3. Bates D. R., Kingston A. E. Properties of a decaying Plasma. Planet. Space Sci, 1963, vol. 11, No. 1.
4. Holstein T. Imprisonment of resonance Radiation in Gases. Phys. Rev., 1947, vol. 72, p. 1212.
5. Гордиец Б. Ф., Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А. Релаксация заселениостей уровней водорода. Инверсность в распадающейся высокоионизоваиной плазме. Препринт ФИАН, 1967, № 29.
6. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М., Физматгиз, 1963.
7. Гудзенко Л. И., Филиппов С. С., Шелепин Л. А. Ускоренно рекомбинирующая плазменная струя. ЖЭТФ, 1966, т. 51, вып. 4.
8. Гордиец Б. Ф., Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А. Об охлаждении свободных электронов плазмы. Ж. техн. физ., т. 36, вып. 9.
9. Гудзенко Л. И., Колесников В. Н., Соболев Н. Н., Шелепин Л. А. Об использовании высокоионизоваиной плазмы для создания лазера. Магнитная гидродинамика, 1965, т. 1, № 3.
10. Гудзенко Л. И., Финкельберг В. М. Импульсный разряд в химически активной среде как источник оптического излучения, препринт ФИАН, 1967, № 16.
11. Гольдфарб В. М., Ильина Е. В., Костычова И. Е., Лукьянов Г. А., Силантьев В. А. О заселенности уровней водорода в аргоново-водородной плазменной струе. Оптика и спектроскопия, 1966, т. 20, вып. 6.
12. Bockasten K., Lundholm T., Andrade O. Laser Lines in atomic and molecular Hydrogen. J. Opt. Soc. of America, 1966, vol. 56, No. 9.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАЗВИТИИ ЛАМИНАРНОЙ СТРУИ В КАНАЛЕ

Л. А. Вулис, К. Е. Джаугаштин

(Ленинград)

Приводятся результаты расчета на ЭЦВМ уравнений Навье—Стокса для течения вязкой несжимаемой проводящей жидкости, возникающего при втекании плоской ламинарной струи в канал конечной ширины при воздействии магнитного поля (для $R_m \ll 1$).

Задача сводится к следующему. В плоский канал с поперечным размером, равным единице, через щель шириной в одну десятую ширины канала, втекает струя жидкости. Внешнее однородное магнитное поле (случай малых значений магнитного числа Рейнольдса $R_m \ll 1$) ориентировано поперек канала. Индуцированные токи предполагаются короткозамкнутыми через электроды (боковые стенки канала). Начальный профиль скорости принят равномерным (значение скорости на входе равно единице). В расчете варьируется расположение щели на торцевой стенке канала относительно оси его, и значение чисел Рейнольдса R и Гартмана H.

Конкретные расчеты (для $R = 50$) выполнены для различных значений безразмерного расстояния оси щели от оси канала ($\bar{y} = 0$, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.45) и нескольких значений чисел Рейнольдса и Гартмана.

Исходные уравнения для нестационарного течения запишем в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} + R\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - Hu \qquad \left(H = \frac{\sigma B^2 L^2}{\eta}\right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + R\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

Вводя функцию тока

$$u = \partial\psi/\partial y, \quad v = -\partial\psi/\partial x$$

получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + R\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) = \nabla^2\varphi - H\frac{\partial^2 \psi}{\partial y_2}, \qquad \Delta^2\psi = \varphi \tag{1}$$

Уравнения записаны в безразмерном виде; в качестве масштабов скорости и размеров приняты, соответственно, значения скорости на выходе из щели и ширина рассматриваемой щели.

