

УДК 536.3+536.42

ВЛИЯНИЕ РАССЕЯНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ДИНАМИКУ ПЕРЕХОДНОЙ ЗОНЫ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ ПОЛУПРОЗРАЧНОГО МАТЕРИАЛА

Н. А. Рубцов, Н. А. Саввинова

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Численно исследуется влияние изотропного рассеяния в двухфазной зоне на скорость движения границ, толщину переходной зоны и распределение твердой фазы по толщине двухфазной зоны в процессе затвердевания полупрозрачного материала. Используется обобщенная модель фазового перехода в полупрозрачной среде. Результаты численного расчета показывают, что рассеяние излучения может оказывать значительное влияние на структуру и размер двухфазной области, а также на теплообмен (градиент температур) в образующемся кристалле.

Ключевые слова: радиационно-кондуктивный теплообмен, полупрозрачный материал, затвердевание, двухфазная зона, обобщенная модель, рассеяние излучения, изотропное рассеяние, численный эксперимент.

В работах [1–3] показано, что при расчетах радиационно-кондуктивного теплообмена в процессе плавления или кристаллизации полупрозрачного материала с использованием классической модели фазового перехода первого рода при определяющей роли радиационного теплопереноса обнаружены режимы с немонотонным распределением температуры перед плоским фронтом фазового перехода. Отмечено, что при этом необходимо использовать другую модель. В [4, 5] предложена обобщенная модель фазового перехода, учитывающая возможность образования двухфазной зоны при плавлении или затвердевании полупрозрачного материала. С использованием этой модели получены распределения температуры и твердой фазы по толщине двухфазной зоны, а также скорости движения границ переходной зоны для поглощающей и излучающей среды. Представляет интерес использование такой модели для изучения влияния не учитываемого ранее процесса рассеяния излучения в двухфазной зоне, которое может возникнуть из-за неоднородности структуры этой зоны. При учете всех параметров радиационного теплопереноса (рассеяния излучения, отражения излучения от внутренних границ, зависимости оптических свойств от длины волны излучения) применение формальных решений уравнения переноса излучения для трехслойной системы [4, 5] затруднительно из-за громоздких выражений для определения радиационных потоков. В данной ситуации представляется возможным использовать для численного решения уравнений переноса излучения алгоритм, разработанный на основе модифицированного метода средних потоков (СП-метода), применение которого для двухслойной системы обеспечивает высокую точность при исследовании радиационно-кондуктивного теплообмена с использованием классической модели фазового перехода [1–3].

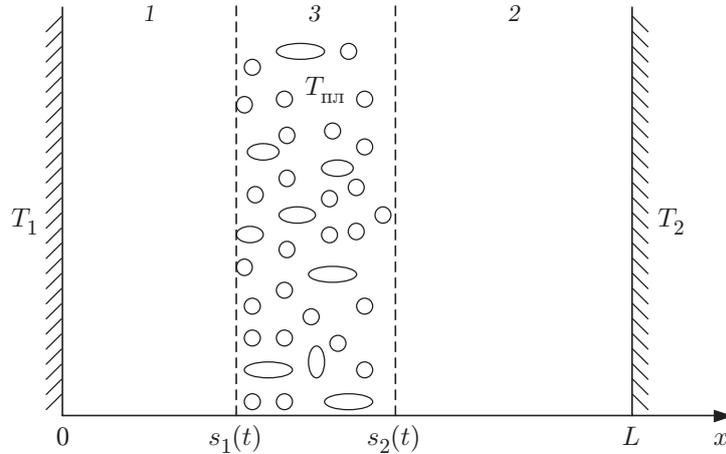


Рис. 1. Схема обобщенной модели фазового перехода:
1 — твердая фаза, 2 — жидкая фаза, 3 — двухфазная зона

При использовании обобщенной модели фазового перехода среда, в которой происходит фазовое превращение, представляется в виде трех слоев с разными оптическими свойствами, разделенных плоскими границами (рис. 1).

