УДК 662.215.1

О ТЕЧЕНИИ ЗА ФРОНТОМ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ МАЛЫХ Re_m

А. П. Кузнецов, А. С. Плешанов

(Москва)

1. При распространении одномерной детонационной волны вдоль трубы, начиная с некоторого момента, включается магнитное поле, вектор напряженности которого перпендикулярен направлению распространения детонационной волны. Уравнения, описывающие явление для идеального проводящего газа при малых магнитных числах Рейнольдса Re_m и при отсутствии электрического поля, имеют вид (см., например, [1]):

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial\rho}{\partial t}+u\frac{\partial\rho}{\partial x}+\rho\frac{\partial u}{\partial x}=0,\\
\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial p}{\partial x}+\sigma B^2u=0,\\
\frac{C_v}{R}\left(\frac{dp}{dt}-c^2\frac{d\rho}{dt}\right)=\sigma B^2u^2.
\end{gathered}
\tag{1}
$$

После приведения системы (1) к характеристической форме

$$
\begin{gathered}
dp\pm\rho c du=\sigma B^2u\left(\frac{R}{C_v}u\pm c\right)dt \quad \text{вдоль} \quad \frac{dx}{dt}=u\pm c,\\
dp-c^2d\rho=\frac{R}{C_v}\sigma B^2u^2dt \quad \text{вдоль} \quad \frac{dx}{dt}=u.
\end{gathered}
\tag{2}
$$

Система (2) решалась численно.

2. К начальному моменту $t=t_0$ считалось известным автомодельное решение задачи о детонационной волне (см., например, [2]). Расстояние от закрытого конца трубы до фронта детонационной волны в момент $t=t_0$ разбивалось на n_0 интервалов. Задавалось приращение времени δt, равное отношению шага по пространству δx к скорости распространения волны D. Такое значение δt обеспечило выполнение условия устойчивости Куранта для всей области счета. Таким образом, в расчете на каждом шаге времени использовались два временных слоя (рис. 1): для t и для $t+\delta t$. Для точек 1-го слоя все величины считались известными (они либо были заданы для начального значения времени, либо получались из расчета на предыдущем шаге по времени). Определялись параметры течения в точках $i\delta x\,(i=0, 1, \ldots, n)$.

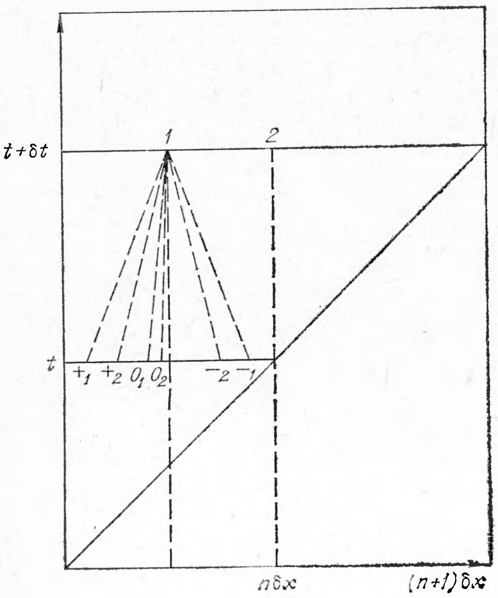

Рис. 1.

Расчет велся следующим образом. На первом этапе в точке $(1, t+\delta t)$ задавались значения u, c, равные значениям

u, c в точке $(1, t)$, Из точки $(1, t+\delta t)$ выпускались характеристики трех семейств. На рисунке они обозначены $+_1$, 0_1, $-_1$. В точках пересечения характеристик со слоем t определялись интерполяцией величины u, c. В соответствии с новыми значениями u, c уточнялись положения точек пересечения нового набора характеристик со слоем t (точки $+_2$, 0_2, $-_2$). Определялась разница между координатами точек одного и того же семейства. Если эта разница для одного семейства превышала заданную величину (например, 0,05 δx), то процесс итерации повторялся. В противном случае система (2), преобразованная к конечно-разностной форме, решалась и находились значения p, ρ, c, u в точке $(1, t+\delta t)$. Найденные величины являются приближенными. Для их уточнения в уравнениях в конечных разностях

$$
\begin{aligned}
&[p_x-p_l]+(\rho c)_l[u_x-u_l]=[k_1(u^2)_l-k_2(cu)_l]\delta t,\\
&[p_x-p_r]-(\rho c)_r[u_x-u_r]=[k_1(u^2)_r+k_2(cu)_r]\delta t,\\
&[p_x-p_0]-(c^2)_0[\rho_x-\rho_0]=k_1(u^2)_0\delta t,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

