

и контактных усилий на ось можно заменить (1.8), (2.3) любыми соотношениями, дающими их главный вектор и момент по этой зоне. Тогда полученные выше результаты сохранятся и для таких случаев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Муки, Стернберг. Передача нагрузки от краевого ребра жесткости к листу (пересмотр задачи Мелана) // Тр. Амер. о-ва приж.-мех. Сер. Е. Механика. — Т. 34, № 3.
2. Муки, Стернберг. Передача нагрузки от растягиваемого поперечного стержня к полубесконечной упругой пластине // Тр. Амер. о-ва приж.-мех. Сер. Е. Механика. — Т. 35, № 4.
3. Шереметьев М. П. Пластинки с подкрепленным краем. — Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1960.
4. Михайловский Е. И. Прямые, обратные и оптимальные задачи для оболочек с подкрепленным краем. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986.
5. Канаун С. К. Тонкий дефект в однородной упругой среде // Изв. АН СССР. МТТ. — 1984. — № 3.
6. Морозов Н. Ф., Назаров С. А., Проскура А. В. Краевые задачи теории упругости для плоских областей с тонкими окаймлениями // Механика деформируемого тела: Сб. ст./Ин-т проблем механики АН СССР. — 1986.
7. Савин Г. Н., Тульчий В. И. Пластины, подкрепленные составными кольцами и упругими накладками. — Киев: Наук. думка, 1971.
8. Михайлов С. Е., Наместникова И. В. Плоские задачи для неоднородных упруго подкрепленных пластин // Механика неоднородных структур: Тез. докл. II Всесоюз. конф., Львов, 1987. — Т. 2.
9. Голубев О. Б. Обобщение теории тонких стержней // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. — 1963. — № 226.
10. Паргон В. З., Перлин П. И. Методы математической теории упругости. — М.: Наука, 1981.
11. Williams M. L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension // J. Appl. Mech. — 1952. — V. 19, N 4.
12. Михайлов С. Е. Асимптотики решений некоторых интегральных уравнений и плоских задач теории упругости вблизи углов при заданных на границе усилиях // Изв. АН СССР. МТТ. — 1989. — № 3.
13. Соткилава О. В., Черепанов Г. П. Некоторые задачи неоднородной теории упругости // ПММ. — 1974. — Т. 38, № 3.
14. Арутюнян Н. Х., Назаров С. А. Об особенностях функции напряжения в угловых точках поперечного сечения скручиваемого стержня с тонким усиливающим покрытием // ПММ. — 1983. — Т. 47, № 1.

г. Москва

Поступила 5/IX 1989 г.

УДК 539.4

И. П. Жданова, Д. Н. Карпинский

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТА МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Известно, что получение достоверного прогноза об условиях разрушения волокнистого композита (ВК) на основе опытов затруднено. Так, например, из анализа сигналов акустической эмиссии (АЭ) невозможно указать сечение образца ВК, по которому пройдет макротрещина вплоть до ближайшего к разрывному состоянию [1, 2]. В связи с этим особую актуальность приобретает моделирование на ЭВМ процесса накопления повреждений в ВК и предсказание по его результатам места и времени развития макротрещины в образце.

В основу моделирования процесса разрушения ВК [3] положены два основных предположения [1, 2]: принципы исчерпания деформационной способности материала матрицы под нагрузкой и корреляции в процессе накопления повреждений.

Исчерпание деформационной способности матрицы может происходить при дроблении волокон композита и в его отсутствие. По-видимому, эти два предельных случая послужили основанием для введения классификации разрушения ВК в [2]: объемный тип разрушения, связанный с накоплением большого числа разрывов волокон, и динамический, при котором макротрещина формируется вследствие разрыва одного волокна независимо от других разрывов волокон.

Объемный тип разрушения ВК предполагался при моделировании [3], а исчерпание деформационной способности матрицы осуществлялось путем локализации пластической деформации в окрестности места разрыва волокна. Что касается принципа корреляции в процессе объемного разрушения, то следует подчеркнуть обнаруженное

на опыте [1] отчетливое взаимное влияние развития процесса трещинообразования в одной области образца на аналогичный процесс в ближайшем окружении.