В конечно-разностном представлении уравнения (1) имеют вид

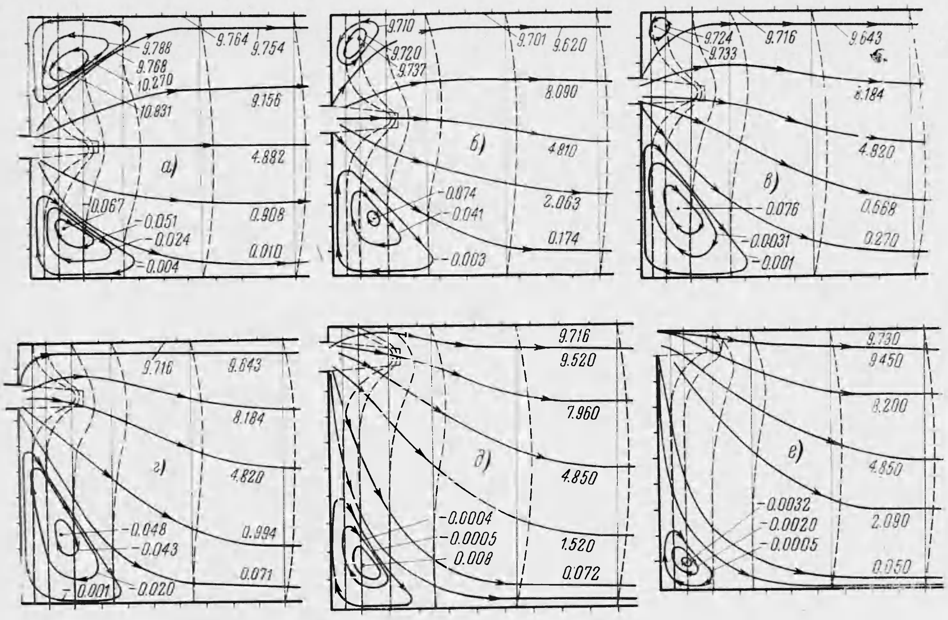
$$\varphi_{i,k}^{n+1}=\Bigg[\varphi_{i,k}^{n}+\Delta t\Bigg\{\frac{\varphi_{i+1,k}^{n}+\varphi_{i-1,k}^{n}}{(\Delta x)^2}+\frac{[(\varphi_{i,k+1}^{n}+\varphi_{i,k-1}^{n})+H(\psi_{i,k+1}^{n}+\psi_{i,k-1}^{n})]\,(\Delta x)^2}{(\Delta x)^2\,(\Delta y)^2}-$$

$$-2\frac{[(\Delta x)^2+(\Delta y)^2]\,\varphi_{i,k}^{n}+H\psi_{i,k}^{n}\,(\Delta x)^2}{(\Delta x)^2\,(\Delta y)^2}-R\left(\frac{\psi_{i,k+1}^{n}-\psi_{i,k-1}^{n}}{2\Delta y}\,\frac{\varphi_{i+1,k}^{n}-\varphi_{i-1,k}^{n}}{2\Delta x}-\right. \tag{2}$$

$$\left.-\frac{\psi_{i+1,k}^{n}-\psi_{i-1,k}^{n}}{2\Delta x}\,\frac{\varphi_{i,k+1}^{n}-\varphi_{i,k-1}^{n}}{2\Delta y}\right)\Bigg\}\Bigg]$$

$$\psi_{i,k}^{n+1}=\frac{(\psi_{i+1,k}^{n+1}+\psi_{i-1,k}^{n+1})\,(\Delta y)^2+(\psi_{i,k+1}^{n+1}+\psi_{i,k-1}^{n+1})\,(\Delta x)^2}{2\,[(\Delta x)^2+(\Delta y)^2]}-\frac{(\Delta x)^2\,(\Delta y)^2\varphi_{i,k}^{n+1}}{2\,[(\Delta x)^2+(\Delta y)^2]} \tag{3}$$

Решение конечно-разностного уравнения проводилось на ЭЦВМ методом, использованным в работах Л. М. Симуни [1] [1, 2].



Фиг. 1

Граничные условия для функций ψ и φ в конечно-разностном представлении могут быть выражены следующим образом.

Граничный контур составлен из трех стенок канала (со щелью на торцевой стенке) и нормальной к оси канала плоскости вниз по течению. Последняя выбирается в области установившегося течения Гартмана. При этом, как обычно, для вязкой жидкости на твердых стенках вектор скорости равен нулю, в пределах щели профиль скорости однороден и меняется во времени по закону $V = 1 - e^{-kt}$ (k — постоянная). Наконец, на границе вниз по течению задается профиль скорости в течении Гартмана при расходе жидкости, отвечающем каждому моменту времени. Графически этот профиль находился из решения конечно-разностных уравнений для одномерного движения. Эти условия определяют распределение функции тока на всем граничном контуре во времени.