В пренебрежении диффузией и возможными конвективными процессами в расплаве система уравнений, описывающих процесс фазового превращения, состоит из трех уравнений переноса тепла для жидкой и твердой фаз и двухфазной зоны, находящейся в термодинамическом равновесии при температуре фазового перехода. Последнее уравнение учитывает выделение или поглощение скрытой теплоты фазового перехода в двухфазной зоне при частичном затвердевании или плавлении. В безразмерном виде при постоянных теплофизических свойствах среды система уравнений имеет следующий вид [4, 5]:

$$\begin{aligned} c_1 \frac{\partial \theta}{\partial \eta} &= \Lambda_1 N \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{1}{4} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi}, & 0 < \xi < s_1(\eta), \\ c_2 \frac{\partial \theta}{\partial \eta} &= \Lambda_2 N \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \frac{1}{4} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi}, & s_2(\eta) < \xi < 1, \\ Y \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} &= \frac{1}{4} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi}, & \theta = \theta^*, & s_2(\eta) < \xi < s_1(\eta). \end{aligned} \quad (1)$$

Из условий теплового баланса на разрыве получаются следующие условия на границах переходной зоны s_1, s_2 :

— в процессе плавления

$$\alpha|_{s_1^+} Y \frac{ds_1}{d\eta} = -\Lambda_1 N \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{s_1^-}, \quad \alpha|_{s_2^-} = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{s_2^+} = 0; \quad (2)$$

— в процессе затвердевания

$$(1 - \alpha|_{s_1^+}) Y \frac{ds_1}{d\eta} = \Lambda_1 N \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{s_1^-}, \quad \alpha|_{s_2^-} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{s_2^+} = 0. \quad (3)$$

В (1)–(3) $\theta = T/T_r$ — безразмерная температура; $c_i = C_i \rho_i / (C_r \rho_r)$ — безразмерная теплоемкость; $\Lambda_i = \lambda_i / \lambda_r$ — безразмерный коэффициент теплопроводности; $\xi = x/L$ — безразмерная координата; $s_i = S_i/L$ — безразмерные значения координат границ двухфазной зоны; $\Phi_i = E_i / (\sigma T_r^4)$ — безразмерная плотность результирующего радиационного потока; $\theta^* = T_\Phi / T_r$ — безразмерная температура фазового перехода; $Y = \gamma \rho_\Phi / (\rho_r C_r T_r)$ —

безразмерное значение скрытой теплоты фазового перехода; $\eta = 4\sigma T_r^3 t / (\rho_r C_r L)$ — безразмерное время; $N = \lambda_r / (4\sigma T_r^3 L)$ — радиационно-кондуктивный параметр; C — удельная теплоемкость, Дж/(кг · К); ρ — плотность, кг/м³; λ — теплопроводность, Вт/(м · К); L — общая толщина слоя, м; E — плотность результирующего радиационного потока, Вт/м²; γ — скрытая теплота фазового перехода, Дж/кг; σ — постоянная Стефана — Больцмана, Вт/(м² · К⁴); индекс r соответствует масштабным параметрам; $i = 1, 2, 3$ — номера слоев; $\alpha(\xi, \eta)$ — доля твердой фазы в переходной зоне, значения которой меняются от 0 до 1.

Решение задачи заключается в определении безразмерных распределений температуры $\theta(\xi, \eta)$, плотности результирующего радиационного потока $\Phi(\xi, \eta)$ и доли твердой фазы по толщине двухфазной зоны $\alpha(\xi, \eta)$, а также положения внутренних границ $s_1(\eta)$, $s_2(\eta)$ в каждый момент времени в области $0 \leq \xi \leq 1$.

Численное решение краевой задачи (1)–(3) с начальными и граничными условиями проводилось конечно-разностным методом. Неявная разностная схема строилась интегроинтерполяционным методом. Для определения неизвестных s_1 , s_2 использовался метод Ньютона.

Расчеты проводились сначала в классической постановке задачи Стефана, а с момента нарушения монотонности — по обобщенной модели. В расчетах по классической модели при определенных значениях параметров не наблюдается нарушения монотонности распределения температуры. В таких случаях справедлива классическая модель фазового перехода, которая становится неприемлемой при образовании двухфазной зоны, наличие которой учитывается в обобщенной модели. После исчезновения переходной зоны обобщенная модель вновь переходит в классическую.