Цель настоящего исследования — моделирование на ЭВМ процесса дробления волокон в нагруженном образце ВК и прогнозирование опасного сечения образца по данным численного эксперимента.

Рассмотрим, аналогично [3], цилиндрический образец ВК длины L , армированный однонаправленными волокнами длины L и диаметра d_f с гексагональной упаковкой. Расстояние между ближайшими соседними волокнами $l = \sqrt{\frac{7}{6}} \frac{d_f}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\pi}{v_f}}$ (v_f — объемная доля волокон в ВК). Образец ВК растягивается вдоль направления волокон постоянной нагрузкой σ_0 при постоянной температуре T . Объемное разрушение ВК в указанных условиях определяется накоплением термоактивированных разрывов волокон, а также пластической деформацией и растрескиванием матрицы.

Растягивающее напряжение в волокнах и матрице соответственно равно

$$\sigma_f = \frac{\sigma_0}{v_f + E_m v_m / E_f}, \quad \sigma_m = \frac{\sigma_0}{v_m + E_f v_f / E_m}$$

($v_m = 1 - v_f$, E_f и E_m — модули Юнга волокон и матрицы).

Полагаем, что процесс дробления волокна ветвящийся [4], и рассмотрим его при следующих предположениях [3].

1. Среднее время жизни отрезка волокна длиной x

$$(1) \quad \tau(x) = \begin{cases} \frac{1}{Cx^p}, & x > l_0, \\ \infty, & x \leq l_0, \end{cases} \quad C = \frac{1}{a_0^p \tau_0} \exp\left(-\frac{U_0 - \gamma_f \sigma_f}{kT}\right),$$

где U_0 , γ_f — энергия активации и активационный объем материала волокон; k — постоянная Больцмана; $\tau_0 = 10^{-12}$ с; a_0 — средний размер структурного элемента материала волокна; p — параметр; l_0 — эффективная длина волокна. Выбор (1) основан на представлении о «масштабном» эффекте для волокон.

2. Вероятность того, что разрыв волокна произойдет на расстоянии ξ от любого из концов отрезка длины x , есть

$$(2) \quad \Phi(\xi) d\xi = \mu C_{2\mu-1}^{\mu-1} \left(\frac{\xi}{x}\right)^{\mu-1} \left(1 - \frac{\xi}{x}\right)^{\mu-1} \frac{d\xi}{x}.$$

Выражение (2) описывает корреляцию мест разрыва волокон, так как учитывает спадание растягивающего напряжения у мест разрыва, параметр $\mu \geq 1$.

3. Отрезки волокон имеют двойную нумерацию. Они характеризуются номером волокна i и номером отрезка j этого волокна, отсчитываемого от одного из его концов. С помощью генератора случайных чисел, осуществляющего выборку случайных времен жизни из экспоненциального распределения $F(t) = 1 - \exp[-t/\tau(x)]$, каждому отрезку волокон присваивается фактическое время жизни.

Моделирование процесса объемного разрушения ВК начинается в предположении, что в начальный момент времени $t = 0$ имеется $N = 61$ целых волокон длины L . Основной шаг вычислительного эксперимента включает выбор отрезка волокна с наименьшим фактическим временем жизни, разыгрывание акта его разрыва в соответствии с распределением (2) на отрезки длины ξ и $x - \xi$, вычисление их средних времен жизни $\tau(\xi)$ и $\tau(x - \xi)$ согласно (1) и, наконец, вычисление их фактических времен жизни t_{ij} , t_{ij+1} . Важный момент моделирования процесса состоит в обработке соседних с разорванным волокном, причем перенапряженными считаются те отрезки ближайших волокон, которые содержат проекцию точки разрыва лопнувшего волокна при условии влияния трещины в матрице на них. Используя представление [5], предполагаем, что наличие концентратора напряжения у волокна приводит к увеличению σ_f на нем.