величины, взятые в круглые скобки, усреднялись по их значениям в искомой точке, полученной в данной итерации, и в точках l, r, 0 соответственно. Точки l, r, 0 получены при пересечении соответственно характеристиками $+$, $-$ и 0 в окончательной итерации. После усреднения весь процесс вычисления повторялся, если абсолютная величина разницы какого-либо параметра течения в двух последовательных итерациях превышала заданную величину.

3. Описанная схема испытывалась при расчете автомодельной детонационной волны. Результаты показали, что разница между точным и вычисленным решениями не превышала 5% рассчитываемых величин. Число шагов по времени в этих расчетах доходило до 100 (что соответствовало распространению волны на расстояние, превышающее на порядок начальное расстояние волны от стенки).

При расчетах течения с магнитным полем задавались следующие исходные данные: скорость распространения волны $D=2{,}10^3$ м/с, величина напряженности магнитного поля $b=2$ Т. Положение фронта волны перед включением магнитного поля 5 м, шаг по пространству 0,1 м, шаг по времени 50 мкс. Плотность газа перед фронтом волны была принята равной 1,29 кг/м^3, показатель адиабаты $\gamma=1{,}4$. Проводимость среды задавалась двумя способами. В первом

$$\sigma=1000\ 1/(\text{Ом}\cdot\text{м}),$$

во втором

$$\sigma/\sigma_0=(T/T_0)^{12}(p/p_0)^{-1/2},$$

где $\sigma_0=1000$; T_0 и p_0 — соответственно температура и давление на фронте детонационной волны. Следует заметить, что уменьшение σ (или σ_0) в 10 раз практически полностью уничтожало все эффекты, вызванные наличием магнитного поля.

Сравнение точного решения задачи о детонационной волне в отсутствии магнитного поля (или, что то же самое, сравнение с точностью менее 5% результатов численного счета по описанной выше процедуре) с результатами численного счета при наличии магнитного поля и постоянной проводимостью за фронтом ($\sigma=100$ 1/(Ом·м) показывает наличие вполне определенных эффектов, вызванных двумя факторами: лоренцевой силой и джоулевой диссоциацией энергии за фронтом детонационной волны.

Иллюстрацией эволюции возмущения волны, вызванного магитным полем, служит рис. 2, *а*, *б*, *в*, *г*. Линии на рисунке показывают распределение за фронтом детонационной волны приведенных значений скорости звука c, давления p, массовой скорости u, плотности ρ. Приведе-

