{\gamma}{p^\circ - \alpha^\circ}, \quad \lambda = 0.46 \left( \frac{R_0 v_0}{k} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

В этом случае  $dp/dt = 0$ , поэтому уравнение (2.5) можно привести к виду

$$\frac{dR^\circ}{d\tau} = -\alpha_{sa} \left( \frac{1}{R^\circ} + \frac{\lambda}{V R^\circ} \right) \left( 1 + \frac{\varphi}{R^\circ} \right) \left( \delta + \frac{2}{3} \frac{\varphi}{R^\circ} \right)^{-1} \quad (2.7)$$

с начальным условием  $R = 1$  при  $\tau = 0$ .

Обозначая  $\sqrt{R^\circ} = \omega$ , перепишем (2.7) следующим образом

$$\frac{2\omega^3(\delta\omega^2 + \frac{2}{3}\varphi)d\omega}{(\omega^2 + \varphi)(\lambda\omega + 1)} = -\alpha_{sa} d\tau$$

Интегрируя это уравнение и возвращаясь к старой переменной, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_{sa}}{2} \tau &= \frac{\delta}{3\lambda} (1 - \sqrt{R^\circ}) - \frac{\delta}{2\lambda^2} (1 - R^\circ) + \left( \frac{\delta}{\lambda^3} + \frac{2}{3} \frac{\varphi}{\lambda} - \frac{\delta\varphi}{\lambda} \right) (1 - \sqrt{R^\circ}) + \\ &+ \frac{\lambda^{-2}\delta\varphi + \frac{2}{3}\varphi^2 - \delta\varphi^2}{\lambda^2\varphi + 1} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{R^\circ + \varphi}{1 + \varphi} + \lambda \sqrt{\varphi} \left( \arctg \frac{\sqrt{R^\circ}}{\sqrt{\varphi}} - \arctg \frac{1}{\sqrt{\varphi}} \right) \right] + \\ &+ \frac{\lambda^{-2}\delta + \frac{2}{3}\varphi - \delta\varphi}{\lambda^2(\lambda^2\varphi + 1)} \ln \frac{\lambda \sqrt{R^\circ} + 1}{\lambda + 1} \end{aligned} \quad (2.8)$$

при  $\varphi > 0$ , что соответствует растворяющимся пузырькам, и

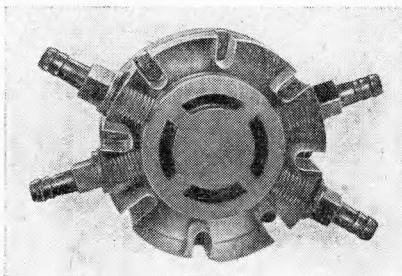
$$\begin{aligned} \frac{\alpha_{sa}}{2} \tau &= \frac{\delta}{3\lambda} (1 - \sqrt{R^\circ}) - \frac{\delta}{2\lambda^2} (1 - R^\circ) + \left( \frac{\delta}{\lambda^3} + \frac{2}{3} \frac{\varphi}{\lambda} - \frac{\delta\varphi}{\lambda} \right) (1 - \sqrt{R^\circ}) + \\ &+ \frac{\lambda^{-2}\delta\varphi + \frac{2}{3}\varphi^2 - \delta\varphi^2}{2(\lambda^2\varphi + 1)} \left[ \ln \frac{R^\circ + \varphi}{1 + \varphi} + \lambda \sqrt{|\varphi|} \ln \frac{(\sqrt{R^\circ} - \sqrt{|\varphi|})(1 + \sqrt{|\varphi|})}{(\sqrt{R^\circ} + \sqrt{|\varphi|})(1 - \sqrt{|\varphi|})} \right] + \\ &+ \frac{\lambda^{-2}\delta + \frac{2}{3}\varphi - \delta\varphi}{\lambda^2(\lambda^2\varphi + 1)} \ln \frac{\lambda \sqrt{R^\circ} + 1}{\lambda + 1} \end{aligned} \quad (2.9)$$

при  $\varphi < 0$ , что соответствует растущим пузырькам.

Полагая в (2.8)  $R^\circ = 0$ , получим следующее соотношение для определения времени полного растворения  $T$  газового пузырька

$$\begin{aligned} \frac{k\alpha_{sa}}{2R_0^2} T &= \frac{\delta}{6\lambda} \left( 2 - \frac{3}{\lambda} + \frac{6}{\lambda^2} + \frac{4\varphi}{\delta} - 6\varphi \right) + \\ &+ \frac{\lambda^{-2}\delta\varphi + \frac{2}{3}\varphi^2 - \delta\varphi^2}{\lambda^2\varphi + 1} \left( \frac{1}{2} \ln \frac{\varphi}{1 + \varphi} - \lambda \sqrt{|\varphi|} \arctg \frac{1}{\sqrt{|\varphi|}} \right) + \\ &+ \frac{\lambda^{-2}\delta + \frac{2}{3}\varphi - \delta\varphi}{\lambda^2(\lambda^2\varphi + 1)} \ln \frac{1}{1 + \lambda} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Выражение (2.10) позволяет рассчитать время, в течение которого при определенных условиях полностью растворится газовый пузырек, и сравнить его с экспериментальным значением.