Граничные же условия для функции φ, согласно [1], определяются по формуле

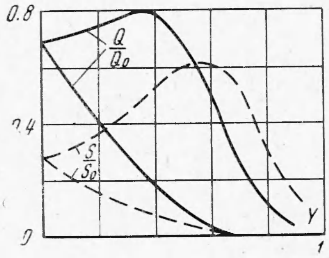
$$\varphi = 2\,\frac{\psi_w^{(n)} - \psi_i^{(n)}}{(\Delta y)^2}$$

Здесь ψ_w и ψ_i — соответственно значения функций тока на стенке и в смежном с нею (на один шаг) слое.

1 Отметим с благодарностью консультацию и помощь Л. М. Симуни в выполнении данной работы.

Порядок счета коротко сводится к следующему. Значение функции $\varphi_{i,k}^{n+1}$ находится по известным $\psi_{i,k}^{n}$ и $\psi_{i,k}^{n}$ для предыдущего момента времени из уравнения (2). После этого методом интегрирования из уравнения (3) находится значение $\psi_{i,k}^{n+1}$. Расчет проводился до получения установившегося течения.

Относительно выбора шага заметим, что расчет показал достаточность шага $\Delta x = \Delta y = 5 \cdot 10^{-3}$. При этом шаг по времени Δt и постоянная k выбирались такими, чтобы обеспечить достаточную плавность изменения функций.

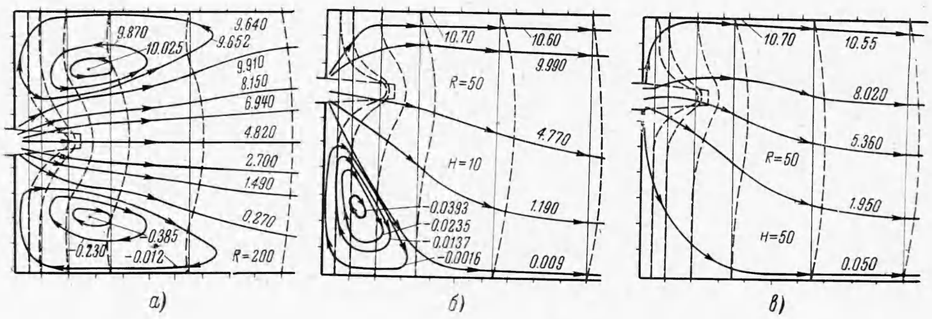


Фиг. 2

Результаты одной из серий расчетов представлены на фиг. 1 (a — e) для значения $R = 50$, $H=0$, которому отвечает развитое течение с циркуляционными зонами в углах канала. Сплошные линии на фигурах представляют линии тока, пунктиром нанесены профили скорости в нескольких поперечных сечениях.

Как видно из графиков, при смещении оси щели от оси канала (фиг. 1, a) к верхней стенке нижний вихрь заметно увеличивается, а верхний, соответственно, резко уменьшается (на фиг. 1, $г$ — $е$ он отсутствует).

На фиг. 2 приведены некоторые данные, характеризующие интенсивность циркуляционного движения в застойных зонах — в углах канала при различном расположении щели. Сплошная линия показывает относительный расход жидкости, циркулирующей в застойной зоне (за масштаб взято значение Q_0 расхода жидкости, втекающей в канал через щель). Пунктиром показано изменение геометрической характеристики застойной зоны — площади, ограниченной нулевой или максимальной линией тока, отнесенной к условной единице площади (квадрат со стороной, равной ширине канала).



Фиг. 3

Эти кривые являются дополнительной наглядной иллюстрацией асимметрии течения, видной из графиков на фиг. 1.

На фиг. 3, a показана картина течения для значения $R = 200$, $H=0$ при симметричном расположении щели. В этом случае (сравнительно с течением при $R=50$) относительные размеры застойных зон и интенсивность циркуляции в них равно возрастают. При малых значениях числа R (примерно до $R \approx 20$) застойные зоны отсутствуют — обтекание углов происходит практически плавно.

Проследим за изменением этой картины под влиянием приложенного поперечного магнитного поля. Наложение поперечного магнитного поля уменьшает размеры и интенсивность циркуляционных зон — вплоть до полного исчезновения. Во всех случаях (симметричное или несимметричное течение) этот эффект сказывается тем сильнее, чем больше значение числа Гартмана и меньше значение числа Рейнольдса.