Подчеркнем, что при этом остается справедливым (2) для данного перенапряженного отрезка. В соответствии с описанной физической моделью вычисляются новые времена жизни соседних отрезков. При этом некоторые из них случайно могут оказаться меньше, чем время жизни разорванного волокна, что рассматривается как согласованные разрывы волокон.

При разрыве волокна длиной x на расстоянии ξ от одного из концов выделяется энергия

$$\delta E_2 = E(x) - E(x - \xi) - E(\xi),$$

где $E(x) = \frac{\pi d_f^2}{8E_f} \int_0^x \sigma^2(z) dz$; $\sigma(z) = \sigma_f \left[1 - \operatorname{ch} \left(K \frac{z - x/2}{d_f} \right) / \operatorname{ch} \left(K \frac{x}{d_f} \right) \right]$; $K = 8 \frac{G_m}{E_f} \frac{v_f^{1/2}}{1 - v_f^{1/2}}$; $G_m = E_m / (1 + \nu_m)$. Эта энергия расходуется на образование трещины раскрытия в матрице и пластическое деформирование в ней вблизи места разрыва [6].

В настоящее время отсутствует аналитическое решение задачи о деформировании матрицы с запечатанным в ней хрупким волокном при его разрыве в точной постановке (см. [7, с. 67]). Воспользуемся, однако, оценками, построенными на основе закона сохранения энергии, который в нашем случае приближенно можно записать как

$$\delta E(x) = K(\xi) + K(x - \xi) + \Pi_m + \Pi_f.$$

Здесь $K(\xi) = \frac{\pi \rho d_f^2}{8} \int_0^\xi \dot{U}_1^2(\xi') d\xi'$, $K(x - \xi) = \frac{\pi \rho d_f^2}{8} \int_\xi^x \dot{U}_2^2(\xi') d\xi'$ — кинетиче-

ские энергии отрезков разорванного волокна; $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_2$ — скорости перемещения отрезков; $\Pi_m = 2\pi\Gamma_m(r_c^2 - r_f^2)$, $\Pi_f = \frac{\pi}{2}\Gamma_f d_f^2$ — поверхностные энергии в матрице и волокне соответственно; Γ_m , Γ_f — удельные поверхностные энергии матрицы и волокна. Пока нет обоснованных оценок величины энергии δE_1 , диссипируемой на образование новых поверхностей при растрескивании, и энергии, затрачиваемой на пластическое деформирование материала матрицы $\delta E_2 = \delta E - \delta E_1$. Поэтому для получения качественно верной оценки введем свободный параметр $\alpha = \delta E_1 / \delta E$.

Предположим, что образовавшаяся трещина имеет форму диска, радиус которого $r_c = \sqrt{\delta E_1 / (2\pi\Gamma_m) + d_f^2/4}$. Предположим также, что ближайшие волокна «экранируют» напряжения в матрице из-за раскрытия трещины и поэтому r_c не превосходят l . Введем радиус влияния трещины r_∞ , его величину оценим с помощью метода сечений [7]: $r_\infty = (1 + 2/\pi^2) \times r_c$. Перегрузка волокон в нашей модели отвечает замене параметра C на $C_e = C \exp \left(\beta_i \frac{\gamma_f \sigma_f}{kT} \right)$ в (1) согласно формулам

$$(3) \quad \begin{aligned} \beta_1 &= -\frac{1}{6} + \frac{2}{3} \frac{\sigma_m l^2}{\sigma_f d_f^2} && \text{при } r_c \geq l, \\ \beta_2 &= \beta_1 - \frac{1}{2\sigma_f d_f^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} K_1 (l + 2r_c)(l - r_c)^{1/2} && \text{при } r_c < l \leq r_\infty, \\ \beta_3 &= 0 && \text{при } r_\infty < l \end{aligned}$$

($K_1 = 2\sigma_m \sqrt{r_c/\pi}$); формулы (3) получены методом сечений.