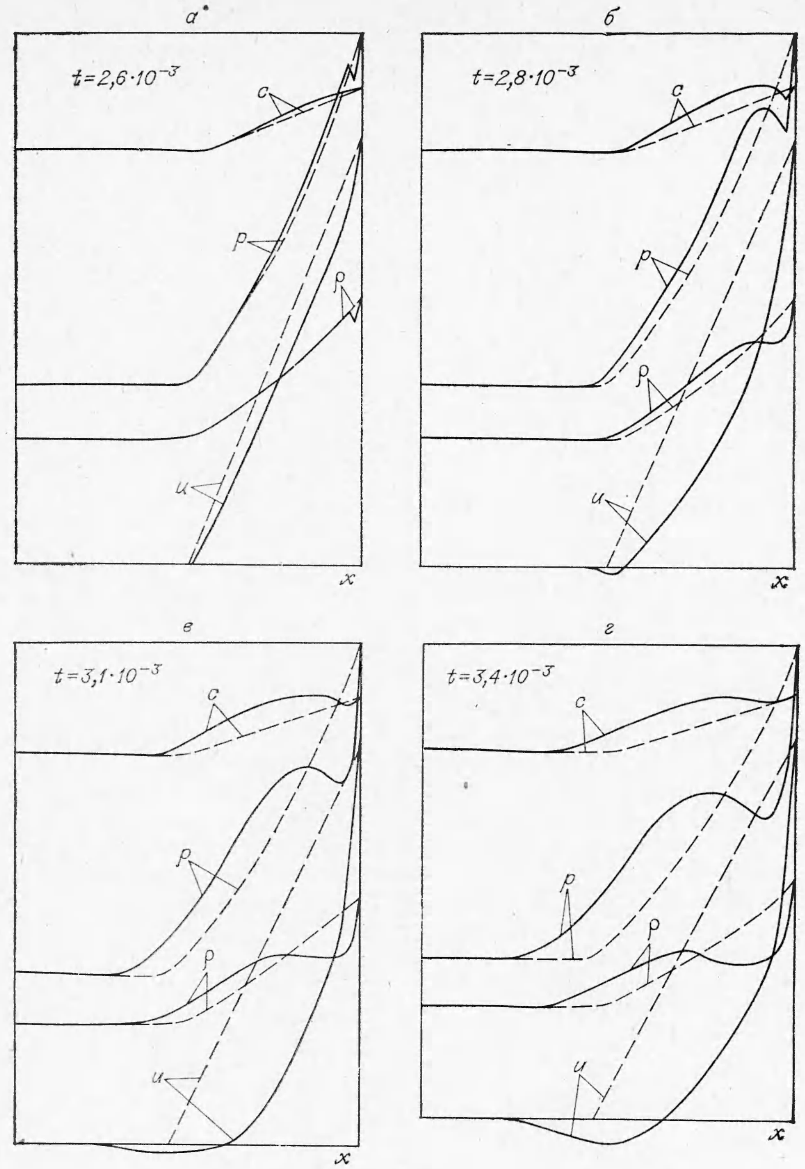

Рис. 2.

ние этих величин осуществлялось в соответствии с их фронтовыми значениями, равными соответственно

$$c_f = \frac{\gamma}{\gamma+1}D, \quad p_f = \frac{1}{\gamma+1}\rho_0 D^2, \quad u_f = \frac{\gamma}{\gamma+1}D, \quad \rho_f = \frac{\gamma+1}{\gamma}\rho_0.$$

Штриховые линии относятся к решению в отсутствие магнитного поля, а сплошные — к решению при его наличии. Времена, соответствующие последовательности рис. 2, *а*, *б*, *в*, *г*, равны 100, 300, 600 и 900 мкс, если считать от момента включения магнитного поля.

На рис. 2 отчетливо видно зарождение и эволюция возмущения, которое возникает благодаря наличию магнитного поля. Видно, что наиболее существенные и быстро проявляющиеся эффекты появляются непосредственно за фронтом детонации. Это, очевидно, связано с тем, что в этом районе величина массовой скорости газа весьма значитель-