Фиг. 4. Кювета для наблюдения пузырьков

чтобы обеспечить как можно более точное подтекание воды в центральную часть кюветы, в котором находился газовый пузырек, так как при небольшом отклонении пузырек легко сносится водой.

Поток воды создавался за счет разницы уровней воды в двух баках. Скорость протекания воды через отверстие в диафрагме кюветы определялась по расходу и могла

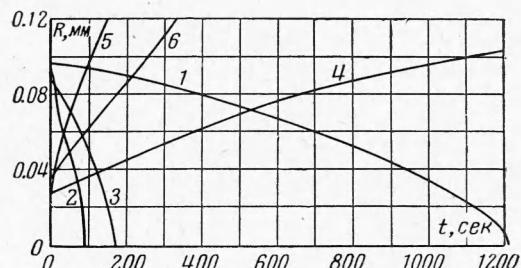
3. Принципиальная схема экспериментальной установки показана на фиг. 3. Кювета 1 для наблюдения пузырька представляется собой круглый сосуд, изготовленный из органического стекла (фиг. 4). В верхней части кюветы сделано окно из толстого зеркального стекла, что обеспечивало малые отклонения формы пузырьков от сферической (органическое стекло плохо смачивается водой, и на нем пузырьки имеют приплюснутую форму). Вода втекала в кольцевой зазор между наружной стенкой кюветы и внутренней круговой переборкой. Из зазора через отверстия в переборке вода попадала в нижнюю центральную часть кюветы, далее через отверстие диаметром 10 мм в диафрагме — в верхнюю центральную часть и через верхние отверстия в круговой переборке и кольцевой зазор покидала кювету. Такой лабиринт создан для того,

регулироваться относительным расположением баков по высоте. В баках при помощи вакуумного насоса и компрессора можно было задавать любое давление от глубокого разрежения до 4 ата.

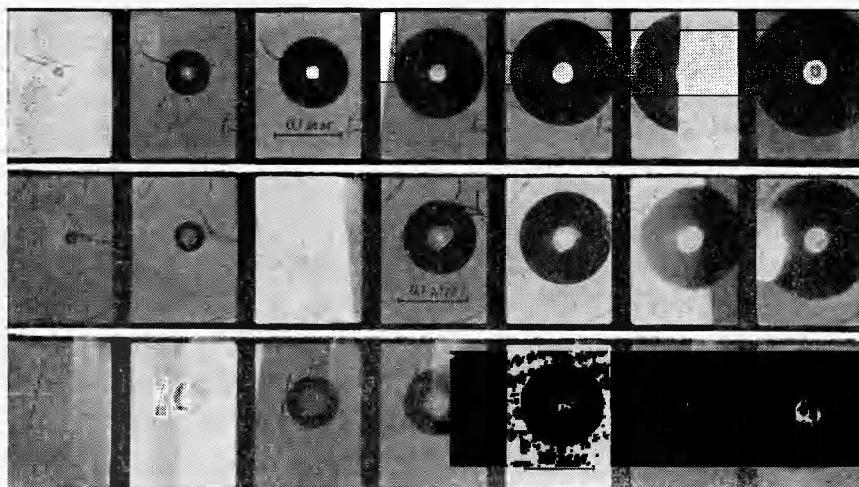
Наблюдение и киносъемка пузырьков производились на микрокиноустановке типа МКУ-1, которая позволяет получать увеличение на пленке до 100 крат.

При обратном ходе вода пропускалась через прибор для определения газосодержания жидкости и производилось измерение количества растворенного в воде воздуха.

Фиг. 5. Влияние скорости обтекания воздушного пузырька  $U$  см/сек водой на его рост и растворение. Температура воды  $20^\circ \text{ С}$ ,  $a_0 = -1.7\%$ . Кривая 1 —  $U = 0$ , 2 —  $= U = 27$  при  $p = 10750 \text{ кг/м}^2$ ; кривая 3 —  $U = 16$  при  $p = 10250 \text{ кг/м}^2$ ; кривая 4 —  $U = 0$ ; 5 —  $U = 13$ , 6 —  $U = 2.6$  при  $p = 6850 \text{ кг/м}^2$



На описанной установке проведено большое число опытов по наблюдению за ростом и растворением воздушных пузырьков при различных скоростях обтекания их водой. На фиг. 5 показаны некоторые из экспериментальных кривых изменения радиусов растворяющихся и растущих пузырьков в неподвижной воде и при различных скоростях обтекания их водой, а на фиг. 6 и 7 — фотографии этих пузырьков.