В качестве примера на фиг. 1, $в$ и фиг. 3, $б$, $в$ показаны линии тока для случая несимметричного расположения щели. Данные, приведенные на фиг. 1, $в$ и фиг. 3, $б$, $в$, относятся к числу $R = 50$ и значениям $H = 0.10$ и 50. Как видно, сначала подавляется меньшая циркуляционная зона (в верхнем углу канала на фиг. 3, $б$), а затем при дальнейшем росте числа H исчезает и нижняя зона.

Таким образом, поперечное поле, тормозящее течение, приводит к уменьшению возвратных течений в углах канала и, в конечном счете, к плавному безотрывному движению. В противоположность этому, продольное поле увеличивает циркуляционные зоны, однако заметный эффект наблюдается при существенно больших значениях числа Гартмана.

В качественном отношении эти эффекты должны сохраняться и при турбулентном движении.

В целом полученные данные позволяют построить наглядную кинематическую картину рассматриваемого течения. Не вдаваясь в подробности, отметим, что образование застойных и циркуляционных зон в углах канала (сохраняющееся при турбулентном течении) и возможности активного на них воздействия имеют существенное значение для некоторых приложений, например стабилизации пламени и др.

Поступила 1 IV 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Симуни Л. М. Численное решение некоторых задач движения вязкой жидкости. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 3.
2. Джаугаштин К. Е., Озерова Е. Ф., Симуни Л. М. Магнитогидродинамическое течение в начальном участке плоского канала. Сб. трудов 5-го Рижского совещания по МГД, июль, 1966.

АНАЛИЗ ЯВЛЕНИЯ ОТРАЖЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ ТОКОВОЙ РЕШЕТКИ

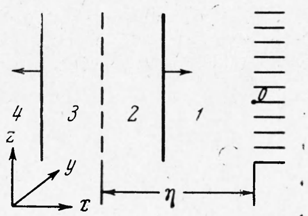
Л. А. Заклязьминский

(Новосибирск)

В приближении одномерной нестационарной магнитной гидродинамики выполнен теоретический анализ процесса взаимодействия сильной ударной волны с магнитным полем токовой решетки. Результаты расчета сравниваются с данными эксперимента [1].

Основные допущения при расчете следующие: 1) принимается приближение одномерной нестационарной магнитной гидродинамики; 2) газ считается идеальным с постоянными коэффициентами, процессы диссоциации и ионизации не учитываются; 3) из диссипативных процессов учтено только выделение в газе джоулева тепла. Некоторые другие допущения будут сформулированы по ходу решения задачи.

Для теоретического анализа схему взаимодействия можно представить следующим образом: пусть слева направо по направлению оси x движется ударная волна. В плоскости $x = 0$ (фиг. 1) расположена идеально проводящая «стенка» (решетка), абсолютно проницаемая для непроводящего газа. В момент $t = 0$ в решетке начинает течь ток в направлении оси y с поверхностной плотностью i.



Фиг. 1

Ударная волна в этот момент находится на расстоянии $x = -l$ от решетки. Поскольку скорость ударной волны значительно меньше скорости света c и время lc^{-1} мало по сравнению с временем процесса, то считаем, что при $t = 0$ между ударной волной и решеткой устанавливается постоянное магнитное поле $H_{00} = 4\pi c^{-1}i$, направленное по оси z.

Если газ за ударной волной проводящий, то в нем потечет ток в направлении, противоположном току в решетке, и появится тормозящая сила. В результате такого «удара» ударной волны о магнитное поле возникает отраженная ударная волна, а ослабленная падающая волна (преломленная волна) пройдет в магнитное поле. Частицы, в месте которых при $t = 0$ находилась падающая ударная волна, образуют контактную поверхность, разделяющую газы, сжатые ударными волнами различной интенсивности. По мере продвижения падающей ударной волны по направлению к решетке напряженность магнитного поля и скорости ударных волн изменяются, поэтому в областях между падающей волной и контактной поверхностью (область *2* фиг.1), контактной поверхностью и отраженной ударной волной (область *3*) параметры газа (включая и энтропию) есть функции x и t. В областях перед падающей (*1*) и за отраженной (*4*) волнами параметры газа постоянны.