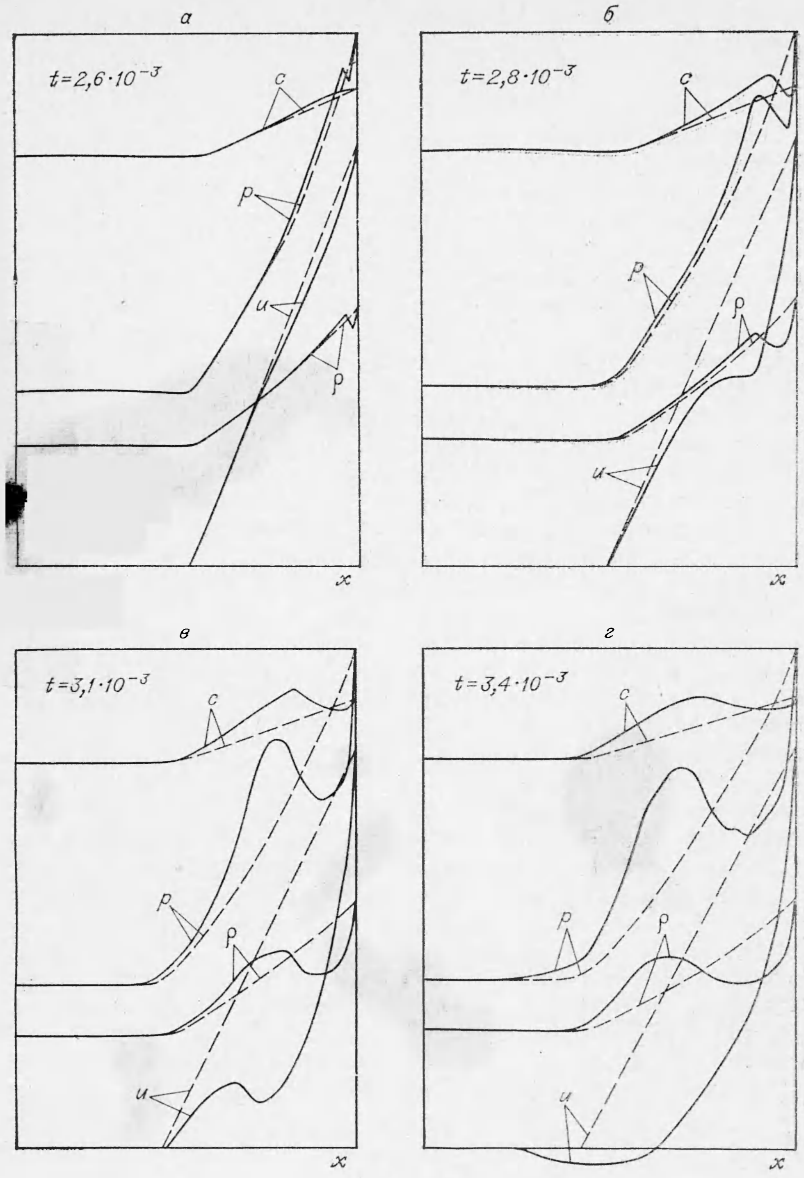

Рис. 3.

на. Наиболее заметны эффекты, связанные с уменьшением самой массовой скорости. Газ интенсивно тормозится и уже через 300 мкс появляется заметная область с отрицательным значением массовой скорости. При рассчитанных параметрах течения максимальное абсолютное значение массовой скорости в «отрицательной» области на порядок меньше максимального значения массовой скорости в «положительной» области.

Дальнейший анализ рис. 2 позволяет обнаружить, что непосредственно за фронтом детонационной волны все параметры течения довольно резко изменяются в сторону своего уменьшения. Однако на некотором удалении от фронта формируется волна сжатия, параметры течения в которой (за исключением массовой скорости) снова увеличивают свои значения. Наиболее заметно увеличивается давление. Плотность же, уменьшившись за фронтом, в дальнейшем имеет на значительном расстоянии от него почти постоянное значение. Скорость звука в волне сжатия монотонно возрастает на всех ее участках, за исключением небольшого района, примыкающего к фронту детонационной волны. Развитие волны сжатия происходит так, что она охватывает все более значительную область с одновременным увеличением градиентов всех параметров течения.

Несколько иной вид имеет картина течения при переменной проводимости за фронтом детонационной волны. Иллюстрацией этого течения является рис. 3, где даны аналогичные рис. 2 последовательности моментов времени. Видно, что в первые моменты времени (через 300 мкс) после включения магнитного поля течения при $\sigma = \mathrm{const}$ и $\sigma = \sigma(T, p)$ отличается незначительно. Со временем между ними возникают все более заметные различия. Заметим, что эти различия оказываются существенными только на некотором расстоянии от фронта детонационной волны. Непосредственно за фронтом оба варианта характеризуются резким уменьшением всех параметров течения. Говоря о различиях, следует в первую очередь отметить, что возникновение течения с отрицательным значением массовой скорости в варианте с переменной проводимостью задерживается и абсолютная ее величина меньше, чем при $\sigma = \mathrm{const}$. Формирующаяся волна сжатия более локализована, и изменение параметров течения в ней имеет более немонотонный характер. Через 600 мкс несколько большее значение имеет максимальная скорость звука, но через 300 мкс эта разница исчезает.

Таким образом и при переменной проводимости за фронтом детонации магнитное поле генерирует волну сжатия, постоянно распространяющуюся к стенке. Однако из-за локализации сколько-нибудь заметных значений проводимости около фронта волна сжатия также оказывается более локализованной.

В заключение необходимо сказать, что приведенные результаты не претендуют на описание наблюдавшегося в эксперименте течения, а представляют собой скорее качественную картину, полезную, быть может, для оценки дальнейших возможностей как метода счета, так и для исследования рассмотренного здесь явления.

Приведенные на рисунках зависимости позволяют представить масштабы возмущений, вызванных наличием магнитного поля и оценить роль входных параметров задачи (проводимости, начальной длины, скорости детонационной волны, плотности и др.).

Отметим, что обнаруженные эффекты, по-видимому, можно наблюдать при детонации в некоторых конденсированных средах.

Поступила в редакцию
14/I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Гостехиздат, 1957.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. Гостехиздат, 1954.