Фиг. 6. Последовательные фотографии растворяющихся пузырьков  
200 сек,  $U = 0$ ; 30 сек,  $U = 16 \text{ см/сек}$ ; 15 сек,  $U = 27 \text{ см/сек}$

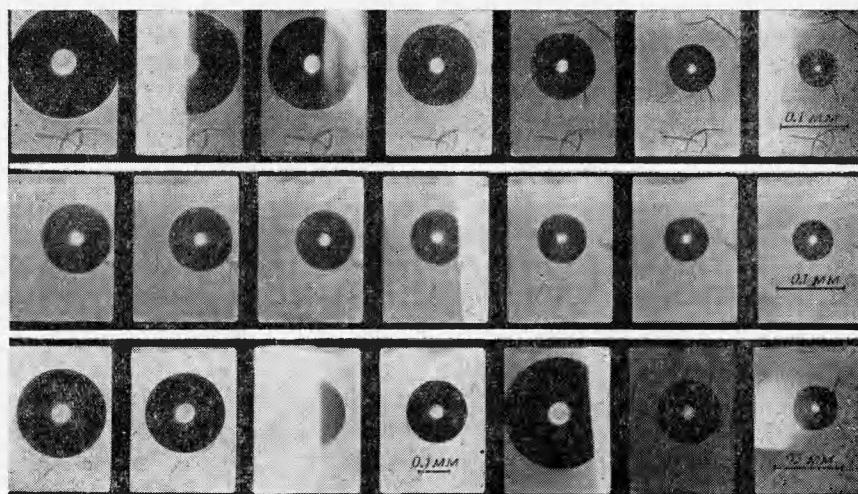
Из эксперимента остается неизвестной скорость обтекания свободного пузырька жидкостью, которая заложена в выражение (1.12), хотя и известна скорость течения воды через отверстие в диафрагме кюветы. Поэтому можно было бы попытаться найти эту скорость из одного опыта, решив с этой целью уравнение (2.8) относительно  $\lambda$ , и, определив отношение скорости обтекания свободного пузырька к скорости течения через отверстие в диафрагме, вычислить из того же (2.8) время роста или растворения пузырька для другого опыта и сравнить это время с экспериментальным значением. Несколько неясно при этом, какую величину коэффициента диффузии закладывать в расчет, так как в неподвижной жидкости при касании сферического пузырька о плоскую стенку интенсивность диффузии уменьшается в  $\ln 2$  раз [3].

Будем считать интенсивность диффузии такой же, как в случае безграничной жидкости, так как при такой схеме обтекания пузырька влияние стенки на диффузию газа через обращенные навстречу потоку участки поверхности пузырька должно быть ма-

лым, а поток газа через эти участки, как видно из фиг. 2, составляет превалирующую часть в общем потоке через всю поверхность пузырька. Очевидно, с уменьшением скорости обтекания пузырька влияние стенки на интенсивность диффузии должно возрастать.

С этой целью для условий, соответствующих кривой 2 фиг. 5, графическим методом решалось уравнение (2.10), в результате чего получилось  $\lambda = 9.60$ , а следовательно,  $U/V_0 = 24$ , где  $U$  — скорость течения через отверстие в диафрагме.

Таким образом, для пузырька, изменение размеров которого изображено кривой 3 фиг. 5, имеем  $V_0 = 6.7 \text{ мм/сек}$  и  $\lambda = 7.26$ . Из уравнения (2.10) получаем  $T = 150 \text{ сек}$ ; экспериментальное значение времени полного растворения этого пузырька, как видно из фиг. 5, равно 170 сек.



Фиг. 7. Последовательные фотографии растущих пузырьков:  
120 сек,  $U = 0$ ; 30 сек,  $U = 2.6 \text{ см/сек}^{-1}$ ; 30 сек,  $U = 13 \text{ см/сек}^{-1}$

Согласование следует признать удовлетворительным, учитывая неизбежные погрешности в определении условий эксперимента и некоторое влияние стенки на диффузию.

Таким образом интенсивность диффузии газа в газовый пузырек при относительном движении его в жидкости возрастает пропорционально скорости обтекания пузырька в степени  $1/2$ . Даже при достаточно малых относительных скоростях, с какими всплывают пузырьки размером порядка 0.1 мм, интенсивность диффузии на порядок и более увеличивается по сравнению со случаем неподвижного пузырька.

Результаты экспериментального исследования подтверждают теоретические выводы.

Поступила 30 IX 1963

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Переяник А. Д. Проблемы кавитации. Судпромгиз, 1963.
2. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Физматгиз, 1959.
3. Lieberman L. Air Bubbles in Water. J. Appl. Phys., 1957, vol. 28, No. 2.
4. Epstein P. S., Plesset M. S. On the Stability of Gas Bubbles in Liquid — Gas Solutions. J. Chem. Phys., 1950, vol. 18, No. 11.