Остаток энергии $\delta E_2 = (1 - \alpha)\delta E$ затрачивается на пластический сдвиг матрицы вблизи места разрыва. Предположим, аналогично [8], что определяющее уравнение для материала матрицы

$$4) \quad \tau_m = \Phi(\gamma_m, \dot{\gamma}_m)$$

(τ_m, γ_m — сдвиговые напряжения и деформация в матрице, возникающие при движении со скоростью $\dot{U}$ концов разорванного волокна). В [8] показано, что, если скорость перемещения границы полупространства из материала (4) превышает $|\dot{U}^*|$, что решение типа простой пластической волны дает локализацию деформации γ_m в приграничном слое толщиной δ , называемую захват волны. При этом предполагается, что при некоторой величине пластической деформации γ_m^* производная $d\tau_m/d\gamma_m = 0$,

а $\dot{U}^*$ связана с γ_m^* формулой $\dot{U}^* = - \int_0^{\gamma_m^*} c(\gamma_m) d\gamma_m$ ($c(\gamma)$ — скорость звука

в матрице как функция деформации $c(\gamma_m) = \sqrt{\frac{d\tau_m}{d\gamma_m} \rho_m}$; ρ_m — плотность матрицы).

В [8] выбрано определяющее уравнение

$$(5) \quad \tau_m/\tau_{0m} = f(\gamma_m/\gamma_{m0}) [1 + p_1 \ln(1 + \dot{\gamma}_m/\dot{\gamma}_{m0})]$$

($f(z) = z^{n_1}/(1 + az^{n_1+1})$, $\tau_{0m}, \gamma_{m0}, a, n_1, p_1, \dot{\gamma}_{m0}$ — постоянные материала матрицы). Численные расчеты [8] показали, что при $n_1 = 0,02$ и $a = 0,005$ для (5) толщину δ приграничного слоя, содержащего сильно деформированный материал, можно оценить так:

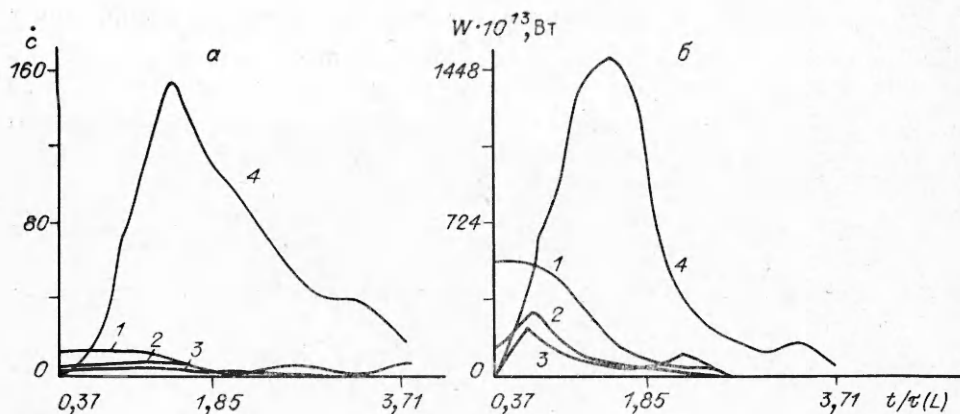
$$(6) \quad \delta = 0,014 c_0^2 / \gamma_{0m} (\dot{U} + \dot{U}^*)$$

при $0 < |\dot{U}| < c_0$, где $c_0 = \sqrt{\tau_{0m}/\rho_m}$; $p_1 = 0,05$; $\gamma_{0m} = 0,01$. В [8] приведены данные о постоянных для слабой стали: $c_0 = 200$ м/с, $\dot{U}^* = 30$ м/с, $\dot{\gamma}_{m0} = 10^5$ с⁻¹. При указанных величинах параметров и $\dot{U} = 100$ м/с получаем $\delta = 40$ мкм. Полагаем, что (6) может служить оценкой размера области значительных пластических деформаций. Разумно предположить, что в этих областях исчерпана деформационная способность матрицы, что приводит к уменьшению Γ_m в них и к увеличению r_c и r_∞ , а с учетом (3) — к перегрузке соседних волокон. Для простоты расчетов считаем, что $\dot{U} \sim (\delta E_2)^{1/2}$.