В данной работе численно исследуется влияние рассеяния излучения в двухфазной зоне на динамику переходной зоны в процессе кристаллизации плоского слоя полупрозрачной среды, оптические свойства которого соответствуют серому телу. Условия задачи такие же, как в [4, 5]. Для процесса затвердевания $c_1 = c_2 = 1$; $\Lambda_1 = \Lambda_2 = 1$; $Y = 0,1$; $\theta^* = 0,5$; $N = 0,01$; $\theta(\xi, 0) = 0,7$; $\theta(0, \eta) = 0,3$; $\partial\theta(1, \eta)/\partial\xi = 0$. Коэффициенты преломления принимаются одинаковыми для всех фаз ($n_1 = n_2 = n_3 = 1,5$), поэтому отражение от внутренних границ отсутствует. Алгоритм решения уравнений переноса излучения разработан на основе СП-метода [1–3], модифицированного для условий трехслойной системы. Дифференциальные уравнения решаются для трех слоев ($i = 3$), при использовании приближения серого тела спектральная область поглощения соответствует значению $i = 1$. Дивергенция радиационного потока определяется в конечно-разностном виде из значений радиационных потоков, в отличие от предыдущих работ, в которых использовались формальные решения. При определении радиационных потоков на основе алгоритма СП-метода безразмерная толщина каждого слоя принимается равной единице, а при решении уравнений энергии к единице приравнивается общая толщина исходного слоя. Положения внутренних границ изменяются в пределах от нуля до единицы. Соответствие масштабов областей достигается интерполяцией температурных и радиационных распределений.

Предполагается, что рассеивающей является только образующаяся двухфазная зона. Двухфазная зона является излучающей, поглощающей и рассеивающей средой. Коэффициент рассеяния, альbedo рассеяния, вид рассеяния излучения в двухфазной зоне зависят от конкретной структуры двухфазной зоны и поэтому, строго говоря, могут определяться только из эксперимента. Однако подобные эксперименты не проводились. Поэтому представляется важным численное моделирование динамики переходной зоны в зависимости от задаваемых значений оптических толщин (коэффициентов ослабления) и альbedo однократного рассеяния. Анизотропия рассеяния излучения, как показано в [2], принципиально не меняет характер полей температуры, однако изменяет скорость движения границы раздела фаз. В данной работе рассматривается изотропное рассеяние.

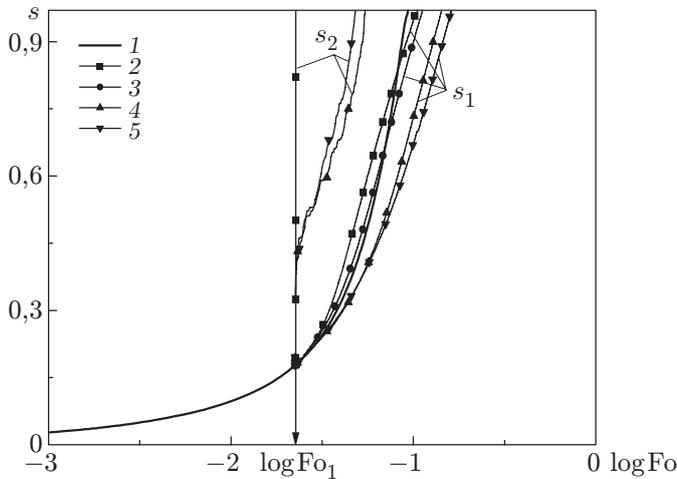


Рис. 2

Рис. 2. Движение границ переходной зоны в процессе затвердевания полупрозрачного материала при изотропном рассеянии в двухфазной зоне:

1 — расчет по классической модели фазового перехода; 2 — $\omega_3 = 0$; 3 — $\omega_3 = 0,5$; 4 — $\omega_3 = 0,7$; 5 — $\omega_3 = 0,9$

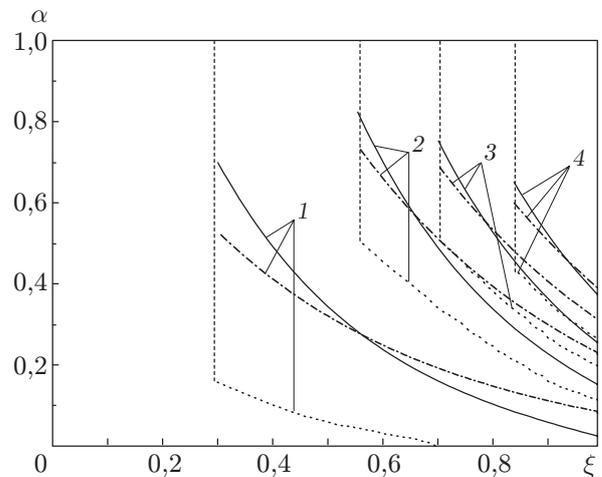


Рис. 3

Рис. 3. Распределение твердой фазы по толщине двухфазной зоны в различные моменты времени:

сплошные линии — $\omega_3 = 0$: 1 — $\eta = 3,45$; 2 — $\eta = 5,25$; 3 — $\eta = 6,57$; 4 — $\eta = 8,233$;
штрихпунктирные линии — $\omega_3 = 0,5$: 1 — $\eta = 3,69$; 2 — $\eta = 5,97$; 3 — $\eta = 7,34$; 4 — $\eta = 9,08$;
пунктирные линии — $\omega_3 = 0,7$: 1 — $\eta = 4,11$; 2 — $\eta = 7,72$; 3 — $\eta = 9,69$; 4 — $\eta = 11,85$

На рис. 2 приведены результаты численного расчета движения границ переходной зоны в процессе затвердевания в зависимости от альбедо однократного изотропного рассеяния ω_3 в двухфазной зоне ($Fo = \eta N$ — число Фурье). Коэффициент ослабления двухфазной зоны α_3 определяется из условия $\tau_3 = \alpha_3 L = 2$, коэффициенты поглощения твердой (α_1) и жидкой (α_2) фаз, как и в работах [1–5], определяются из условий $\tau_1 = \alpha_1 L = 1$, $\tau_2 = \alpha_2 L = 2$, $L = 0,1$ м. Кривая 1 соответствует расчету по классической модели фазового перехода. Как указано выше, с момента нарушения монотонности температурного поля, соответствующего значению $\log Fo_1$ на рис. 2, расчет ведется в обобщенной постановке задачи Стефана. На рис. 2 кривые 2, 3 соответствуют расчетам для нерассеивающей двухфазной зоны. При этом, как и в [5], граница двухфазной зоны s_2 почти сразу продвигается до правой границы, а граница s_1 движется монотонно до достижения правой границы трехслойной системы. Из сравнения с результатами [5] следует, что различие методов расчета радиационного теплообмена проявляется в конце процесса: движение левой границы двухфазной зоны $s_1(\eta)$ замедляется. Распределение твердой фазы по толщине двухфазной зоны $\alpha(\xi)$ в различные моменты времени η при отсутствии рассеяния излучения (сплошные линии на рис. 3) хорошо согласуется с распределением, полученным в работе [5] для нерассеивающей среды. Из рис. 2 следует, что изотропное рассеяние излучения в двухфазной зоне замедляет движение левой границы двухфазной зоны. При сильном рассеянии (кривые 4, 5 на рис. 2) в начальный момент образуется двухфазная зона конечной толщины, затем вторая граница двухфазной зоны достигает правой (непрозрачной) границы трехслойной системы. При этом уменьшается роль поглощения излучения, а также роль радиационного охлаждения (собственного излучения) в двухфазной зоне из-за сильного рассеяния (с ростом альбедо ω_3). Об этом свидетельствует и распределение твердой фазы по толщине двухфазной зоны (пунктирные линии на рис. 3). При этом доля затвердевшей