В данной модели образец ВК разбит на m слоев, перпендикулярных направлению волокон. При разрыве волокна в k -м слое образуется трещина и область больших пластических деформаций в виде цилиндра с осью на данном волокне диаметром 2δ и высотой L/m . Если в соседнем волокне образуется трещина, путь которой проходит через область больших деформаций, то ее радиус вычисляется исходя из предположения об эффективной удельной поверхностной энергии Γ_e . В случае если трещина полностью лежит в области сильно деформированного материала, $\Gamma_e = \Gamma_m/s$. Если же трещина частично проходит через область сильно деформированного материала, то Γ_e вычисляется как средняя величина Γ_m и Γ_m/s пропорционально площадям, захватываемым трещиной в сильно F_1 и слабо F_2 деформированных областях матрицы: $\Gamma_e = \left(\Gamma_m F_2 + \frac{\Gamma_m}{s} F_1 \right) / (F_1 + F_2)$.

Для расчетов выбраны следующие значения постоянных: $E_f = 4 \times 10^4$ кГ/мм², $d_f = 0,14$ мм, $v_f = 0,5$, $\gamma_f = 300$ А³ (борные волокна), $\Gamma_m = 1$ Дж/м², $E_m = 7200$ кГ/мм² (алюминиевая матрица), $L = 50$ мм, $\sigma_0 = 20$ кГ/мм², $l_0 = 3$ мм, параметр $p = 1,5$ в (1), $\alpha = 0,5$, $s = 5$, параметр $\mu = 2$ в (2). Поскольку набор постоянных из (5) для выбранной матрицы неизвестен авторам, для качественной оценки приняты постоянные, соответствующие стали [8].

На рис. 1 показана временная зависимость: a — скорости накопления одиночных разрывов волокон (кривая 1), согласованных двойных (2),



Р и с. 1

тройных (3) и разрывов четырех и более высокой кратности (4), б — выделенной мощности при разрывах волокон соответствующей кратности. Видно, что на ранней стадии процесса накопления разрывов волокон преобладают одиночные разрывы, они дают основной вклад в выделяемую мощность W . Явно видна последовательность «включения» механизмов согласованных разрывов возрастающей кратности, а также затухание действия механизмов по мере исчерпания мест разрывов волокон. Особое внимание следует обратить на заметное возрастание числа многократных разрывов, существенно превышающих количество одиночных разрывов волокон. Согласно [1, 2], появление «согласованных» разрывов — предвестник макроразрушения образца.

Рассмотрим теперь более точный метод прогнозирования места прохождения магистральной трещины, исходя из предположения [1, 2] о том, что макроразрушение наступает в том сечении, где выделение энергии в единицу времени большее. При таком предположении важно вычислить вероятность отклонения величины выделившейся упругой энергии при разрывах волокон в единицу времени в данном сечении образца от своего среднего значения («всплеск» мощности).

Введем случайный вектор $W_k(t)$, компонентами которого являются случайные значения выделившейся мощности в данном сечении к данному моменту времени t . Следуя идеям теории вероятностей больших отклонений [9], введем последовательность n идентичных образцов ВК и предположим, что $W_1(t), W_2(t), \dots, W_n(t)$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных векторов мощности, выделявшейся в данном образце. Рассмотрим распределение случайных векторов

$$\frac{W_1(t) + W_2(t) + \dots + W_n(t) - nMW_k(t)}{B_n}$$

(B_n — последовательность, стремящаяся к бесконечности быстрее, чем $n^{1/2}$, но медленнее, чем n). Обозначим через $P(\dots)$ вероятность события, указанного в скобках, тогда, согласно [9], доказывается следующее соотношение

$$(7) \quad \lim_{\delta \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{B_n^2} \ln P \left\{ \left| \frac{W_1(t) + \dots + W_n(t) - nMW_k(t)}{B_n} - x \right| < \delta \right\} = \\ = -\frac{1}{2} \sum_{ij} a_{ij} x^i x^j,$$

т. е. распределение нормированного отклонения суммы случайных векторов $W_k(t)$ от своего среднего значения есть нормальное распределение, задаваемое матрицей a_{ij} , где a_{ij} — обратная матрица ковариаций для указанных случайных векторов, $MW_k(t)$ — математическое ожидание вектора $W_k(t)$.

Определим ковариационную матрицу A_{ij} как матрицу эмпирической ковариации [10]. Вычисление на ЭВМ матрицы $a_{ij} = A_{ij}^{-1}$ размерности $m \times m$ затруднено для больших размерностей $m \geq 10$ из-за некорректности ее обращения, поэтому в расчетах ограничились выбором восьми сечений образца ВК. В исходных данных задавалось максимальное время процесса накопления повреждений t_m , и вычисление матрицы A_{ij} проводилось в моменты времени $t_i = t_m/10i$ ($i = 1, \dots, 10$). Следует упомянуть, что (7) получено с точностью до логарифмической эквивалентности [9], поэтому здесь возможны лишь сравнительные оценки вероятностей разрушения образца ВК по сечениям. Вычисления показали положительную определенность матрицы a_{ij} в моменты времени t_i , тогда производная по направлению от правой части (7) будет характеризовать степень ее роста. В нашем случае важно определить направление максимального изменения (7), т. е. помер сечения образца ВК, которому следует предсказать наибольшую вероятность «всплеска» мощности. Это направление определяют направляющие косинусы n_i . В частности, при $x^i = x$ в (7)

$$(8) \quad n_i = \frac{\sum_{k=1}^m a_{ik}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\sum_{k=1}^m a_{ik} \right)^2}},$$

а абсолютное значение производной по данному направлению

$$(9) \quad q = |\text{grad}(\sum a_{ij} x^i x^j)| = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\sum_{k=1}^m a_{ik} \right)^2} x.$$

Использование (8), (9) для прогнозирования вероятности «всплеска» мощности в данном сечении по сути дела является линейной экстраполяцией на основе информации, накопленной в матрице a_{ij} к данному моменту времени. Расчеты показали, что n_i в некоторые моменты времени принимают отрицательные значения. Отсюда следует возрастание вероятности «всплеска» мощности в соответствующем сечении образца ВК.

Приведем два примера прогнозирования места появления макротрещины, связанной с «всплеском» мощности в процессе разрыва волокон. Представляет интерес сравнить результаты прогнозирования в случае учета корреляции между разрывами в соседних волокнах (параметр $s = 5$), вдоль отдельного волокна (параметр $\mu = 2$) и в отсутствие корреляции ($s = 1, \mu = 1$). Величина корреляции разрывов волокон зависит от структуры ВК, она определяет темп накопления повреждений и их локализацию.

Диаграмма прогнозирования места опасного сечения образца ВК в зависимости от безразмерного времени $t/\tau(L)$ для первого расчета (крестики) и для второго (точки) показана на рис. 2. Ординаты точек в верхней части диаграммы указывают положения опасного сечения образца ВК, а соответствующие ординаты точек в нижней части характеризуют изменение вероятности «всплеска» выделившейся мощности в образце (в расчетах принято $n = 25$).

Обсудим теперь полученные результаты с точки зрения корреляции разрывов волокон. Расчеты показали, что при выбранных значениях параметров интенсивность дробления волокон выше в первом случае, чем во втором. Так, например, в первом расчете за один и тот же промежуток времени $t_m = 3,71\tau(L)$ происходит около 1000 разрывов волокон, а во втором — 180. Во втором почти отсутствовали кратные,

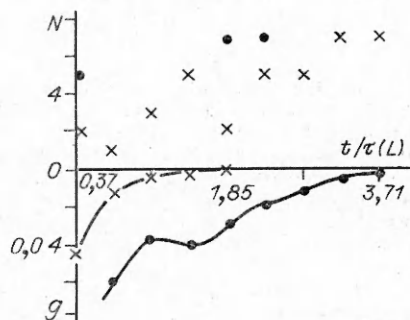


Рис. 2

«согласованные» разрывы, что и привело к малому числу разрывов волокон, а также почти не выделялись отдельные сечения ВК с точки зрения возможности большого «всплеска» выделенной упругой энергии. В то же время, как следует из рис. 2, в первом расчете с самого начала процесса накопления повреждений появляются опасные сечения, что, по-видимому, является отражением наличия «согласованных» разрывов волокон.