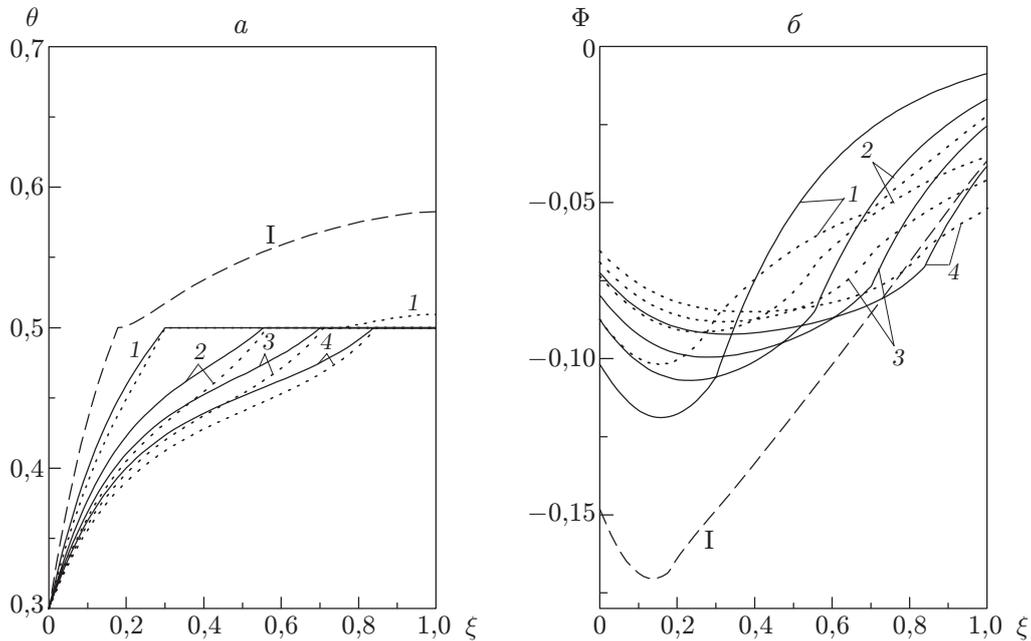


Рис. 4. Распределения температуры (а) и радиационных потоков (б) в процессе затвердевания полупрозрачного слоя материала с образованием двухфазной зоны: сплошные линии — $\omega_3 = 0$: 1 — $\eta = 3,45$; 2 — $\eta = 5,25$; 3 — $\eta = 6,57$; 4 — $\eta = 8,233$; пунктирные линии — $\omega_3 = 0,7$: 1 — $\eta = 4,11$; 2 — $\eta = 7,72$; 3 — $\eta = 9,69$; 4 — $\eta = 11,85$; I — начальное распределение температуры

фазы в двухфазной зоне существенно меньше, чем при $\omega_3 = 0$ и $\omega_3 = 0,5$. Из рис. 3 следует, что при $\omega_3 = 0,5$ вклады рассеяния и поглощения в радиационное охлаждение расплава в двухфазной зоне одинаковы (штрихпунктирные кривые на рис. 3). Таким образом, рассеяние излучения в двухфазной зоне и структура двухфазной зоны взаимосвязаны.

На рис. 4 показаны результаты расчета распределений температуры и радиационных потоков в процессе затвердевания плоского слоя полупрозрачной среды с образованием двухфазной зоны. Кривая I соответствует начальному распределению температуры. Температура в двухфазной зоне поддерживается равной температуре фазового перехода. При учете рассеяния излучения абсолютные значения результирующих радиационных потоков уменьшаются по сравнению со случаем только поглощающего слоя. Температура в твердом слое также уменьшается, что приводит к изменению градиентов температуры. Результаты расчетов радиационных потоков и распределений температуры хорошо согласуются с расчетами [5], что подтверждает правомерность применения алгоритма, разработанного на основе СП-метода, для численного определения радиационных потоков и дивергенции радиационного потока в многослойной полупрозрачной системе.

В работе [6] экспериментально подтверждено существование двухфазной зоны при быстрой кристаллизации тугоплавких оксидов, полупрозрачных для теплового излучения. В [6] также отмечается необходимость использования математической модели плавления и затвердевания полупрозрачных материалов с учетом образования протяженной двухфазной зоны, формирующейся из-за радиационного теплопереноса. Данная модель фазового перехода в полупрозрачной среде требует дальнейшего совершенствования: необходим учет всех физических явлений, сопровождающих процесс кристаллизации или плавления с образованием двухфазной зоны, и использование данных экспериментальных работ о свойствах и структуре двухфазной зоны.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Рубцов Н. А., Саввинова Н. А., Тимофеев А. М.** Влияние отражения и изотропного рассеяния на плавление и затвердевание полупрозрачного материала // Теплофизика и аэромеханика. 2001. Т. 8, № 3. С. 487–494.
2. **Рубцов Н. А., Саввинова Н. А.** Влияние рассеяния излучения на плавление и затвердевание плоского слоя полупрозрачной среды // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 6. С. 98–105.
3. **Rubtsov N. A., Savvinova N. A.** Numerical investigation of radiative-conductive heat transfer in phase change of a semitransparent medium // Proc. of the 12th Intern. heat transfer conf., Grenoble, France, Aug. 18–23, 2002. Paris: Elsevier, 2002. P. 717–722.
4. **Бурка А. Л., Рубцов Н. А., Саввинова Н. А.** Применение обобщенной постановки задачи Стефана к исследованию радиационно-кондуктивного теплообмена // ПМТФ. 1988. № 1. С. 134–138.
5. **Бурка А. Л., Рубцов Н. А., Саввинова Н. А.** Фазовый переход 1-го рода в полупрозрачных материалах // Теплофизические процессы при кристаллизации веществ. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1987. С. 7–15.
6. **Воробьев А. Ю., Петров В. А., Титов В. Е., Фортов В. Е.** Образование двухфазной зоны при быстрой кристаллизации тугоплавких оксидов // Докл. РАН. 2001. Т. 380, № 3. С. 342–345.

Поступила в редакцию 25/XII 2002 г.