В заключение отметим, что предлагаемый метод прогноза разрушения ВК может быть использован для обработки экспериментальных данных, полученных, например, из анализа сигналов АЭ при нагружении реальных образцов ВК, поскольку амплитуда сигналов АЭ пропорциональна величине упругой энергии волокон, выделившейся при их разрывах. Локация сигналов АЭ позволяет различать сигналы, испущенные из различных участков образца [1, 2], и расчет эмпирической матрицы ковариации на значениях случайных векторов мощности по АЭ сигналам служит основой для оценки прогноза опасного сечения образца ВК.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лексовский А. М., Усмонов Г. Х., Нарзуллаев Г. Х. Микротрещины, повреждаемость и разрушение композиционных материалов // Физика и механика композиционных материалов.— Л.: ЛФТИ, 1986.
2. Кривобродов В. С., Лексовский А. М. Модель динамического механизма разрушения волокнистых композиционных материалов // Там же.
3. Жданова И. П., Карпинский Д. Н. Исследование эволюции накопления повреждений в волокнистом композите методом численного эксперимента // ЖТФ.— 1988.— № 11.
4. Севастьянов В. А. Ветвящиеся процессы.— М.: ГРФМЛ, 1971.
5. Баженов С. Л., Михеев П. В., Берлин Ал. Ал., Куерман А. М. О чувствительности волокнистых композиционных материалов к влиянию концентраторов напряжений // Механизмы повреждаемости и прочности гетерогенных материалов.— Л.: ЛФТИ, 1985.
6. Нарзуллаев Г. Х., Абдуманов А., Лексовский А. М. К вопросу об эффекте динамической перегрузки при разрыве армирующих волокон в композиционном материале // Там же.
7. Черепанов Г. П. Механика разрушения композиционных материалов.— М.: Наука, 1983.
8. Wu F. H., Freund L. B. Deformation trapping due to thermoplastic instability in one-dimensional wave propagation // J. Mech. Phys. Sol.— 1984.— V. 32, N 2.
9. Вентцель А. Д., Фрейдлин М. И. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений.— М.: Наука, 1979.
10. Смирнов П. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики.— М.: ГРФМЛ, 1965.

г. Ростов-на-Дону

Поступила 9/XII 1988 г.,
в окончательном варианте — 7/VII 1989 г.

УДК 539.3 : 678.067

И. Г. Кржечковский

ЭФФЕКТИВНЫЕ МОДУЛИ МНОГОФАЗНЫХ МАТРИЧНЫХ КОМПОЗИТОВ

Вопросу расчета эффективных характеристик гранулированных матричных композитных материалов посвящена обширная литература [1—3]. Однако приведенные в ней композиты, как правило, двухфазные, т. е. состоящие из матрицы с включениями, обладающими одинаковыми физическими и геометрическими характеристиками. Полидисперсная модель, предложенная Хашином [4], обладает рядом существенных недостатков, делающих ее малоприменимой для расчета реальных композитов: во-первых, она неприменима для многофазных смесей, фракции которых различаются по плотности; во-вторых, в ней не учтена геометрия наполнителя и связанная с ней упаковка его в матрице.

В настоящей работе строится теория расчета эффективных модулей матричных гранулированных композитов, лишенная этих недостатков. В основу ее положены теория композитных сред, предложенная Хиллом [5], и обобщенное сингулярное приближение теории случайных функций Шермергора [1]. В качестве приложения